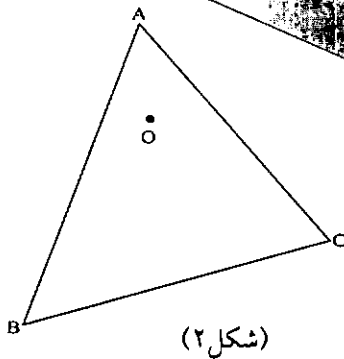




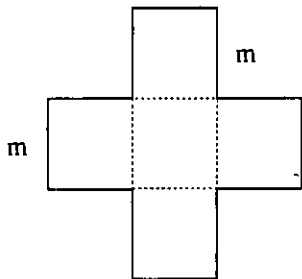
محمد علی شیخان

هندسی فکر کنیم

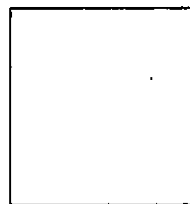


(شکل ۲)

۳. با اجتماعی از پنج مربع متساوی، شکل ۳ تشکیل شده است. به کمک دو برش با قیچی، آن را چنان تقسیم کنید که با اجزای به دست آمده بتوان، یک مربع معادل آن ساخت (شکل ۴). ضمناً طول ضلع مربع را بر حسب m (اندازه ی ضلع مربع) محاسبه کنید.



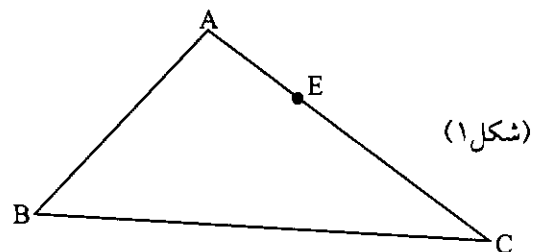
(شکل ۳)



(شکل ۴)

در مورد حل مسأله ها، به رأس های کلی راه حل اشاره شده است، تفصیل آن را خود بررسی کنید. ضمناً چون فرض بر آن گذاشته شده که عملاً کار تقسیم میسر است، از بحث صرف نظر شد.

۱. دو برادر از پدرشان مزرعه ای مثلثی شکل به ارث برده اند که چاه آبی روی یکی از اضلاع آن وجود دارد. زمین را به دو قسمت معادل چنان تقسیم کنید که خط تقسیم از مرکز دهانه ی چاه بگذرد. به عبارت دیگر، چاه بین دو قطعه زمین مشترک باشد (شکل ۱).



(شکل ۱)

۲. مسأله ی فوق را برای حالتی که چاه در داخل مثلث قرار داشته باشد، به صورت زیر حل کنید: مثلث را بین سه برادر به قسمت های معادل چنان تقسیم کنید که چاه بینشان مشترک باشد (شکل ۲).

حل ۱:

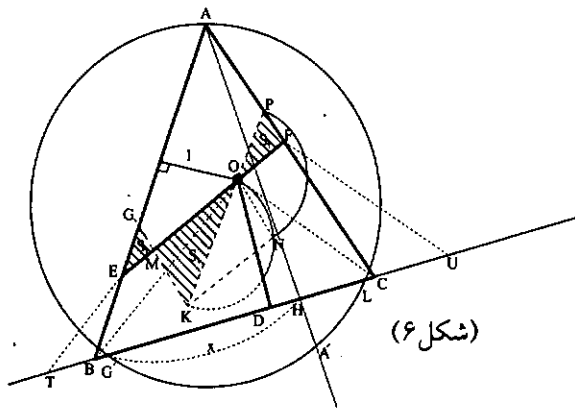
$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\overline{OP}^2}{\overline{OK}^2} \quad (3)$$

از جمع طرفین رابطه های ۲ و ۳ و با در نظر گرفتن رابطه ی ۱ خواهیم داشت: $S_1 = S_2 + S_3$ و این یعنی:

$$S_{AEF} = \frac{1}{3} S_{ABC}$$

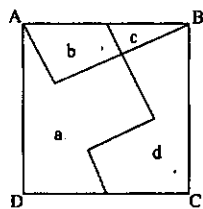
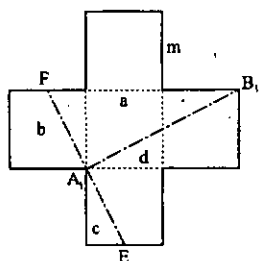
برای رسم OD، ابتدا OC و OB را وصل می کنیم آن گاه ET و FU را به ترتیب موازی OC و OB می کشیم (نقاط T و U روی ضلع BC هستند) اگر D وسط TU باشد، OD خط مطلوب است. یعنی دو شکل BEOD و DOFC معادل هم هستند (می توانید با رسم خط OU و OT به معادل بودن آنها دست یابید).

در نتیجه $S_{AEF} = S_{BEOD} = S_{DOFC} = \frac{1}{3} S_{ABC}$ است و چاه بین زمین ها مشترک است.



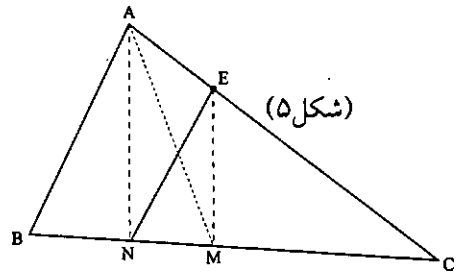
حل ۳:

دو برش در امتداد A_1B_1 و EF هستند (نقاط E و F وسط ضلع ها هستند).
قطعات حاصل، a و b و c و d در شکل ۲ چیده شده اند و مربع ABCD تشکیل شده است.



اندازه ی ضلع مربع حاصل $m\sqrt{5}$ است (محاسبه کنید).

AM میانه ی نظیر ضلع BC را رسم کنید. خط AN را موازی خط ME بکشید (N روی BC است). خط NE مرز مشترک دو زمین مطلوب است (شکل ۵).



حل ۲:

کافی است ابتدا مثلث مفروض ABC را به وسیله ی خطی که از O می گذرد (در شکل ۶ خط EF) طوری تقسیم کنیم که مساحت مثلث AEF مساوی نصف مساحت چهارضلعی BEFC باشد. آن گاه چهارضلعی اخیر را به وسیله ی خط OD به دو شکل معادل تقسیم می کنیم (O محل استقرار چاه فرض شده است).

اما رسم خط EOF - ابتدا بین سه طول معلوم AH (ارتفاع نظیر رأس A)، I (فاصله ی O از مثلاً ضلع AB) و $\frac{1}{6}BC$ ، طولی مانند x چنان می سازیم که $\frac{1}{6}BC \cdot AH = I \cdot x$ باشد. (در

شکل $HA' = \frac{1}{6}BC$ در امتداد ارتفاع AH و $HL = I$ روی BC

انتخاب شد و دایره ای از سه نقطه ی A' و L و A گذشت، به منظور تعیین $x = HG'$. حال روی AB طول $x = GA$ را برگزیدیم و GK و KOP را به ترتیب موازی AC و AB کشیدیم. بدیهی است، مساحت متوازی الاضلاع AGKP مساوی $I \cdot AG$ یعنی $\frac{1}{3} S_{ABC}$ است. چون مثلث قائم الزاویه ی

ONK را به وتر OK و به ضلع $ON = OP$ بسازیم و GE را در امتداد AG روی ضلع AB مساوی NK انتخاب کنیم، خط EOF خط مطلوب اولی است.

زیرا با توجه به شکل و نامگذاری هایی که شده است، داریم:

$$\overline{OK}^2 = \overline{ON}^2 + \overline{NK}^2 = \overline{OP}^2 + \overline{NK}^2 \quad (1)$$

و از تشابه مثلث های EGM و OKM و OPF داریم:

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\overline{GE}^2}{\overline{OK}^2} = \frac{\overline{NK}^2}{\overline{OK}^2} \quad (2)$$