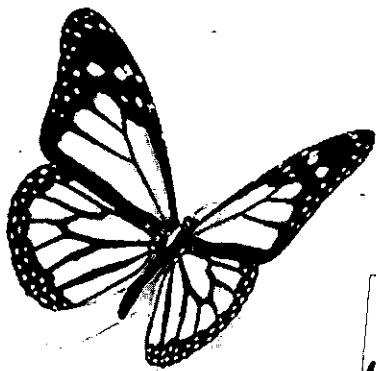
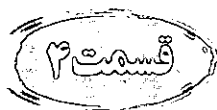




هم‌نهشتی و کاربردهای آن



● سید محمدرضا هاشمی موسوی
hashemi - moosavi@yahoo.com

اشاره

کمک این قضایای کاربردی و مهم می‌پردازیم که خلاقیت و ابتکار عمل زیادی را طلب می‌کند. در آخر هر مبحث و مقاله، تعدادی تمرین مطابق مثال‌های متن آورده می‌شود که می‌توانید با مراجعه به هر مثال، تمرین نظیر آن را حل کنید.

قواعد تعیین باقی‌مانده‌ی تقسیم بر ۲، ۵، ۴، ۲۵، ۸، ۱۲۵ و

۱. باقی‌مانده‌ی تقسیم هر عدد بر ۲ (یا ۵) برابر با باقی‌مانده‌ی

در سه قسمت قبل، با مفهوم و تعریف و قوانین محاسبات هم‌نهشتی و هم‌چنین، با قضیه‌های اساسی و مهم هم‌نهشتی که در حل مسئله‌های متفاوت نقش بسیار مهمی را بر عهده دارند، آشنا شدید. اینک در این شماره و شماره‌های آتی مجله، به برخی از کاربردهای مهم و اساسی هم‌نهشتی، مانند قواعد تعیین باقی‌مانده‌ها در تقسیم، محاسبه‌ی رقم یکان و باقی‌مانده‌های تقسیم اعداد توانی و اعداد شامل فاکتوریل، حل معادله‌ها و دستگاه‌های هم‌نهشتی، حل معادله‌های سیاله‌ی خطی، غیرخطی و درجه‌ی k مجهولی به توسط قضیه‌ی کوچک فرما، اویلر و ویلسن و حل دیگر مسائل به

تقسیم رقم یکان عدد مفروض بر ۲ (یا ۵) است؛ زیرا:

$$2n \equiv -1 \pmod{5}; 2n \equiv -2 \pmod{10};$$

$$2n \equiv -2 \pmod{5}; n \equiv -1 \pmod{5}$$

در این جا دو حالت را در نظر می گیریم:

$$n \equiv -1; n \equiv -1+5; n \equiv 4$$

$$n \equiv -1; n \equiv 4-1; n \equiv 3$$

بنابراین، عدد مفروض به پیمانه ۳ برابر ۲۰۰۲۱۳۲۷ و به پیمانه ۹ برابر ۲۰۰۸۱۳۸۷ است.

قاعده‌ی تعیین باقی مانده‌ی تقسیم بر ۲۷ و ۳۷

۵. باقی مانده‌ی تقسیم هر عدد بر ۲۷ (یا ۳۷) برابر با باقی مانده‌ی عددی است که از سمت راست عدد مفروض، سه رقم سه رقم جدا و باهم جمع کرده ایم؛ زیرا با توجه به هم نهشتی $(1000)^n \equiv 1 \pmod{27}$ می توان نوشت:

$$a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_8 a_7 a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 a_0 = a_2 a_1 a_0 + a_5 a_4 a_3 (1000) +$$

$$a_8 a_7 a_6 (1000)^2 + a_{11} a_{10} a_9 (1000)^3 + \dots \equiv a_2 a_1 a_0 +$$

$$a_5 a_4 a_3 + a_8 a_7 a_6 + a_{11} a_{10} a_9 + \dots = N \pmod{27} \equiv ?$$

مثال: باقی مانده‌ی تقسیم عدد ۲۰۰۸۱۳۸۷۸ بر ۲۷ و ۳۷ تعیین کنید.

حل: از سمت راست عدد مفروض را سه رقم سه رقم جدا و اعداد جدا شده را با هم جمع می کنیم:

$$200813878 \equiv 878 + 813 + 200 = 1891$$

$$1891 \equiv 891 + 1 = 892 \equiv 1; 1891 \equiv 891 + 1 = 892 \equiv 4$$

بنابراین، باقی مانده‌ی تقسیم عدد مفروض بر ۲۷ برابر ۱ و بر ۳۷ برابر ۴ است.

قاعده‌ی تعیین باقی مانده‌ی تقسیم بر ۱۰۷ و ۱۳۰۱

۶. با توجه به هم نهشتی $1000 \equiv -1 \pmod{107}$ و با توجه به قاعده‌ی ۵ برای تعیین باقی مانده‌ی تقسیم یک عدد بر ۷ (یا ۱۱ یا ۱۳)،

$$a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0 = 10(a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1) + a_0 \equiv 0 + a_0 = a_0$$

واضح است که باقی مانده‌ی هر عدد بر ۲ (یا ۵)، معادل باقی مانده‌ی یکان آن عدد بر ۲ (یا ۵) است.

۲. باقی مانده‌ی تقسیم هر عدد بر ۴ (یا ۲۵) برابر با باقی مانده‌ی تقسیم دو رقم سمت راست عدد مفروض بر ۴ (یا ۲۵) است؛ زیرا:

$$a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0 = a_n a_{n-1} \dots a_2 \times 100 + a_1 a_0 \equiv 0 + a_1 a_0 = a_1 a_0$$

۳. باقی مانده‌ی تقسیم هر عدد بر ۸ (یا ۱۲۵) برابر با باقی مانده‌ی تقسیم سه رقم سمت راست عدد مفروض بر ۸ (یا ۱۲۵) است؛ زیرا:

$$a_n a_{n-1} \dots a_3 a_2 a_1 a_0 = a_n a_{n-1} \dots a_3 \times 1000$$

$$+ a_2 a_1 a_0 \equiv a_2 a_1 a_0 \pmod{8} \pmod{125}$$

مثال: باقی مانده‌ی تقسیم عدد ۲۰۰۸۱۳۸۷ بر ۲، ۴، ۵، ۸، ۲۵ و ۱۲۵ تعیین کنید.

حل: با توجه به قاعده‌ی ۱، باقی مانده‌ی عدد مفروض بر ۲ و ۵ به ترتیب ۱ و ۲ می شود. با توجه به قاعده‌ی ۲، باقی مانده‌ی عدد مفروض بر ۴ و ۲۵ به ترتیب معادل باقی مانده‌ی عدد ۸۷ بر ۴ و ۲۵، یعنی ۳ و ۱۲ است.

با توجه به قاعده‌ی ۳، باقی مانده‌ی عدد مفروض بر ۸ و ۱۲۵ به ترتیب معادل باقی مانده‌ی عدد ۳۸۷ بر ۸ و ۱۲۵، یعنی ۳ و ۱۲ است.

قاعده‌ی تعیین باقی مانده‌ی تقسیم بر ۹۰۳

۴. باقی مانده‌ی تقسیم هر عدد بر ۳ (یا ۹) برابر با باقی مانده‌ی تقسیم مجموع ارقام آن عدد بر ۳ (یا ۹) است؛ زیرا:

$$a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0 = a_n + 10a_{n-1} + \dots + 10^n a_0 \equiv a_n + a_{n-1} + \dots + a_0$$

مثال: اگر باقی مانده‌ی تقسیم عدد مفروض $20013n7$ بر ۳ (یا ۹) برابر ۲ باشد، n را بیابید.

حل: با توجه به قاعده‌ی ۴ کافی است مجموع ارقام عدد مفروض را بر ۳ (یا ۹) تقسیم و باقی مانده را تعیین کنیم.

$$7 + n + 3 + 1 + n + 0 + 0 + 2 \equiv 2 \pmod{3} \pmod{9}; 2n + 13 \equiv 2$$

از سمت راست عدد را سه رقم سه رقم جدا و اعداد جدا شده را جمع جبری می کنیم. سپس باقی مانده ی عدد حاصل را بر ۷ (یا ۱۱ یا ۱۳) به دست می آوریم.

$$a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 a_0 = a_2 a_1 a_0 + a_5 a_4 a_3 (1000) +$$

$$\frac{(13 \text{ یا } 11 \text{ یا } 7)}{a_2 a_1 a_0 - a_5 a_4 a_3 + \dots} = N \stackrel{(13 \text{ یا } 11 \text{ یا } 7)}{=} ?$$

مثال: باقی مانده ی تقسیم عدد 200813878 را بر 7 ، 11 و 13 تعیین کنید.
حل: از سمت راست عدد مفروض را سه رقم سه رقم جدا و اعداد جدا شده را با هم جمع جبری می کنیم:

$$\begin{aligned} 200813878 &\stackrel{(13 \text{ یا } 11 \text{ یا } 7)}{=} 878 - 813 + 200 = 265 \\ 265 &\stackrel{7}{=} 6, \quad 265 \stackrel{11}{=} 1, \quad 265 \stackrel{13}{=} 5 \end{aligned}$$

تبصره: باقی مانده ی تقسیم بر 11 را به صورت ساده تری نیز می توان به دست آورد. $(10^n \equiv (-1)^n)$:

$$\overline{a_n \dots a_1 a_0} = a_n + 10^1 a_{n-1} + 10^2 a_{n-2} + \dots + 10^n a_0 \equiv a_n - a_{n-1} + a_{n-2} - \dots + (-1)^n a_0$$

مثال: باقی مانده ی تقسیم 13872008 بر 11 را بیابید.
حل: (باقی مانده ی تقسیم)

$$13872008 \stackrel{11}{=} (7-8+3-1)2008 \stackrel{11}{=} (1)2008 = 1$$

مثال: باقی مانده ی تقسیم عدد N را بر 7 بیابید.

$$N = (2003)^{1282} \cdot (3004)^{1284} \cdot (4005)^{1285} \cdot (7006)^{1287} \cdot (8007)^{1289} \cdot (9008)^{1289}$$

حل: باقی مانده ی هر عامل را بر 7 تعیین می کنیم:

$$(2003)^{1282} \stackrel{7}{=} (3-2)^{1282} = 1, \quad (3004)^{1284} \stackrel{7}{=} (4-3)^{1284} = 1$$

$$(4005)^{1285} \stackrel{7}{=} (5-4)^{1285} = 1$$

$$(7006)^{1287} \stackrel{7}{=} (6-7)^{1287} = -1 \stackrel{7}{=} 6$$

$$(8007)^{1287} \stackrel{7}{=} (7-8)^{1287} = -1 \stackrel{7}{=} 6$$

$$(9008)^{1289} \stackrel{7}{=} (8-9)^{1289} = -1 \stackrel{7}{=} 6$$

پس:

$$N \stackrel{7}{=} (1)(1)(1)(6)(6)(6) = 6^3 \stackrel{7}{=} (-1)^3 = -1 \stackrel{7}{=} 6 \text{ (باقی مانده)}$$

مثال: باقی مانده ی تقسیم $(987654321)^{4008}$ را بر 13 بیابید.

حل:

$$(987654321)^{4008} \stackrel{13}{=} (321-654+987)^{4008} \stackrel{13}{=} (654)^{4008} \text{ (باقی مانده)}$$

$$(654)^{4008} \stackrel{13}{=} 4^{4008} = (4^3)^{1336} = 64^{1336} \stackrel{13}{=} (-1)^{1336} = 1$$

مثال: باقی مانده ی تقسیم عدد N را بر 37 بیابید.

$$N = (1035)^{2002} \cdot (3003)^{2004} \cdot (1005)^{2004} \cdot (4365)^{2006} \cdot (2004)^{2008}$$

حل: باقی مانده ی هر عامل را بر 37 تعیین می کنیم:

$$(N \stackrel{37}{=} (-1)(1)(1)(1) = -1 \stackrel{37}{=} 36)$$

$$(1035)^{2002} \stackrel{37}{=} (035+1)^{2002} = 36^{2002} \stackrel{37}{=} (-1)^{2002} = -1$$

$$(3003)^{2004} \stackrel{37}{=} (003+3)^{2004} = 6^{2004}$$

$$6^{2004} = 36^{1002} \stackrel{37}{=} (-1)^{1002} = 1$$

$$(1005)^{2004} \stackrel{37}{=} (005+1)^{2004} = 6^{2004} \stackrel{37}{=} 1$$

$$(4365)^{2006} \stackrel{37}{=} (365+4)^{2006} = 369^{2006} \stackrel{37}{=} (-1)^{2006} = 1$$

$$(2004)^{2008} \stackrel{37}{=} (004+2)^{2008} = 36^{1004} \stackrel{37}{=} 1$$

مثال: باقی مانده ی تقسیم $N = (1387)^{2008} \cdot (2008)^{1287}$ بر 9 بیابید.

حل:

$$(2008)^{1287} \stackrel{9}{=} (8+0+0+2)^{1287} = 10^{1287} \stackrel{9}{=} 1$$

$$(1387)^{2008} \stackrel{9}{=} (7+8+3+1)^{2008} = 19^{2008} \stackrel{9}{=} 1; \quad N \stackrel{9}{=} 1 \times 1 = 1$$

مثال: باقی مانده ی تقسیم $N = 3^{21} + 3^{22} + 3^{23} + 3^{24}$ بر 13 بیابید.

حل:

$$N = 3^{20} \times 3 + 3^{20} \times 3^2 + 3^{20} \times 3^3 + 3^{20} \times 3^4$$

$$3^{20} = (3^2)^{10} = (27)^{10} \stackrel{13}{=} (1)^{10} = 1; \quad 2^{20} \stackrel{13}{=} 1$$

$$N \stackrel{13}{=} (1)(3) + (1)(9) + (1)(1) + (3)(1) = 3 + 9 + 1 + 3 = 16 \stackrel{13}{=} 3$$

(باقی مانده)

۱۳ بیاید.

$$64 \equiv -1, 65 \equiv 0, 66 \equiv 1$$

حل:

$$N = (64 \times 65 \times 66)^{1387} \equiv ((-1)(0)(1))^{1387} = (0)^{1387} = 0$$

مثال: اگر باقی مانده ی تقسیم بر ۷ برابر ۳ باشد و داشته باشیم:

$$(A \equiv 3) \quad B = A^7 + 3A^2 + 4A + 7$$

باقی مانده ی B را بر ۷ بیاید.

$$B = A^7 + 3A^2 + 3A + 1 + A + 6$$

$$= (A+1)^7 + A + 6 \equiv 4^7 + 3 + 6$$

$$B \equiv 7^7 \equiv 3, B \equiv 3$$

پس A و B هم باقی مانده به ۷ هستند.

مثال: اگر باقی مانده ی تقسیم k بر ۷ و ۸ به ترتیب برابر ۴ و ۳

باشد، باقی مانده ی تقسیم k بر ۵۶ را بیاید.

$$\begin{cases} k \equiv 4; & 8k \equiv 8 \times 4; & 56 \equiv 32 \\ k \equiv 3; & 7k \equiv 7 \times 3; & 56 \equiv 21 \end{cases}$$

حل:

$$8k - 7k \equiv 32 - 21; \quad k \equiv 11 \Rightarrow r = 11$$

مثال: باقی مانده ی تقسیم 7^{1387} را بر عدد ۱۹ بیاید.

$$7^{1387} = (7^2)^{693} \times 7 = 343^{693} \times 7 \equiv (1)^{693} \times 7 = 7$$

مثال: باقی مانده ی تقسیم 11^{1387} را بر عدد ۶۱ بیاید.

$$11^{1387} = (11^2)^{693} \times 11 = (121)^{693} \times 11 \equiv (-1)^{693} \times 11 \equiv -11 \equiv 50$$

مثال: باقی مانده ی تقسیم عدد $N = (13^{75} + 19^{57})^2$ را بر ۱۷

بیاید.

$$k = 13^{75} + 19^{57} \equiv (-4)^{75} + 2^{57} \equiv (-4)(-4)^{74} + (2^2)^{28} + (2^2)^{1} \equiv (-4)(-1)^{74} + (2^2)^{28} + (2^2)^{1}$$

$$k = (-4)(1)^{74} + (16)^{28} + (2)^{28} \equiv (-4)(-1)^{74} + (16)^{28} + (2)^{28}$$

$$+ (-1)^{28} + 2 \equiv 4 + 2 \equiv 6$$

$$N \equiv k^2 \equiv 6^2 \equiv 1296 \equiv 4; \quad N \equiv 4$$

مثال: باقی مانده ی تقسیم 13^{1387} را بر عدد ۴۸ (یا ۵۴) بیاید.

مثال: باقی مانده ی تقسیم بر N را بر ۲۵ بیاید.

$$N = 7^2 + 7^n + 7^{n+1} + 7^{n+2} + 7^{n+3}$$

$$N = 49 + 7^n(1 + 7 + 7^2 + 7^3) = 49 + 7^n(400)$$

$$N = 49 + 7^n(400) \equiv 49 + 7^n(16 \times 25) \equiv 49 + 7^n \equiv -1 \equiv 24$$

(باقی مانده)

مثال: اگر x, y, z مضرب ۶ باشند، باقی مانده ی تقسیم

$$N = (x^2 + y^2 + z^2 + x^2 y^2 z^2 - 1)^{1387}$$

حل:

$$6|x; 2 \times 3|x; 2^2 \times 3^2|x^2; 2^2 \times 3^2|x^2; 7^2|x^2;$$

$$\begin{cases} x^2 \equiv 0, & y^2 \equiv 0, & z^2 \equiv 0, \\ x^2 y^2 z^2 \equiv 0. \end{cases}$$

$$N = (x^2 + y^2 + z^2 + x^2 y^2 z^2 - 1)^{1387} \equiv (0 + 0 + 0 - 1)^{1387}$$

$$= -1 \equiv 71$$

(باقی مانده)

مثال: باقی مانده ی تقسیم $N = 1! + 2! + 3! + \dots + n!$ را بر عدد

۲۴ بیاید.

$$\text{حل: با توجه به برابری های } 1! = 1, 2! = 2, 3! = 6,$$

$$4! = 24, 5! = 120, \dots$$

$$\text{برای } n \geq 4 \text{ داریم: } n! \equiv 0$$

$$N = 1! + 2! + 3! + 4! + \dots + n! \equiv 1 + 2 + 6 + 0 + \dots + 0 = 9$$

(باقی مانده)

مثال: باقی مانده ی تقسیم عدد 9^{25} را بر عدد ۱۵ بیاید.

$$\text{حل: } 9 \equiv 9, 9^{25} \equiv 1; 9^{25} \equiv 1 \equiv 4q; 9^{25} = 4q + 1$$

$$9^{25} = 9^{2q+1} = (9^2)^q \times 9 = 81^q \times 9 \equiv (1)^q \times 9 \equiv 9$$

مثال: باقی مانده ی تقسیم 7^{1387} را بر عدد ۱۲ بیاید.

حل: (۹ به هر توانی برسد، عددی فرد است)

$$7^{1387} \equiv 1^{1387} = 1; 7^{1387} = 2q + 1$$

$$7^{1387} = 7^{2q+1} = (7^2)^q \times 7 = (49)^q \times 7 \equiv (1)^q \times 7 = 7$$

مثال: باقی مانده ی تقسیم عدد $N = (64 \times 65 \times 66)^{1387}$ را بر

حل:

$$1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

خواهیم داشت:

$$\frac{1386 \times 1387}{2} x \equiv \frac{1387 \times 1388}{2} y; 693x \equiv 694y$$

$$(693 \equiv 0) \quad 693x \equiv (693+1)y; y \equiv 0; y = 3k$$

پس:

مثال: باقی مانده ی تقسیم عدد N را بر عدد 4 تعیین کنید (یا فرض

این که $n \geq 100$):

$$N = (1387-n)^{1387} + (1386-n)^{1387} + (1385-n)^{1387} + (1384-n)^{1387}$$

حل: با توجه به این نکته که k عدد متوالی در تقسیم بر k، به تعداد k باقی مانده ی متمایز به صورت $(0, 1, 2, \dots, (k-1))$ را خواهند داد (البته نه صرفاً با همین ترتیب)، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} N &= (1387-n)^{1387} + (1386-n)^{1387} + (1385-n)^{1387} \\ &+ (1384-n)^{1387} \equiv (0)^{1387} + (1)^{1387} + (2)^{1387} + (3)^{1387} \\ N &\equiv 1 + 2^{1387} + (-1)^{1387} = 1 + 2^{1387} - 1 = 2^{1387} \\ &= 2^2 \times 2^{1385} = 4 \times 2^{1385} \equiv 0 \end{aligned}$$

مثال: باقی مانده ی تقسیم عدد M را بر عدد 6 تعیین کنید:

$$M = (m+1381)^2 + (m+1382)^2 + \dots + (m+1386)^2$$

حل: از تقسیم k عدد متوالی بر k، k باقی مانده ی متمایز $(0, 1, 2, \dots, (k-1))$ حاصل می شود. بنابراین، از تقسیم عدد متوالی سمت راست بر 6، باقی مانده ها حاصل می شوند؛ پس:

$$\begin{aligned} M &\equiv (0)^2 + (1)^2 + (2)^2 + (3)^2 + (4)^2 + (5)^2 \\ &= \left(\frac{5(5+1)}{2} \right)^2 = 225 \equiv 3 \end{aligned}$$

مثال: باقی مانده ی تقسیم $N = 3^{1387} + 4^{1387} + 5^{1387} + 6^{1387}$

را بر 12 بیاید.

حل:

$$\begin{aligned} N &= 3^{1387} + 4^{1387} + 5^{1387} + 6^{1387} \equiv (0)^{1387} \\ &+ (1)^{1387} + (-1)^{1387} + (0)^{1387} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N &= 3^{1387} + 4^{1387} + 5^{1387} + 6^{1387} \equiv (-1)^{1387} + (0)^{1387} \\ &+ (1)^{1387} + (0)^{1387} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 6 = 2 \times 3 \\ 48 = 3 \times 2^4 \\ 54 = 2 \times 3^3 \end{cases}; \begin{cases} 6^2 = 2^2 \times 3^2 \\ 48 = 2^4 \times 3 \\ 54 = 2 \times 3^3 \\ 6^3 = 2^3 \times 3^3 \end{cases}; \begin{cases} 48 | 6^2; 6^4 \equiv 0 \\ 54 | 6^2; 6^3 \equiv 0 \end{cases}$$

$$6^4 \times 6^{1382} \equiv 0; 6^{1387} \equiv 0; 6^3 \times 6^{1384} \equiv 0; 6^{1387} \equiv 0$$

توجه: باقی مانده ی عدد مفروض در تقسیم بر 48 (یا 54) برابر

صفر است (اگر $a^m \equiv 0$ ، آن گاه $k > n$ ، $a^k \equiv 0$).

مثال: باقی مانده ی تقسیم عدد $N = (1+2+3+\dots+1382)^{1382}$

را بر 1382 بیاید:

حل: با توجه به این که 1382 بر 4 باقی مانده ی 2 می دهد:

$$(1+2+3+\dots+1382)^{1382} \equiv \frac{1382 \times 1382}{2} = 691$$

مثال: باقی مانده ی $3a^7$ بر 74 برابر 43 است، باقی مانده ی $3a^7$

بر 43 بیاید.

حل:

$$7a \equiv 6; 7a \equiv 6+43; 7a \equiv 49; a \equiv 7$$

$$a^7 \equiv 7^7; 3a^7 \equiv 3 \times 49 \times 49 \equiv 3 \times 6 \times 6 = 108 \equiv 22$$

مثال: باقی مانده ی تقسیم 3^{4439} را بر 73 بیاید.

حل:

$$3^6 = 729 \equiv -1; (3^6)^{740} \equiv (-1)^{740} = 1; 3^{4440} \equiv 1;$$

$$3^{4440} \equiv 1 - 73 = -72; (3, 73) = 1$$

(دو طرف هم نهشتی را به 3 ساده می کنیم)

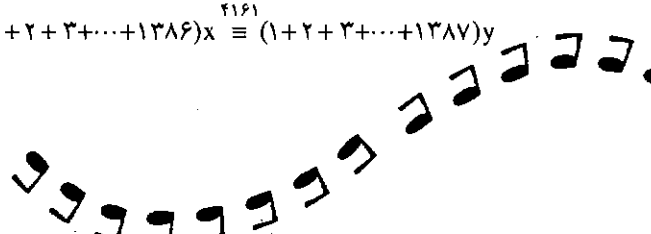
$$3^{4439} \equiv -24; 3^{4439} \equiv -24 + 73 = 49$$

توجه: در این دو مثال، از قاعده ی زیر استفاده شد:

$$ac \equiv bc; a \equiv b \pmod{(m,c)}; \begin{cases} ac \equiv bc \\ (m,c) = 1 \end{cases}; a \equiv b \pmod{m}$$

مثال: از هم نهشتی زیر نتیجه بگیرید که y مضرب 3 است:

$$(1+2+3+\dots+1386)x \equiv (1+2+3+\dots+1387)y$$



با توجه به $(3, 4) = 1$ و $N \equiv 0$ ، خواهیم داشت:

$$N = 3^{1287} + 4^{1287} + 5^{1287} + 6^{1287} \equiv 0$$

پس N بر ۱۲ بخش پذیر است؛ زیرا: $N \equiv 0$.

تمرین

- باقی مانده‌ی تقسیم عدد 123456789 را بر $125, 4, 5, 3$ بیابید (بدون عمل تقسیم).
- اگر باقی مانده‌ی تقسیم عدد مفروض $13n720n$ بر 3 (یا 9) برابر 2 باشد، n را بیابید.
- باقی مانده‌ی تقسیم عدد 13872008 را بر 27 و 37 بیابید (بدون عمل تقسیم).
- باقی مانده‌ی تقسیم عدد 200813871387 را بر $11, 13$ و 17 بیابید (بدون عمل تقسیم).
- باقی مانده‌ی تقسیم 2008^{1287} را بر 11 بیابید.
- باقی مانده‌ی تقسیم عدد N را بر 7 بیابید.

$$N = (3002)^{1282} (4003)^{1282} (5004)^{1282} (6005)^{1282} (7006)^{1282} (8007)^{1282}$$
- باقی مانده‌ی تقسیم $20(1234567899999)$ را بر 13 بیابید.

۸. باقی مانده‌ی تقسیم عدد M را بر 37 بیابید.

$$M = (2004)^{1287} (4365)^{1288} (1005)^{1289} (3003)^{1290} (1035)^{1291}$$

۹. باقی مانده‌ی تقسیم $N = (2008)^{2008} \cdot (1387)^{1287}$ را بر 13 بیابید.

۱۰. باقی مانده‌ی تقسیم $M = (3^{32} + 3^{33} + 3^{34})^{1288}$ را بر 13 بیابید.

۱۱. باقی مانده‌ی تقسیم N را بر 25 بیابید.

$$N = (7^8 + 7^{n+2} + 7^{n+2} + 7^{n+1} + 7^n)^{2009}$$

۱۲. اگر x, y, z مضرب 6 باشند، باقی مانده‌ی تقسیم

$$M = (x^2 + y^2 + z^2 + x^2 y^2 z^2 - 6665)^{2009}$$

را بر 72 بیابید.

۱۳. باقی مانده‌ی تقسیم عدد $N = (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2)^n$ را بر n بیابید.

۱۴. باقی مانده‌ی تقسیم عدد $M = (1! + 2! + 3! + \dots + n! + 230)^{1288}$ را بر 24 بیابید.

۱۵. باقی مانده‌ی تقسیم عدد $N = 2^{9^{2009}} + 2^{9^{1287}}$ را بر 15 بیابید.

۱۶. باقی مانده‌ی تقسیم عدد $M = 7^{9^{2009}} + 1728^{2009 \cdot 1288}$ را

بر 12 بیابید.

۱۷. باقی مانده‌ی تقسیم عدد $N = (2160)^{1287} + (4224)^{1288} + (4290)^{1289}$ را بر 13 بیابید.

۱۸. باقی مانده‌ی تقسیم A بر 7 برابر 5 است. باقی مانده‌ی

تقسیم عدد B را بر 7 بیابید.

$$B = (A^2 + 3A^2 + 4A + 12)^2$$

۱۹. اگر باقی مانده‌ی تقسیم k بر 7 و 8 به ترتیب 5 و 6 باشد،

باقی مانده‌ی تقسیم k بر 56 را بیابید.

۲۰. باقی مانده‌ی تقسیم عدد 7^{2008} را بر 19 بیابید.

۲۱. باقی مانده‌ی تقسیم 11^{2009} را بر 61 بیابید.

۲۲. باقی مانده‌ی تقسیم عدد $M = (13^{87} + 19^{89})^{2008}$ را بر 17 بیابید.

۲۳. باقی مانده‌ی تقسیم 6^{2009} را بر عدد 48 (یا 54) بیابید.

۲۴. باقی مانده‌ی تقسیم عدد $N = (1^2 + 2^2 + \dots + 1382^2)^{1282}$ را بر 1382 بیابید.

۲۵. باقی مانده‌ی تقسیم $M = 3^{1288} + 3^{2009}$ را بر 73 بیابید.

۲۶. از هم نهشتی زیر نتیجه بگیرید که y مضربی از 3 است:

$$(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 1386^2)^2 x$$

$$\equiv (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 1387^2)^2 y$$

۲۷. باقی مانده‌ی تقسیم عدد N را بر عدد 6 بیابید.

$$N = (m + 2004)^2 + (m + 2005)^2 + \dots + (m + 2009)^2$$

۲۸. باقی مانده‌ی تقسیم عدد $M = 3^{2009} + 4^{2009} + 5^{2009} + 6^{2009}$ را بر 12 بیابید.

