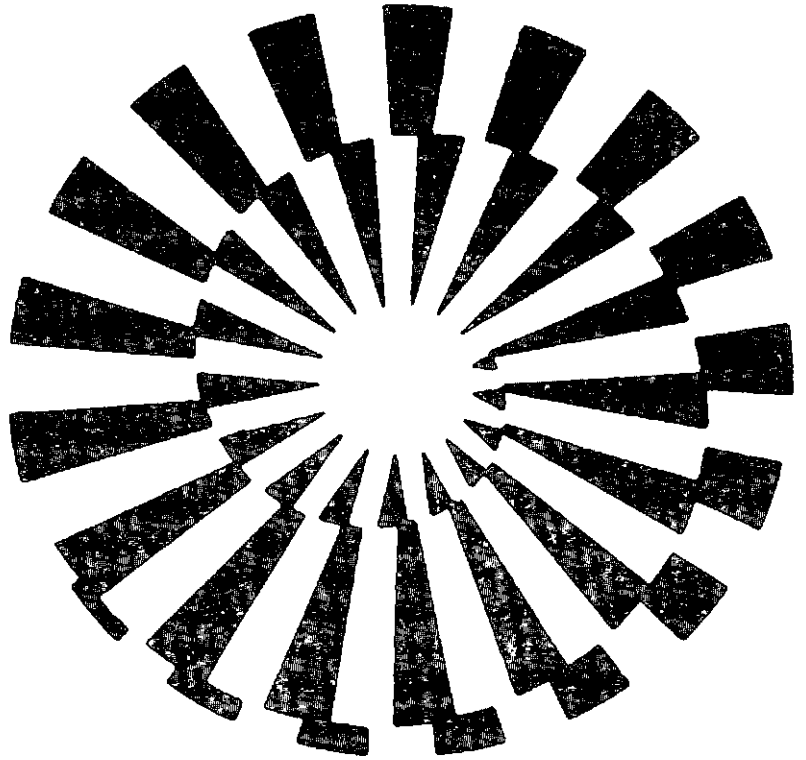


مکان هندسی

(قسمت چهاردهم)

● محمد هاشم رستمی



در مثلث MAB، میانه MI را رسم می کنیم و از M عمود MH را بر خط AB فرود می آوریم. بنا به رابطه دوم میانه ها در مثلث MAB داریم:

$$MA^2 - MB^2 = 2AB \cdot IH \quad (2)$$

از رابطه های (۱) و (۲) نتیجه می شود:

$$2AB \cdot IH = K$$

با فرض $AB = a$ ، داریم $2a \cdot IH = K$ ؛ از آن جا:

$$IH = \frac{K}{2a} = \text{مقدار ثابت}$$

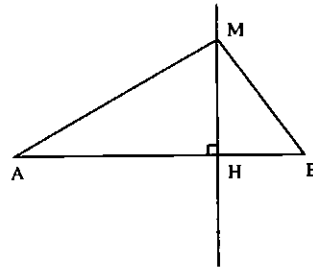
از رابطه بالا با توجه به ثابت بودن نقطه I نتیجه می شود که H نقطه ثابتی است؛ یعنی همه نقطه هایی مانند M که برای آنها $MA^2 - MB^2 = K$ است، روی خط راستی مانند Δ قرار دارند که در نقطه ثابت H بر خط AB عمود است.

بعکس بسادگی دیده می شود که هر نقطه واقع بر این خط عمود (Δ)، تفاضل مربعات فاصله اش از دو نقطه ثابت A و B برابر مقدار ثابت K است.

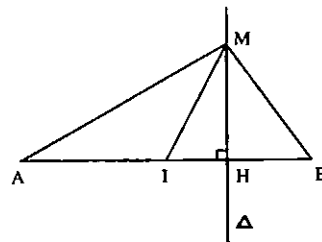
بنابراین مکان هندسی نقطه ای از یک صفحه که تفاضل مربعات فاصله اش از دو نقطه ثابت A و B واقع در آن صفحه، مقدار ثابت K باشد، خطی است راست عمود بر خط AB در نقطه ای مانند H، به قسمی که اگر نقطه I وسط پاره خط AB و

$$AB = a \text{ باشد، } IH = \frac{K}{2a} \text{ است.}$$

۱۰. مکان هندسی نقطه ای از یک صفحه که تفاضل مربعات فاصله اش از دو نقطه ثابت A و B واقع در آن صفحه، مقدار ثابت K ($K > 0$) باشد، خطی است راست عمود بر خط AB.



برهان به روش هندسی. وسط پاره خط AB را I می نامیم. اگر M، یک نقطه از مکان هندسی مورد نظر باشد، با فرض



$MA > MB$ ، داریم:

$$MA^2 - MB^2 = K \quad (1)$$

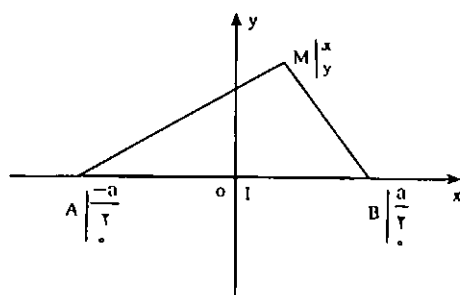
K است، داریم:

$$A\left(\frac{-a}{\gamma}, 0\right), B\left(\frac{+a}{\gamma}, 0\right), M(x, y)$$

$$MA^2 - MB^2 = K$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{a}{\gamma}\right)^2 + y^2 - \left(x - \frac{a}{\gamma}\right)^2 - y^2 = K$$

$$\Rightarrow 2ax = K \Rightarrow x = \frac{K}{2a} = \text{مقدار ثابت}$$



همان طوری که دیده می شود، مکان هندسی نقطه M خط راستی عمودی بر خط AB است. بدیهی است که هر نقطه واقع بر این خط به مکان هندسی نقطه M تعلق دارد.

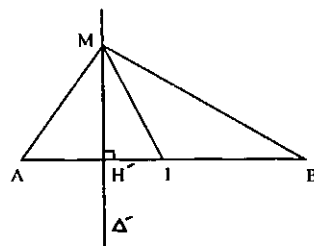
یک عدد جالب ریاضی

این عدد ۹ رقمی را خوب نگاه کنید، عدد جالبی است. در این عدد کلیه اعداد از یک تا ۹ هر کدام یک مرتبه آمده اند و خاصیت جالب دیگر این عدد آن است که دو عدد اول عدد به عدد ۲ و سه عدد اول آن به عدد ۳ و چهار عدد اول آن به عدد ۴ و پنج عدد اول آن به عدد ۵ و بالاخره نه عدد کل آن به عدد ۹ قابل قسمت است.

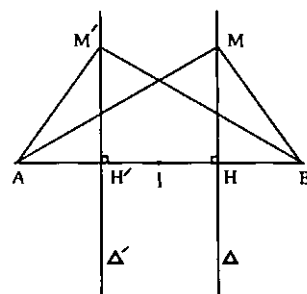
۳۸۱۶۵۴۷۲۹

ترجمه: صمد پوراسدا...

نکته ۱. اگر $MB > MA$ ، یعنی $MB^2 - MA^2 = K$ باشد، مکان هندسی نقطه M خط راستی مانند Δ' ، عمود بر خط AB در نقطه ای مانند H' است، به قسمی که H' قرینه نقطه H نسبت به نقطه I است. بنابراین خط Δ' قرینه خط Δ نسبت به نقطه I وسط پاره خط AB می باشد.



نکته ۲. اگر $|MA^2 - MB^2| = K$ اختیار شود، هر دو خط Δ' و Δ مکان هندسی نقطه M را تشکیل می دهند.



نکته ۳ (قرارداد). برای روشن شدن رابطه تفاضل مربعها، ترتیب نقطه ها را مورد نظر قرار می دهیم. بدین ترتیب که اگر گفته شود: مکان هندسی نقطه M را بیابید که تفاضل مربعهای فاصله اش از دو نقطه A و B برابر K است، یعنی $MA^2 - MB^2 = K$ می باشد. و اگر گفته شود: مکان هندسی نقطه M را چنان بیابید که تفاضل مربعهای فاصله اش از A و B برابر عدد ثابت K است، یعنی $MB^2 - MA^2 = K$ ، مورد نظر است؛ مگر این که مسأله، رابطه را به صورت دیگری مطرح کرده باشد.

برهان به روش تحلیلی. محور xها را منطبق بر خط AB و عمود منصف پاره خط AB را محور yها اختیار می کنیم. با فرض

$A\left(\frac{-a}{\gamma}, 0\right)$ و $B\left(\frac{a}{\gamma}, 0\right)$ خواهد بود. اگر $M(x, y)$

یک نقطه از مکان هندسی مورد نظر، یعنی مکان هندسی نقطه ای باشد که تفاضل مربعهای فاصله اش از دو نقطه ثابت A و B برابر