

هنر تشکیل معادله

برای دانش آموزان سال اول

• علیرضا عین اللهی

تومان خرج کرد و یک سوم باقیمانده پولش به آنچه داشت، اضافه شد و این عمل ادامه داشت تا این که بازرگان پس از سه سال، دید که دو برابر سرمایه اولیه اش، پول دارد؟ به جدول زیر توجه کنید.

زبان معمولی مسأله	زبان جبری مسأله
سرمایه اولیه بازرگان	x (بر حسب میلیون تومان)
در سال اول، یک میلیون تومان خرج کرد	$x - 1$
به آنچه برایش باقیمانده بود، یک سوم پولش اضافه شد	$(x-1) + \frac{x-1}{3} = \frac{4x-4}{3}$
در سال دوم، یک میلیون تومان خرج کرد	$\frac{4x-4}{3} - 1 = \frac{4x-7}{3}$
و یک سوم باقیمانده پولش به آنچه داشت، اضافه شد	$\frac{4x-7}{3} + \frac{1}{3}(\frac{4x-7}{3}) = \frac{16x-28}{9}$
در سال سوم، باز هم یک میلیون تومان خرج کرد	$\frac{16x-28}{9} - 1 = \frac{16x-37}{9}$
و یک سوم موجودی اش را به پولی که داشت، اضافه کرد	$\frac{16x-37}{9} + \frac{1}{3}(\frac{16x-37}{9}) = \frac{64x-148}{27}$
پس از سه سال، پول بازرگانان دو برابر شد.	$\frac{64x-148}{27} = 2x$

در صورتی که دانش آموزان روش های حل یک معادله را فراموش کنند، مطمئناً اغلب آنان در حل سایر معادلات، مشکلی ندارند؛ بلکه تبدیل یا تشکیل یک معادله با استفاده از مفروضات مسأله است که برای بسیاری از دانش آموزان مشکل ساز است. در فعالیت های زیر، سعی کرده ایم هنر تشکیل یک معادله را بیاموزیم؛ یعنی نحوه تبدیل زبان جبری یک مسأله را به زبان معمولی آموزش دهیم. دانش آموزان عزیز، فعالیت نمونه را به صورت انفرادی مطالعه کنید و سپس به صورت گروهی به حل مسأله های ۶ تا ۱۲ بپردازید.

فعالیت نمونه

I) یک کلاس درس، ۲۷ دانش آموز دارد. هر دو نفر از آن ها روی یک نیمکت می نشینند و سه نفر هم روی صندلی های تک نفره. چند نیمکت در این کلاس وجود دارد؟ به جدول زیر توجه کنید.

زبان معمولی مسأله	زبان جبری مسأله
تعداد نیمکت ها	x
هر دو نفر روی یک نیمکت می نشینند	$2x$
سه نفر روی صندلی های تک نفره می نشینند	3
تعداد دانش آموزان کلاس درس، ۲۷ نفر است	$2x + 3 = 27$

معادله $2x + 3 = 27$ زبان جبری مسأله است.

II) یک بازرگان در سال اول کارش، یک میلیون تومان خرج کرد. یک سوم باقیمانده پولش، به آنچه که برایش مانده بود، اضافه شد. در سال بعد، دوباره یک میلیون

معادله $\frac{64x-148}{27} = 2x$ زبان جبری مسأله است.
III) کلاغی به دسته ای کبوتر که در حال پرواز بودند، رسید و از سر دسته آنها پرسید: «شما چند تا هستید؟» کبوتر گفت: «ما و ما و نصف ما و نیمه ای از نصف ما، گر تو هم با ما شوی، ما چهلگي ۱۰۰ می شویم.» به جدول زیر توجه کنید.

زبان معمولی مسأله	زبان جبری مسأله
تعداد کبوتر ها در دسته	x
ما و ما	$2x$
به اضافه نصف ما	$2x + \frac{x}{2} = \frac{5x}{2}$
به اضافه نیمه ای از نصف ما	$\frac{5x}{2} + \frac{1}{2}(\frac{5x}{2}) = \frac{11x}{4}$
گر تو هم با ما شوی	$\frac{11x}{4} + 1$
چهلگي ۱۰۰ می شویم	$\frac{11x}{4} + 1 = 100$



معادله $\frac{11x}{4} + 1 = 100$ زبان جبری مسأله است. کلیه مراحل جدول بالا را می توان در تساوی زیر خلاصه کرد:

$$2x + \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{2} \right) + 1 = 100$$

(IV) حاصل ضرب دو عدد متوالی برابر ۶۳ است. این دو عدد را بیابید.

به جدول زیر توجه کنید:

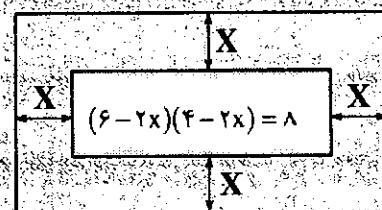
زبان معمولی مسأله	زبان جبری مسأله
یک عدد صحیح نامشخص	n
دو عدد فرد متوالی داریم	$2n+1$ و $2n-1$
حاصل ضرب دو عدد فرد متوالی	$(2n-1)(2n+1) = 4n^2 - 1$
برابر ۶۳ است	$4n^2 - 1 = 63$

معادله $4n^2 - 1 = 63$ زبان جبری مسأله است. به دست آوردن n و قرار دادن در $2n+1$ و $2n-1$ ، دو عدد فرد متوالی به دست می آیند.

(V) یک قالی، در اتاقی به ابعاد ۶ و ۴ متر قرار دارد. فاصله هر طرف آن تا کنار دیوار اتاق یکسان است. اگر مساحت قالی ۸ متر مربع باشد، فاصله هر طرف قالی را تا دیوار حساب کنید.

به جدول زیر توجه کنید:

زبان معمولی مسأله	زبان جبری مسأله
فاصله قالی تا کنار دیوار اتاق	x
طول و عرض قالی	$6-2x$ و $4-2x$
مساحت قالی	$(6-2x)(4-2x) = 24 - 20x + 4x^2$
مساحت قالی برابر ۸ است	$24 - 20x + 4x^2 = 8$



شکل مقابل اطلاعات داخل جدول را به صورت هندسی بیان می کند:

■ مشابه با فعالیت

نمونه، زبان جبری مسائل ۶ تا ۱۲ را با رسم جدول بیابید.

۶. احمد برای خرید ۵ دفتر و یک خودکار ۳۰ تومانی، ۳۸۰ تومان پرداخت. قیمت هر دفتر چه قدر است؟
۷. هفت برابر عددی به اضافه ۲، برابر ۵۸ است، آن عدد کدام است؟
۸. در یک مثلث متساوی الساقین که طول هر ساق آن برابر ۱۰ و طول قاعده آن برابر ۱۲ است، یک مربع محاط کنید (راهنمایی: باید ضلع مربع را محاسبه کرد). این مسأله از خوارزمی است.

۹. تحقیق کنید، اگر عددی در تقسیم بر ۹ به باقیمانده ۱ یا ۸ برسد، مجذور آن عدد در تقسیم بر ۹، باقیمانده ای برابر ۱ خواهد داشت. (از ابن سینا).
۱۰. می خواهیم عددی را پیدا کنیم که، اگر آن عدد را در خودش ضرب، سپس دو واحد به آن اضافه کنیم بعد بر ۵ تقسیم و بالاخره در ۱۰ ضرب کنیم، عدد ۵۰ به دست می آید. (از بهاءالدین عاملی).

۱۱. عددی پیدا کنید که اگر توان چهارم آن را بر نصف خودش تقسیم و سپس با ۱۴ جمع کنیم، عدد ۱۰۰ به دست می آید. (از اویلر).

۱۲. دو عدد صحیح زوج متوالی را چنان پیدا کنید که مجموع آن ها ۶۲ واحد آن حاصل ضرب آن ها کم تر باشد.

معرفی منابع برای مطالعه بیش تر

۱. جیستاکوف، و. د. مسأله های تاریخی ریاضیات پ شهر یاری نشری برلمان، بی. ا. سرگرمی های جبر. نشر امیرکبیر.
۲. عین اللهی، ع. روش های استدلال در ریاضیات. نشر پیرین.
۳. واردن، ب. ل. تاریخ جبر. م. وحیدی اصل و ع. جمالی. نشر مکتون.