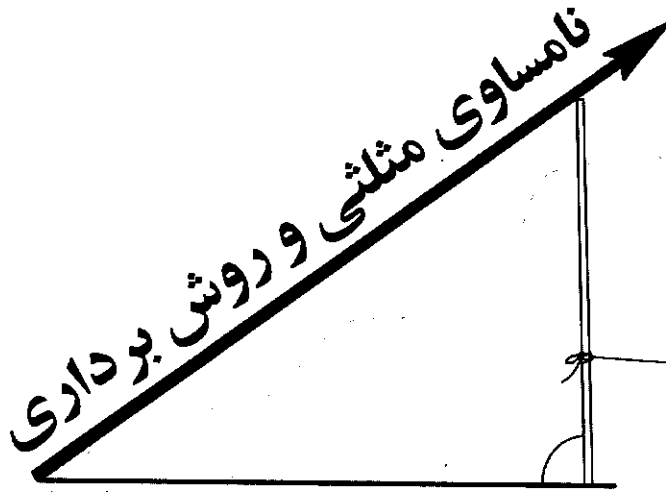
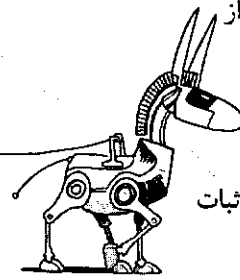


در این مقاله قصد داریم شما را با روشی جالب برای اثبات نامساوی مثلثی آشنا کنیم. در این جا ابتدا نامساوی مثلثی را مطرح و سپس روش برداری را ارائه می کنیم. روش برداری از جمله روش های کاربردی

در حل مسائل ریاضی است و از آن در همه شاخه های ریاضی استفاده می کنند. این روش بیش تر برای تعیین ماکزیمم و مینیمم و حل معادلات و اثبات نابرابری ها استفاده می شود.



مؤلفان: میلاد محبی و سينا عبدالحی نژاد
دانش آموزان دوره ی پیش دانشگاهی

اکنون خواهیم داشت:

$$\overrightarrow{AB}(-c, -d), \overrightarrow{AC}((b-c), -d)$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos \hat{\alpha} \Rightarrow \cos \hat{\alpha} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|}$$

می دانیم که در هر مثلث، کسینوس هیچ زاویه ای برابر ۱ و -۱ نیست^۱. پس همواره: $-1 < \cos \alpha < 1$

$$\cos \alpha = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{(-c \times (b-c)) + (-d \times (-d))}{\sqrt{c^2 + d^2} \times \sqrt{(b-c)^2 + d^2}}$$

$$= \frac{c^2 - bc + d^2}{\sqrt{(c^2 + d^2)((b-c)^2 + d^2)}} > -1$$

$$\Rightarrow c^2 - bc + d^2 > -\sqrt{(c^2 + d^2)((b-c)^2 + d^2)}$$

$$\Rightarrow 2(c^2 - bc + d^2) > -2\sqrt{(c^2 + d^2)((b-c)^2 + d^2)}$$

$$\Rightarrow (c^2 + d^2) + (c^2 + d^2 - 2bc) + 2\sqrt{(c^2 + d^2)((b-c)^2 + d^2)} > 0$$

$$\Rightarrow (c^2 + d^2) + (d^2 + c^2 + b^2 - 2bc) + 2\sqrt{((b-c)^2 + d^2)(c^2 + d^2)} > b^2$$

$$\Rightarrow (\sqrt{c^2 + d^2})^2 + (\sqrt{(b-c)^2 + d^2})^2 + 2\sqrt{((b-c)^2 + d^2)(c^2 + d^2)} > b^2$$

$$(\sqrt{c^2 + d^2} + \sqrt{(b-c)^2 + d^2})^2 > b^2$$

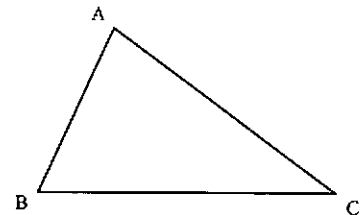
$$\Rightarrow \sqrt{c^2 + d^2} + \sqrt{(b-c)^2 + d^2} > b \Rightarrow AB + AC > BC$$

برای بقیه اضلاع یعنی $BC + AC > AB$ و $BC + AB > AC$ نیز به همین صورت حکم اثبات می شود.

پی نوشت

۱. زیرا در هیچ مثلثی، زاویه ای وجود ندارد که اندازه ی آن 0° یا 180° باشد.

قضیه ی نابرابری مثلثی: در هر مثلث، مجموع اندازه های هر دو ضلع از اندازه ی ضلع سوم بزرگ تر است. یعنی اگر A, B, C سه نقطه ی متمایز ناهمخط باشند، آن گاه: $AC + AB > BC$.



حالا می خواهیم قضیه را اثبات کنیم، ولی ابتدا چند خاصیت از بردارها را بیان می کنیم:

بردارهای $\vec{a}(x_1, y_1)$ و $\vec{b}(x_2, y_2)$ را در نظر بگیرید. خواهیم داشت:

$$1) |\vec{a}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \quad |\vec{b}| = \sqrt{x_2^2 + y_2^2}$$

$$2) \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \hat{\alpha}; \quad (\alpha \text{ زاویه ی بین دو بردار است})$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2$$

(منظور از $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ، ضرب داخلی دو بردار است.)

حالا ما مثلث ABC را به صورت زیر روی محورهای مختصات

قرار می دهیم.

