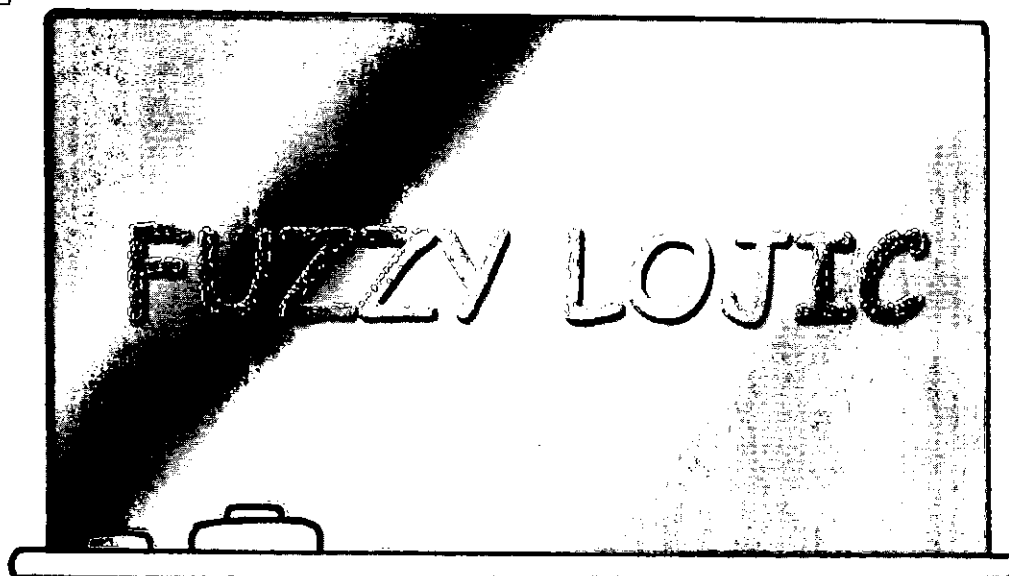




نظریه‌ی مجموعه‌های فازی

اشاره

در بخش‌های قبل، خوانندگان محترم با مفاهیم اولیه در مجموعه‌های فازی آشنا شدند. هدف از ارائه‌ی این مجموعه از مقالات، معرفی تاریخچه، اصول تعاریف پایه‌ای در تئوری مجموعه‌های فازی برای آشنایی دانش‌آموزان و معلمان گرامی بود. هر یک از خوانندگان عزیز می‌توانند با مطالعه‌ی مراجعی که در پایان بخش معرفی شده بودند، اطلاعات کامل‌تری را در خصوص مطالب مطرح شده از مجموعه‌های فازی دریافت کنند. هم‌چنین، با استفاده از شبکه‌ی اینترنت و جست‌وجو در سایت‌های مربوط به معرفی مفاهیم فازی، می‌توان تاریخچه و کاربردهای مجموعه‌ها و منطق فازی را در علوم گوناگون ملاحظه کرد. در حال حاضر، مجلات علمی متعددی در جهان وجود دارند که مقالات علمی مربوط به شاخه‌های گوناگون علم فازی را چاپ می‌کنند و آخرین تحقیقات و دستاوردهای دانشمندان و محققان را در خصوص پیشرفت‌های این شاخه‌ی علمی جدید به چاپ می‌رسانند. از جمله مجلات معتبر خارجی که می‌توان در زمینه‌ی مجموعه‌ها و سیستم‌های فازی معرفی کرد، ژورنال *Fuzzy Sets and System* است. در کشور ما نیز مجله‌ی سیستم‌های فازی ایران، با عنوان «*Iranian Journal of fuzzy System*» زیر نظر انجمن سیستم‌های فازی ایران به چاپ می‌رسد که از جمله مجلات داخلی معتبر در خصوص معرفی مقالات فازی است. سالانه در ایران و سایر کشورهای جهان، همایش‌هایی با عنوان سیستم‌های فازی برگزار می‌شود که محققان علم فازی در شاخه‌های کاری خود، با حضور در این کنفرانس‌های بین‌المللی، کارهای تحقیقاتی خود را معرفی می‌کنند. به امید آن که این چند قسمت از معرفی مجموعه‌های فازی توانسته باشد مورد استفاده‌ی خوانندگان محترم قرار گیرد و انگیزه‌ای برای مطالعه‌ی بیشتر را برای علاقه‌مندان فراهم کرده باشد، در این قسمت که آخرین مقاله در خصوص آشنایی با مجموعه‌های فازی است، به مفاهیم منطق فازی اشاره‌ی مختصری می‌کنیم.

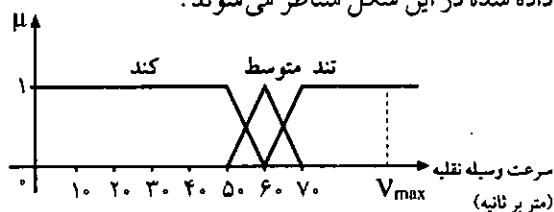
مقدمه

که در منطق فازی، هر گزاره ارزش‌های متعددی دارد. به همین دلیل، به آن منطق چند ارزشی هم می‌گویند. در منطق کلاسیک، ارزش درستی یا نادرستی هر گزاره، به ترتیب با T و F نمایش داده می‌شود. به عبارت دیگر، در منطق قطعی،

منطق فازی توسعه‌ای از منطق دودویی (منطق بولی) است. در منطق کلاسیک، تنها دو ارزش مورد نظر هستند. در این منطق، ارزش هر گزاره، یا درست یا نادرست است، در حالی

این محدوده باشند. اگر x یک متغیر زبانی باشد، x یکی از واژه‌های کند، متوسط یا تند را به عنوان مقدار می‌پذیرد. مثلاً می‌گوییم x تند است. در این حالت، نام متغیر زبانی x همان سرعت وسیله نقلیه است و $U = [0, v_{\max}]$. $v_{\max}$ حداکثر سرعت این وسیله است.

هم چنین [تند و متوسط و کند] $T =$ در شکل ۱، مقادیر کند، متوسط و تند توسط قاعده‌ی M به توابع عضویت نمایش داده شده در این شکل متناظر می‌شوند.



شکل ۱

ملاحظه می‌کنیم، واژه‌ی فازی متوسط، با تابع عضویت زیر معرفی شده است که بیانگر یک عدد فازی مثلثی است.

$$\mu_{\text{متوسط}}(x) = \begin{cases} \frac{x-50}{10} & 50 \leq x \leq 60 \\ \frac{70-x}{10} & 60 \leq x \leq 70 \\ 0 & 70 < x \leq v_{\max}, 0 \leq x < 50 \end{cases}$$

هم چنین، تابع عضویت متناظر واژه‌ی فازی کند به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$\mu_{\text{کند}}(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x < 50 \\ \frac{60-x}{10} & 50 \leq x \leq 60 \\ 0 & 60 < x \leq v_{\max} \end{cases}$$

متغیرهای زبانی در علوم نقش و اهمیت زیادی دارند، چرا که این متغیرها برای اندازه‌گیری بسیاری از مفاهیم که با ابهام توأم هستند، به کار می‌روند. اجزای هر متغیر زبانی، ترکیبی از یک اصطلاح پایه^۲، شامل یک مجموعه‌ی فازی نظیر تند، یک مکمل‌کننده چون «نه»، یک رابط نظیر «یا» و «و» و در نهایت قیود^۳ نظیر «کمی»، «خیلی»، «کم و بیش» و امثال آن است. برای مثال، نمونه‌هایی از متغیرهای زبانی در مورد درجه حرارت هوا عبارت‌اند از: خیلی سرد، سرد، تقریباً سرد، کم

مقدار درستی هر گزاره با ۰ یا ۱ بیان می‌شود. ولی در منطق فازی، مقدار درستی یک گزاره در بازه‌ی $[0, 1]$ است و به عبارت دیگر، متغیرهای منطق فازی درجه‌ای از صحت بین ۰ و ۱ دارند و تنها به دو مقدار ۰ و ۱ منحصر نیستند. این امر باعث می‌شود که بتوانیم، به جای یک استدلال قطعی، یک استدلال تقریبی را مطرح کنیم. منطق فازی به عنوان نتیجه‌ای از مجموعه‌های فازی، توسط پروفیسور لطفی زاده مطرح شد و تاکنون کاربردهای بسیار زیادی را در رشته‌های گوناگون علمی ایجاد کرده است.

گاهی در محاوره‌های روزمره، از الفاظی استفاده می‌کنیم که برای توصیف یک تغییر به کار می‌رود. مثلاً: دمای هوای امروز بالاست، سرعت وسیله‌ی نقلیه کند است و معلم درس ریاضی جوان است. به این نوع جملات، گزاره‌های فازی^۱ می‌گوییم. همان‌طور که ملاحظه می‌کنیم، نمی‌توان به این جملات، به یقین یکی از ارزش‌های درستی یا نادرستی را نسبت داد. صورت کلی هر گزاره‌ی فازی ساده عبارت است از: A, x

در این حالت، x یک متغیر زبانی^۲ و A مقدار زبانی برای متغیر x است. در واقع A مجموعه‌ای فازی است که در دامنه‌ی تعریف x معرفی می‌شود.

در مثال دمای هوای امروز بالاست، «دمای هوای امروز»، متغیر این گزاره‌ی فازی و «بالا» مقدار این متغیر است. این متغیر می‌تواند مقادیری نظیر 20°C یا 15°C را اختیار کند. وقتی یک متغیر، اعداد را به عنوان مقدار می‌پذیرد؛ آن را متغیر عددی می‌گوییم و براساس قوانین ریاضی آن را بررسی می‌کنیم. ولی وقتی یک متغیر الفاظ یا واژه‌ها را به عنوان مقدار می‌گیرد، به آن یک متغیر زبانی یا بیانی می‌گوییم. هر متغیر زبانی با چهار پارامتر به صورت کلی (X, T, U, M) معرفی می‌شود. این پارامترها عبارت‌اند از:

x نام متغیر زبانی است. T مجموعه مقادیر زبانی است که x اختیار می‌کند. U دامنه‌ی تعریف قطعی است که در آن متغیر زبانی x مقادیر عددی خود را اختیار می‌کند. M قاعده‌ای است که هر مقدار زبانی در مجموعه‌ی T را به یک مجموعه‌ی فازی در U نظیر می‌کند.

برای مثال، سرعت یک وسیله‌ی نقلیه، متغیری نظیر x است که مقادیری در بازه‌ی $[0, v_{\max}]$ را اختیار می‌کند. حال سه مجموعه‌ی فازی کند، متوسط و تند را در نظر می‌گیریم که در

سیستم‌های تهویه مطبوع، ترمز ضد قفل ABS، مونوریل، دوربین عکاسی، ماشین لباسشویی، ماکروویو، چراغ‌های راهنمایی هوشمند کنترل ترافیک، آسانسور، شبکه‌های عصبی^۵، هوش مصنوعی^۶، رباتیک، الگوریتم‌های ژنتیک، کنترل سرعت قطار، بالگردهای نظامی و... کاربرد دارد.

برای مثال، سیستم ترمز خودکار ABS، بر سیستم ترمز وسیله‌ای نقلیه نظارت دارد چه طوری که قبل از قفل شدن چرخ‌ها در سرعت‌های بالا، به رهاکردن ترمز چرخ‌ها می‌کند. یک کامپیوتر این وظیفه را برعهده دارد که بهترین زمان انجام این کار را مشخص کند. در این حالت، دو عامل مورد توجه است: یکی توجه به سرعت وسیله نقلیه، زمانی که ترمزها استفاده می‌شوند و دیگری توجه به این عامل که چه قدر ترمزها سریع فشار داده می‌شوند. به‌ویژه، زمانی این سیستم باید عمل کند که راننده با سرعت رانندگی می‌کند و به سرعت ترمزها را می‌فشارد. در این لحظه، سیستم ترمز ABS باید آن قدر هشدار باشد که اجازه ندهد چرخ‌ها قفل شوند. هم‌چنین، پلویزی که براساس منطق فازی کار می‌کند، دارای تراشه‌ای رایانه‌ای است که توانایی کنترل زمان پخت و دما را دارد. در این حالت، اطمینان خواهیم داشت که برنج به‌طور مناسب پخته می‌شود. عملکرد این منطق براساس هر گزاره‌ی فازی، به صورت شرطی اگر آن‌گاه است. مثلاً اگر برنج خیلی داغ شود و افزایش حرارت نسبتاً به سرعت ادامه یابد، آن‌گاه المنت حرارتی خاموش شود. حتی مغز انسان نیز دارای عملکردی براساس منطق فازی



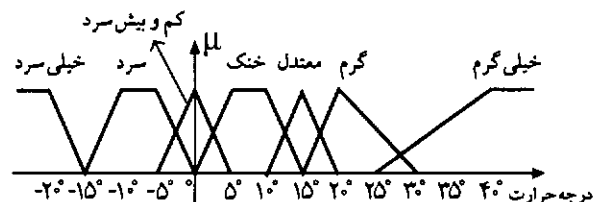
است و بر همین اساس، در مبحث شبکه‌های عصبی، از این منطق استفاده می‌شود. علاقه‌مندان می‌توانند برای کسب اطلاعات بیشتر، به مراجع زیر مراجعه کنند.

۱. لی‌وانگ. سیستم‌های فازی و کنترل فازی. ترجمه‌ی محمد تشنه‌لب و دیگران. دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی. ۱۳۷۸.
۲. منهای، محمدباقر. محاسبات فازی. انتشارات دانش‌نگار. ۱۳۸۶.

- پی‌نوشت:
1. Fuzzy Proposition
 2. Linguistic variable
 3. Primary term
 4. Hedges
 5. Artificial inteligent
 6. Neural networks

و بیش سرد، نسبتاً گرم، کمی گرم، گرم، بسیار گرم، به شدت گرم، داغ، خیلی داغ، نه خیلی گرم.

شکل ۲، نمونه‌ای از این متغیرهای زبانی را نمایش می‌دهد که توسط قاعده‌ی M به یک مجموعه‌ی فازی نسبت داده شده‌اند.



شکل ۲

ملاحظه می‌کنیم که در این حالت، برای معرفی متغیرها از اعداد فازی مثلثی و ذوزنقه‌ای استفاده شده است. مثلاً تابع عضویت متغیر زبانی «خنک» به صورت زیر تعریف شده است:

$$\mu_{\text{خنک}}(x) = \begin{cases} \frac{x}{5} & -20 < x < -15 \\ 1 & -15 \leq x \leq -10 \\ \frac{15-x}{5} & -10 < x \leq -5 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

که این یک عدد فازی ذوزنقه‌ای است. هر گزاره‌ی فازی مرکب، ترکیبی از یک گزاره‌ی فازی ساده با رابط‌های گزاره‌ای «و»، «یا» و «نه» است که به ترتیب بیانگر اعمال اشتراک، اجتماع و مکمل (متعمم) فازی هستند. سه گزاره‌ی فازی زیر را که در آن‌ها، A، B و C مجموعه‌هایی فازی هستند، در نظر می‌گیریم:

x ، A است، x ، B است، x ، C است.
در این صورت، گزاره‌های مرکب زیر را به عنوان نمونه می‌توان از روی آن‌ها ساخت:

x ، A یا B است. x ، نه A یا نه B است.
 $(x$ ، A و C است) یا x ، B است.
هر گزاره‌ی فازی مرکب می‌تواند به صورت شرطی اگر p آن‌گاه q نیز بیان شود که در آن p و q گزاره‌های فازی مفروض هستند. مثلاً اگر سرعت اتومبیل بالا باشد، آن‌گاه مقاومت بالا است. اگر دمای هوا سرد باشد، آن‌گاه طول میله کم می‌شود. اگر دما خیلی بالاست، آن‌گاه پنکه را سریع کن.
در حال حاضر منطق فازی، در طراحی و برنامه‌ریزی