

کاربرد ریاضی در علوم

و

شگفتیهای زمین

● شادی دلکش رودسری

تعیین اندازه آنها و ترسیم منحنیهای مربوطه و مقایسه آنها با یکدیگر، برای شناسایی این که کدام یک دارای جورشدهگی بهتری از دیگری است، یا این که ذرات دانه ریز، در نمونه فراوانتر است یا ذرات دانه درشت، یک سری پارامترهای آماری از قبیل: میانگین، کج شدگی، کشیدگی و انحراف معیار را محاسبه می نماییم. اندازه گیری پارامترهای آماری، ممکن است به روش ترسیمی از روی منحنیها، یا به روش لحظه ای انجام شود.

در شماره قبل، یکی از انواع منحنیهای مربوط به اندازه ذرات رسوبی، به نام منحنی تجمعی ترسیم گردید؛ اما به دلیل تخصصی بودن و پیچیدگی روش ترسیم انواع منحنیها و جگونگی محاسبه پارامترهای آماری به روش ترسیمی از روی منحنیها، از توضیح این روش خودداری می شود و تنها به شرح پارامترهای آماری به طریق روش لحظه ای اکتفا می کنیم. برای آگاهی و آشنایی هر چه بیشتر شما عزیزان با علم زمین شناسی، قبل از شرح اندازه گیری به روش لحظه ای، توضیح مختصری در مورد هریک از پارامترهای آماری ارائه می شود:

۱- میانگین: عبارت است از حد متوسط اندازه ذرات در رسوب، که آن را با علامت MZ (در روش ترسیمی) و $X\phi$ (در روش لحظه ای) نمایش می دهند.

در این شماره، به پیوست مقاله شماره قبل، سعی می شود تا شما عزیزان را با کاربرد سریها در رسوب شناسی (یکی از رشته های تخصصی زمین شناسی) و اهمیت آن در آنالیز اندازه ذرات و محاسبه پارامترهای آماری برای شناسایی کلی ویژگیهای منطقه مورد بررسی، آشنا کنیم.

آنالیز اندازه دانه ها

آنالیز توزیع دانه های رسوبی، برای مقایسه نمونه های مختلف با یکدیگر از اهمیت خاصی برخوردار است؛ زیرا به این وسیله می توان به ویژگیهای مختلف رسوبات و فرایندهایی که منجر به تشکیل آنها می شوند، پی برد. همان طور که می دانید، ذرات رسوبی، بیشتر به وسیله آب و هوا منتقل می شوند و با کاهش شدت جریان، بتدریج، ذرات در اندازه های مختلف از یکدیگر جدا شده و رسوب می کنند. اگر رسوب از چندین منشأ متفاوت، سرچشمه گرفته باشد، ذرات آن در اندازه های مختلف دیده می شوند. مخلوطی از ذرات رسوبی در اندازه های متفاوت را تجمع (Population) می گویند که ممکن است این اندازه ها، از گراول تا ریش تغییر کند. برای درک بهتر توزیع دانه ها در رسوبات و ارزشیابی یک سری نمونه که توسط فرایندهای مختلفی پراکنده شده اند، پس از

۲- انحراف معیار (Standard Deviation): انحراف

معیار، میزان جورشدگی ذرات را مشخص می کند، که با علامت $\sigma\phi$ نمایش داده می شود.

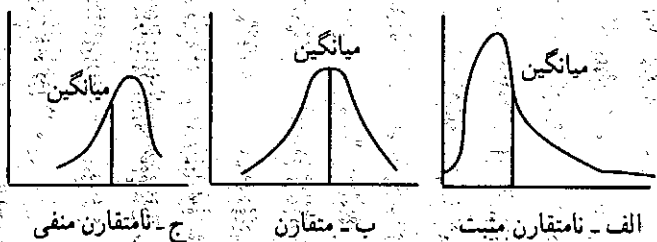
۱.۲- جورشدگی یا یکنواختی (Sorting): عبارت است از این که، ذرات تشکیل دهنده رسوب یا سنگ، تا چه اندازه به یکدیگر نزدیک باشند؛ همه ذرات دانه ریز باشند یا دانه درشت و یا ترکیبی از آن دو.

طبقه بندی زیر، برای تعیین جورشدگی ذرات براساس مقدار انحراف معیار در یک سری رسوب، توسط «فولک» (۱۹۷۴ م) ارائه شده است:

جورشدگی بسیار خوب	$S\phi < 0.25$ (فی)
جورشدگی خوب	$0.25 < S\phi < 0.5$
جورشدگی خوب متوسط	$0.5 < S\phi < 0.75$
جورشدگی متوسط	$0.75 < S\phi < 1$
جورشدگی بد	$1 < S\phi < 2$
جورشدگی بسیار بد	$2 < S\phi < 4$
جورشدگی بی نهایت بد	$S\phi > 4$

۳- کج شدگی یا نامتقارن بودن منحنی (Skewness):

کج شدگی عبارت از نامتقارن یا نامتجانس بودن منحنی توزیع ذرات که به وسیله دنباله منحنی توزیع، مشخص و با علامت $SK\phi$ نشان داده می شود. در منحنیهای متقارن، مقدار کج شدگی صفر است؛ ولی در منحنیهایی که دنباله آنها به طرف راست یا به طرف رسوبات دانه ریزتر متمایل باشد، مثبت، و اگر دنباله منحنی به طرف چپ یا رسوبات دانه درشت تر باشد، منفی است. (شکل ۱- الف، ب و ج).



شکل ۱- منحنیهای فراوانی متقارن و نامتقارن (مثبت و منفی)

از آن جا که کج شدگی در ارتباط با اندازه ذرات تشکیل دهنده رسوب یا سنگ است، از آن برای تعبیر و تفسیر محیط رسوبی و فرآیندهایی که باعث حمل و نقل شده اند، استفاده می شود. فولک

(۱۹۷۴ م) مقیاسی را برای کج شدگی به شرح ذیل ارائه داده است:

کج شدگی زیاد به سمت ذرات دانه ریز $+1 < SK\phi < +0.3$
 کج شدگی به سمت ذرات دانه ریز $+0.3 < SK\phi < +0.1$
 کج شدگی صفر = تقریباً متقارن $-0.1 < SK\phi < +0.1$
 کج شدگی به سمت ذرات دانه درشت $-0.1 < SK\phi < -0.3$
 کج شدگی زیاد به سمت ذرات دانه درشت $-0.3 < SK\phi < -1$

۴- کشیدگی (Kurtosis): عبارت است از اندازه گیری نوک تیزی یا کشیدگی منحنی توزیع ذرات که با علامت $K\phi$ نشان داده می شود. فولک (۱۹۸۴ م) مقیاسی برای طبقه بندی کشیدگی منحنیها به شرح زیر ارائه کرده است:

بسیار پهن	$K\phi < 0.67$
پهن	$0.67 < K\phi < 0.9$
متوسط	$0.9 < K\phi < 1.1$
کشیده	$1.1 < K\phi < 1.5$
بسیار کشیده	$1.5 < K\phi < 3$
بی نهایت کشیده	$K\phi > 3$

اندازه گیری به روش لحظه ای (method of moment)

برای محاسبه پارامترهای آماری که برای آنالیز اندازه دانه ها به کار می رود، از فرمولهای زیر استفاده می شود (مک بوزاید، ۱۹۷۱ م):

$$\text{میانگین} = \bar{X}\phi = \frac{\sum fm}{n}$$

$$\text{انحراف معیار} = \sigma\phi = \sqrt{\frac{\sum f(m - \bar{X}\phi)^2}{100}}$$

$$\text{کج شدگی} = SK\phi = \frac{\sum f(m - \bar{X}\phi)^3}{100 \sigma\phi^3}$$

$$\text{کشیدگی} = K\phi = \frac{\sum f(m - \bar{X}\phi)^4}{100 \sigma\phi^4}$$

f: درصد وزن دانه ها، m: نقطه وسط هر رده در مقیاس

فی

n: شمارش اعداد به دست آمده در هر نمونه، و زمانی که f به درصد است، برابر با ۱۰۰ می باشد.

همان طور که می دانید، مفهوم دیگری که با مفهوم دنباله ارتباط نزدیک دارد، سری می باشد. سری چیزی جز مجموع حاصل از

چون سری فوق دارای حد برابر یک می باشد، پس سری همگرا است.

بحث سریها را می توان به عنوان مطالعه دو دنباله در نظر گرفت؛ دنباله اصلی که جمله هایش سری هستند و دنباله مجموعهای جزئی (S_n) به این معنا که، $\{a_n\}$ ما را به سری $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$ می رساند، که این سری، به توبه خود، ما را به دنباله دوم $\{S_n\}$ می رساند که در آن:

$$S_1 = a_1$$

$$S_2 = a_1 + a_2 = S_1 + a_2$$

$$S_3 = a_1 + a_2 + a_3 = S_2 + a_3$$

$$S_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = S_3 + a_4$$

$$\vdots$$

$$S_n = \sum_{i=1}^n a_i = S_{n-1} + a_n$$

تعریف همگرایی را می توان برحسب همگرایی یک دنباله، به صورت زیر بیان کرد:

تعریف: سری $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$ همگرا است؛ اگر دنباله مجموعهای

جزئی آن، $\{S_n\}$ ، که $S_n = \sum_{i=1}^n a_i$ ، همگرا باشد، در غیر این صورت، $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$ واگرا است.

بعضی از قضایای سریها

قضیه ۱. اگر $a_i = a$ و برای هر i ثابت باشد، $\sum_{i=1}^n a_i = na$.

قضیه ۲. $\sum_{i=1}^n (k_i \pm g_i) = \sum_{i=1}^n k_i \pm \sum_{i=1}^n g_i$.

قضیه ۳. اگر a ثابت باشد، $\sum_{i=1}^n a k_i = a \sum_{i=1}^n k_i$.

قضیه ۴. $\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$.

قضیه ۵. $\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

قضیه ۶. $\sum_{i=1}^n i^2 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$.

جمله های یک دنباله نیست؛ یعنی جمله های یک سری، جمله های یک دنباله می باشند؛ یعنی توابع حقیقی که قلمرو آنها، اعداد صحیح غیر منفی می باشند.

مجموع n جمله دنباله $\{k_1, k_2, k_3, \dots, k_n\}$ را به صورت $\sum_{i=1}^n k_i$ نمایش می دهیم و می خوانیم مجموع k_i ها وقتی که i از ۱ تا n تغییر می کند، و نشانه گذاری سیگما یا نشانه جمع بندی نامیده می شود.

سریها به طور کلی، به دو دسته متناهی و نامتناهی تقسیم می شوند. سریهای متناهی، یعنی سریهایی با تعداد جمله های محدود و مشخص. به طور مثال، یکی از سریهای متناهی دنباله $\{a_n\}$ ، $a_n = \frac{1}{n^2}$ به صورت زیر است:

$$\sum_{i=1}^4 a_i = a_1 + a_2 + a_3 + a_4$$

$$= \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}$$

سریهای نامتناهی، یعنی سریهایی با تعداد جمله های نامتناهی و نامشخص. به طور مثال، سری نامتناهی دنباله $\{a_n\}$ ، $a_n = \frac{1}{n^2}$ به صورت زیر است:

$$\sum_{i=1}^{\infty} a_i = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n a_i$$

بحث دیگری که در مورد سریها مطرح می شود، همگرا و واگرا بودن آنها می باشد. به بیان ساده، اگر حد یک سری مشخص باشد، آن سری، همگرا نامیده می شود، در غیر این صورت، سری واگرا است.

مثال: آیا $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{2^i}$ همگراست؟

حل: این عبارت، سری هندسی با $\left| r \right| = \left| \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2} < 1$ است. به علاوه، چون جمله اول آن $\frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$ است، پس:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{2^i} = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1$$

که توسط آنالیز اندازه دانه‌ها، می‌توان به چگونگی حمل و نقل و شرایط رسوبگذاری در هنگام تشکیل، ویژگی‌های مختلف رسوبات و محیط‌های رسوبگذاری، فرایندها و ویژگی‌هایی که منجر به تغییر محیط رسوبگذاری می‌شوند و در نهایت، وقایع و اتفاقاتی که از زمان تشکیل تا به حال در منطقه صورت گرفته، پی برد. مطلب مهمی که باید مورد توجه قرار گیرد، این است که تمام پارامترهای آماری محاسبه شده از آنالیز اندازه دانه‌ها برای تعبیر و تفسیر رسوبات قدیمه، در صورتی حائز اهمیت است که اندازه دانه‌ها در اثر عمل دیازیز، تغییر نکرده باشد.



ادب ریاضی

برخلاف آنچه عامه مردم تصور می‌کنند، کلمه‌های محاسب و ریاضیدان مترادف نیستند و بسیار ممکن است که شخص ریاضیدان زبردستی باشد؛ اما برای یک عمل جمع صحیح، گرفتار زحمت شود. هانری پوانکاره از جمله ریاضیدانانی بود که در فن محاسبه قدرتی ندارد. فقط در علم نجوم است که شخص باید هم ریاضیدان و هم محاسب زبردست باشد.

این مطلب برای تشویق منجمانی گفته نشده است که محاسبه‌های طول خود را تکالیف شاقی می‌دانند؛ بلکه منجمانی دیگری هستند که این محاسبه‌ها را با شغف بسیار استقبال می‌کنند و تمام روز، با شور و حرارت، با اعداد پانزده رقمی عمل می‌کنند. منجم فرانسوی هانری آندویر (H. Andoyer) (۱۸۶۲-۱۹۲۹) از جمله این منجمان محسوب می‌شود، او یلر نیز چنین استعدادی داشت و مسلماً گاوس هم از جمله آنان بود.

تاریخ علوم - پی‌یر روسو - حسن صفاری

با استفاده از فرمولهای ذکر شده و تعیین پارامترهای آماری مورد نظر، از آنالیز اندازه دانه‌ها، می‌توان برای تشخیص رسوبات در محیط‌ها و رخساره‌های مختلف استفاده کرد که این خود، اطلاعاتی در مورد فرایندهای رسوبگذاری و نوع جریان در اختیار ما قرار خواهد داد. توزیع اندازه دانه‌ها در رسوبات، به اختصاصات سنگ منشأ فرایندهای هوازدگی، سایش و جورشدگی انتخابی آنها در هنگام حمل و نقل، بستگی دارد.

بررسی توزیع اندازه ذرات آواری در رسوبات، نشان داده است که یک رابطه کلی بین پارامترهای آماری از قبیل: میانگین، جورشدگی و کج‌شدگی وجود دارد. مطالعات زیادی برای ارتباط دادن توزیع دانه‌ها - از نظر آماری - در رسوبات عهد حاضر با محیط رسوبی آنها انجام شده است که از آن جمله می‌توان مطالعات «فریدمن» (۱۹۶۱ و ۱۹۶۷) را نام برد؛ که نتایج به دست آمده توسط او، به صورت زیر خلاصه می‌گردد:

رسوبات رودخانه‌ای، اغلب دارای جورشدگی بدتری نسبت به رسوبات ساحلی و کج‌شدگی مثبت می‌باشند. کج‌شدگی مثبت، به علت وجود مقادیر زیادی مواد معلق از قبیل سیلت و رس، در رودخانه است که پس از رسوبگذاری، مقداری از این ذرات در داخل رسوبات باقی مانده است. رودخانه‌هایی که مقادیر زیادی ذرات دانه درشت را با خود حمل می‌کنند، ممکن است دارای کج‌شدگی منفی باشند.

رسوبات ساحلی دارای جورشدگی خوب و کج‌شدگی منفی هستند؛ زیرا در محیط‌های ساحلی، به علت حرکت امواج، ذرات دانه درشت‌تر، بر جای مانده و کج‌شدگی منفی را تشکیل می‌دهند. رسوبات تپه‌های شنی، حاوی ذرات ماسه‌ای ریزتر از رسوبات ساحلی هستند و کج‌شدگی آنها مثبت می‌باشد، که این مثبت بودن، در اثر حرکت ذرات دانه ریز به وسیله باد و بر جای ماندن ذرات دانه درشتی است که باد قادر به حرکت آنها نبوده و به نام دانه‌های «باقیمانده» (lag) معروف می‌باشند. سپس دانه‌های درشت باقیمانده که تعداد آنها بسیار کم است و باد قادر به حرکت آنها نمی‌باشد، موجب می‌گردند تا فراوانی ذرات ریزتر، بیشتر شده و کج‌شدگی مثبت تشکیل شود. بنابراین، کج‌شدگی مثبت رسوبات رودخانه‌ای و تپه‌های شنی، از دو مکانیزم متفاوت تشکیل شده است که در رودخانه به علت وجود ذرات دانه ریز بوده، ولی در تپه‌های شنی، به علت وجود ذرات دانه درشت باقیمانده است.

بنابراین، از اطلاعات ارائه شده در بالا، چنین استنباط می‌شود