

منطق قدیم و ریاضیات

● غلامرضا یاسی پور

همچنان که موضوع جمال شناسی را «زیایی» و موضوع اخلاق را «خیر» معین می‌کند موضوع منطق را «صدق» مشخص می‌نماید. «فرگه»

همان گونه که ریاضیات آدمی را از محسوس به معقول رهنمون است، منطق نیز نقش واسطه را میان طبیعیات و مابعدالطبیعه ایفا می‌کند. در تاریخ منطق برآند که هندیان و یونانیان نخستین کسانی بوده‌اند که نظریه‌های منطقی را خلق کرده‌اند. ارسطو در اواخر اثری که امروزه ابطال‌های سوفسطایی^۳ نامیده می‌شود ظاهراً ادعا می‌کند که موضوع منطق را او به وجود آورده است. اما به نظر نمی‌رسد که این مطلب یک باره درست باشد، چه فی‌المثل افلاطون در کتاب جمهور^۴ چنین می‌گوید که:

یک چیز در یک زمان، نسبت به جزء خودش، و در رابطه با همان چیز، نمی‌تواند به دو طریق متقابل عمل کند یا برآن عمل شود، یا دو چیز متقابل باشد.

و ارسطو ادعا می‌کند که محقق‌ترین تمام اصول عبارت از این است که:

یک صفت ثابت نمی‌تواند در یک زمان و از لحاظ یکسان به یک شیء هم متعلق باشد هم نباشد.

اصل اخیر، شکل ارسطویی قانون عدم تناقض^۵ است و آدمی را وسوسه می‌کند که بگوید که ارسطو نه تنها این قانون بلکه بسیاری از نظریاتش در منطق را از پیشینیانش دریافت کرده است. با وجود این، شخص باید در مقابل این وسوسه ایستادگی کند زیرا افلاطون این نکته

شیخ الرئیس ابوعلی سینا در کتاب اشارات و تنبیهات خود در فصل مربوط به قول شارح و معرف در نهج اول در غرض از منطق چیزی شبیه به این مضمون می‌گوید که: آنچه از منطق اراده می‌شود این است که منطق آلت قانونی‌ای است که مراعات آن آدمی را از گمراهی در فکر ممانعت می‌کند.^۱

و قطب الدین شیرازی در کتاب درة التاج چنین می‌گوید که: علم منطق شناختن معنی‌هایی است که از آن معانی رسیدن به انواع علوم مکسب ممکن باشد.

و در جای دیگر چنین که: اما علم منطق که حکیم ارسطاطالیس^۲ آن را مدون کرده است و از قوت به فعل آورده، مقصور است بردانستن کیفیت دانستن چیزها، و طریق اکساب مجهولات.

شیخ اشراق در حکمة الاشراق خود در فایده منطق چنین مقرر می‌کند که:

من خود به آنچه یافته‌ام باور دارم و از لحاظ خود نیازی به برهان و استدلال ندارم و اگر استدلال و برهانی اقامه کرده‌ام، در مقام تعلیم کرده‌ام.

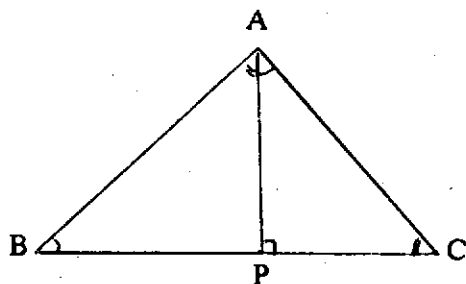
در فرهنگ «اخوان الصفاء» منطق با ریاضیات پیوسته است، چه

اقتد، و حاجت نیاید به درازا کشیدن سخن، و بیاد کردن همه اسباب مغالطه

مقاله سوم کتاب حکمة الاشراق سهروردی نیز در باب مغالطات است.

اما پارادوکس به یک معنی راست کج نما و مدح شبیه به ذم یا نادرستی که هنوز نادرستی‌اش به درستی معلوم نشده، است. در این مورد به ذکر دو مثال مشهور رو می‌آوریم.

مثال ۱: هر دانش‌آموزی در ایام تحصیلش با قضیه‌ای که نام فیثاغورس را دارد، یعنی این قضیه که مجموع مربعات اضلاع کوچکتر هر مثلث قائم الزامیه برابر مربع وتر آن است، برخورد می‌کند. گرچه ممکن است که اولین کسی که این قضیه را بیان کرده فیثاغورس، ۵۶۶ - ۴۹۷ ق. م، نبوده باشد، اما تصور می‌رود که او اولین کسی بوده که با استفاده از مثلثهای مشابه آن را ثابت کرده است.



در شکل فوق ABC مثلثی قائم الزامیه در A، و AP عمودی از A بر BC است. از زوایای مساوی نشان داده شده در شکل، نتیجه می‌شود که مثلثهای ABC، PBA و PAC متشابه‌اند. در این صورت

$$\frac{AC}{CP} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow AC^2 = BC \cdot CP$$

$$\frac{AB}{BP} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow AB^2 = BC \cdot BP$$

اکنون با جمع این دو رابطه داریم

$$AB^2 + AC^2 = BC(BP + CP) \\ = BC^2$$

در وهله اول جمیع این اعمال بی‌عیب به نظر می‌رسند، اما اشکال از این جا ناشی می‌شود که قضایای مربوط به مثلثهای متشابه به نوبه خود با تقسیم اضلاع به اجزاء، به طوری که m جزء از یک ضلع برابر n

را به طور گذرا بیان کرده و مدرکی در دست نیست که او، یا شخص دیگری قبل از ارسطو، کوشش در تنظیم قواعد استنتاج صحیح کرده باشد. بنابراین می‌توانیم ادعای ارسطو را بپذیریم و این سؤال را مطرح کنیم که چه چیزی او را به «خلق» منطق رهنمون شده است. ارسطو در جمله آغازگر و معروف کتاب مابعدالطبیعه^۶ خود چنین می‌گوید که:

تمام انسانها بالطبع مایل به دانستن‌اند.

و در رابطه با همین دانستن بود که دو فصل مهم ریاضیات و سفسطه در کتاب دانش بشری نوشته شد، و نیاز به تدوین منطق هم در رابطه با این دو فصل احساس شد.

یونانیان قدیم به هندسه اهمیت بسیار می‌دادند و مشهور است که بر سر در آکادمی افلاطون به زبان یونانی نوشته شده بود که: «هرکس هندسه نمی‌داند داخل نشود» نیز همو می‌گوید:

خداوند همواره به کار هندسه مشغول است.

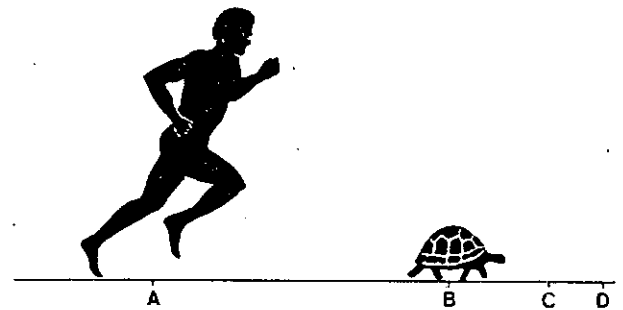
اما ادعای ارسطو در مورد به وجود آورنده منطق، بر این مبنا قرار دارد که او اولین کسی بوده که قوانین موجود منطق را به طور دقیق تنظیم کرده است. در حقیقت ارسطو نظریه قیاس^۷ را، که امروزه می‌دانیم که تنها قسمت کوچکی از منطق است، تنظیم کرده، گرچه بسیاری از فلاسفه شیفته آن چنین پنداشته‌اند که این نظریه قسمت اعظم (یا حتی تمام) منطق است.

همان طور که قبلاً نیز اشاره شد یکی از انگیزه‌های مهم بررسی منطق احتمالاً از میل غلبه به پارادوکسها^۸ و نمودن فساد مغالطه یا سفسطه‌ها به وجود آمده است، چه در آن زمانها تعداد زیادی پارادوکس و مغالطه کشف شده بود که بعضی از آنها مشکلاتی بودند که از استعمال (یا بد به کار بردن) زبان به وجود آمده بودند و بعضی از آنها با مشکلاتی بیشتر ریاضی سروکار داشتند. ارسطو مانند افلاطون سفسطه را دانشی توصیف می‌کند که نه واقعی بلکه ظاهری است، و همچنان که طلا می‌تواند حقیقی یا تقلبی باشد، براهین نیز می‌توانند حقیقی یا کاذب باشند. ابوعلی در رساله منطق دانشنامه علایی خود در بخشی با عنوان: «وصیتهای که از مغالطات ایمنی دهند» چنین می‌گوید که:

«وصیت می‌کنیم به اصلی چند، تا از غلط اندر قیاس ایمنی

جزء از ضلع دیگر باشد، ثابت شده بودند، و در این مورد فرض مأخذ این است که هر طول بر حسب نسبت دو عدد صحیح قابل بیان است. این کشف که قطر یک مربع واحد را نمی توان بدین سان بیان کرد پارادوکسی بود که مکب فیثاغورسی را در هم ریخت، زیرا این پارادوکس نه تنها اثباتهای قضایای هندسی پذیرفته شده شان را بی بنیان می کرد بلکه این عقیده شان به عدد به عنوان اصل متحد کننده حساب و هندسه را نیز باطل می نمود. به همین مناسبت میهوت و حیران از این پارادوکس و ترسان از این که مبادا بر ملا شود سوگند خوردند که هرگز این راز را آشکار نکنند.

مثال ۲: پارادوکس دیگری که به وجود آمد در مورد آشیل^۹، دوندۀ سریع، و لاک پشت بود. استدلال در این مورد چیزی شبیه زیر است: اگر آشیل از نقطه A، که به فاصله معینی در عقب لاک پشت، که در نقطه B قرار دارد، شروع به حرکت کند، و هر دو در یک مسیر و یک زمان و با ماکزیمم سرعتهای مربوط به خودشان حرکت کنند، زمانی که آشیل به B می رسد لاک پشت به C رسیده است. سپس، زمانی که آشیل به C برسد، لاک پشت به D رسیده است. در هر حالت فاصله لاک پشت از آشیل کمتر می شود، اما استدلال می تواند برای همیشه روی فواصل کوچکتر و کوچکتر ادامه یابد. بنابراین آشیل هرگز به لاک پشت نمی رسد، که نتیجه ای واضحاً دروغ است.



پارادوکسهای دیگری از مفهوم یونانی بی نهایت به وجود آمد، و این مطلب واضح شد که مشکلات ناشی از چنین پارادوکسهایی نیاز به توضیح طبیعت استدلال و بررسی مجدد مفروضاتی را که استدلالات موجود بر پایه آنها بنا شده بودند، ایجاب می کند. نظریۀ قیاس ارسطویی مبنایی برای استدلال به دست می داد که به مدت بیست قرن تنها با تغییرات نسبتاً جزئی^{۱۰} باقی ماند، گرچه این نظریه از حل بسیاری از پارادوکسهایی که در آن زمان شناخته شده بودند ناتوان بود.

اساس این نظریه بر این فرض است که تمام استدلالات صحیح را می توان در گزاره هایی از یک صورت بخصوص، که آن را قضیه موضوع - محمولی^{۱۱} می نامیم، تحلیل کرد. مثالهای این قضیه عبارتند از:

تمام انسانها میرا هستند.
هیچ ماهی ای پرنده نیست.
بعضی یونانیها شریرند.
بعضی زنها مادر نیستند.

در هر حالت، و در جمله مربوطه، موضوعی^{۱۲} وجود دارد که برای تعیین این که تمام اعضای یک طبقه یا صرفاً بعضی از اعضای یک طبقه، توسط فعلی به محمولی^{۱۳} مربوط شده اند، مسوّر شده است. اگر موضوع و محمول را به ترتیب با S و P نمایش دهیم، امکانات زیر را خواهیم داشت:

تمام S ها P اند.
هیچ S ی P نیست.
بعضی S ها P اند.
بعضی S ها P نیستند.

این امکانات با چهار مثال قبل مان متناظراند، و به ترتیب: موجبه کلیه^{۱۴}، سالبه کلیه^{۱۵}، موجبه جزئیه^{۱۶}، سالبه جزئیه^{۱۷}، و به طور کلی قضایای محصوره یا مسوره نامیده می شوند. ابوغلی در دانشنامه در مورد قضایای محصوره چنین می گوید که:

یا پیدا کرده بود چندی حکم، و این را محصور خوانند، و لفظ پیداگر چندی را سور^{۱۸} خوانند. و محصور چهار گونه است: یکی آن است که حکم بر همه کرده بود به اثبات، چنان که گویی: هر چه مردم بود حیوان بود، یا گویی: هر مردمی حیوان است، و این را کلی موجب خوانند، و سور وی لفظ هرچه و هر بود. و دیگر آن است که حکم بر همه کرده باشد به سلب و نفی؛ چنان که گویی: هیچ مردم جاودانه نیست، و این را کلی سالب خوانند و سور وی لفظ هیچ بود.

و سیوم آن است که حکم بر برخی کرده باشد به اثبات و هستی؛ چنان که گویی: برخی مردم دبیر است، و این را جزوی موجب

خوانند و سور وی لفظ برخی بود.

و چهارم آن است که حکم بر برخی کرده باشد به نفی و نیستی؛ چنان که گویی: نیست برخی مردم دبیر، و این را جزوی سالب خوانند، و سور وی لفظ نیست برخی بود.

برای ارسطو هر استدلال^{۱۹} مجموعه‌ای از چنین قضایایی، که به طریق معینی با هم مربوط شده‌اند، است. از این گذشته، ارسطو بر این فرض بود که یک استدلال درست را می‌توان به استدلالات اساسی متوالی‌ای که هر یک تنها از سه قضیه ترکیب شده، و به قیاسات^{۲۰} موسوم‌اند، تجزیه کرد. در هر قیاس، دو قضیه، مقدمات^{۲۱}، و سومی نتیجه^{۲۲} را تشکیل می‌دهند.

در این مورد در دانشنامه چنین آمده که:

قیاس بر دو گونه است یکی را اقترانی خوانند و یکی را استثنائی.^{۲۳} مثالی از قیاس اقترانی یا به طور ساده قیاس می‌آوریم:

اگر تمام انسانها میرا باشند.

و تمام یونانیها انسان باشند.

در این صورت تمام یونانیها میرا هستند.

با به کار بردن S و P برای موضوع و محمول نتیجه، یعنی، «تمام یونانیها میرا هستند»، توجه می‌کنیم که مقدمه اول شامل P و مقدمه دوم شامل S است. P و S به ترتیب به حد کبری یا اکبر^{۲۴} و حد صغری یا اصغر^{۲۵}، و بنابراین، مقدمه شامل P به مقدمه کبری^{۲۶}، یا به طور خلاصه خلاصه کبری، و مقدمه شامل S به مقدمه صغری^{۲۷}، یا به طور خلاصه خلاصه صغری، معروف‌اند. حد^{۲۸} «انسان» که در هریک از مقدمات ظاهر می‌شود اما در نتیجه ظاهر نمی‌شود به حد وسط یا اوسط^{۲۹} موسوم است، و آن را با M نمایش می‌دهیم. به این ترتیب استدلال مورد بحث به صورت زیر درمی‌آید:

اگر تمام M ها P باشند.

و تمام S ها M باشند.

در این صورت تمام S ها P اند.

کار مهم و اصلی ارسطو تحقیق در تمام صورتهای ممکن منطق بود، تعداد این صورتهای بسیار است، گرچه تنها، بعضی از آنها به صورتهای

درست منجر می‌شوند. صورت درست را مبتج^{۳۰} و صورت نادرست را عقیم^{۳۱} می‌گویند.

به عنوان مثال، قیاسی که هم اکنون مورد بحث قرار گرفت دارای صورت زیر است:

MP

SM

SP.

ابتدا، S و P می‌توانند در مقدمات مربوط به خودشان یا به عنوان موضوع یا به عنوان محمول ظاهر شوند، در حالی که حد وسط متناظر با جزء دیگر مقدمه است. (به خاطر داشته باشید که S و P به ترتیب موضوع و محمول نتیجه‌اند.) این مطلب چهار ترکیب، که به چهار شکل قیاس^{۳۲} یا اشکال اربعه^{۳۳} موسوم‌اند، را به دست می‌دهد:

شکل	I	II	III	IV
مقدمه کبری	MP	PM	MP	PM
مقدمه صغری	SM	SM	MS	MS
نتیجه	SP	SP	SP	SP

در هر یک از این اشکال، قضایا می‌توانند کلیه یا جزئی، موجه یا سالب باشند. به این ترتیب ۲۵۶ ($4 \times 4 \times 4 \times 4 =$) قیاس ممکن وجود دارد، گرچه بسیاری از آنها استدلالات نادرستی هستند که در آنها نتیجه از مقدمات به دست نمی‌آید. در شکل I، مثالی از چنین قیاسات نادرستی عبارت است از:

اگر هیچ M ی P نباشد،

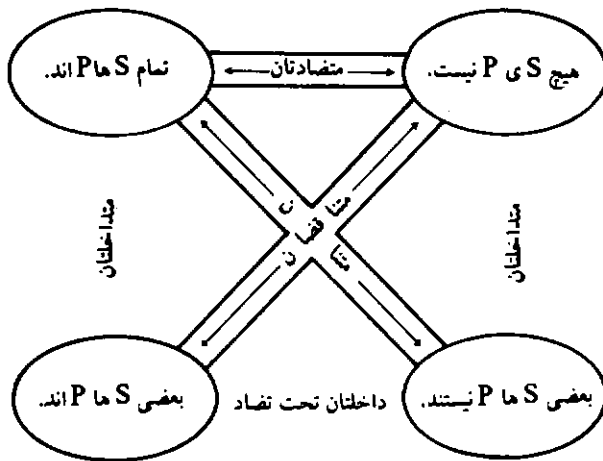
و تمام S ها M باشند،

در این صورت بعضی S ها P اند.

به طور کلی شرایط عمومی انتاج اشکال عبارت از: سالبه نبودن هر دو مقدمه و جزئی نبودن هر دو مقدمه است و شرایط خاص هر شکل را باید در کتب مفصل منطق پی گرفت.

به علت این که قیاس ارسطویی ارتباط کمی با استدلال ریاضی دارد آن را در مطالب مربوط به ریاضیات پی نمی‌گیریم، اما اهمیت دارد که به خاطر داشته باشیم که عمل دسته بندی کردن تمام صورتهای درست قیاس، آن قدر مهم بود که ادعای ارسطو را راجع به این که

است، چه این دو قضیه نمی‌توانند هر دو راست باشند، اما در صورتی که بپذیریم که بعضی، اما نه تمام، انسانها دروغگویند، هر دو دروغند. این روابط را می‌توانیم توسط نموداری نمایش دهیم، گرچه (تا آنجا که می‌دانیم) ارسطو چنین نکرده است.



ضلع بالای «مربع» متضادها و اقطار آن متناقضها را نشان می‌دهند، و اضلاع باقی مانده آن روابط بین:

تمام S ها P اند. و بعضی S ها P اند.
هیچ S ی P نیست. و بعضی S ها P نیستند.
بعضی S ها P اند. و بعضی S ها P نیستند.

را بیان می‌کنند. ارسطو چنین فرض کرده که در دو حالت اول فوق، قضیه دوم (قضیه‌های پایین نمودار) را می‌توان از قضیه اول، استنتاج کرد. و بعدها، منطقین نام متداخلتان^{۳۸} را به این رابطه دادند. اما، ممکن است به این فرض، با توجه به این مطلب که «مجموعه تمام S ها» ممکن است تهی باشد، اعتراض کرد. نیز ارسطو مطرح کرده که از رابطه بین

بعضی S ها P اند. و بعضی S ها P نیستند.
که بعداً به داخلتان تحت تضاد^{۳۹} معروف شده، آگاه است.

در اینجا سؤال دیگری مطرح می‌شود و آن این است که: معمولاً چه وقت مجاز است که در یک قضیه S و P را با یکدیگر تمویض

اما پیش از آن که کار ارسطو را ترک کنیم، باید به ذکر مربع تقابل^{۴۰} که ارتباطی با اثبات در ریاضیات دارد بپردازیم. با معلوم بودن چهار نوع قضیه:

موجبه کلیه (تمام S ها P اند)
سالبه کلیه (هیچ S ی P نیست)
موجبه جزئی (بعضی S ها P اند)
سالبه جزئی (بعضی S ها P نیستند)

و در نظر گرفتن یک S و P در سراسر عملیات، واضح می‌شود که این قضایا در روابط بخصوصی با یکدیگر قرار می‌گیرند، اما در باره این روابط چه می‌توان گفت؟

دو قضیه را متناقضان^{۴۱} می‌گویند اگر چون یکی از آن دو راست باشد دیگری دروغ باشد و برعکس. در این مورد تفتازانی در تهذیب - المنطق چنین می‌گوید که:

تناقض، اختلاف دو قضیه و چنان است که از صدق یکی از آنها کذب دیگری ذاتاً لازم شود، و برعکس^{۴۲}.

به عنوان مثال، قضایای زیر را در نظر می‌گیریم:

تمام انسانها دروغگویند. (موجبه کلیه)
بعضی انسانها دروغگو نیستند. (سالبه جزئی)

در این صورت اگر قضیه اول راست باشد، قضیه دوم باید دروغ باشد و برعکس. نیز اگر قضیه اول دروغ باشد، قضیه دوم باید راست باشد، و برعکس. به این ترتیب این قضیه‌ها متناقضند.

دو قضیه را متضادان^{۴۳} می‌گویند اگر هر دو نتوانند راست باشند، اما ممکن باشد که هر دو دروغ باشند. به این ترتیب قضیه متضاد:

تمام انسانها دروغگویند (موجبه کلیه)

قضیه:

دهیم.

درمقابل عکس مستوی عکس نقیض^{۴۲} را داریم که در مورد آن، بنا به قول تفتازانی، «تبدیل نقیض طرفین قضیه با بقای صدق و کذب^{۴۳} می‌کنیم.

اهمیت دارد که به این موضوع توجه کنیم که نظریه قیاس ارسطویی اساساً منطق طبقات^{۴۴} است که در آن شخص باید به جای «متغیرهای» S و P طبقات اشیایی چون تمام انسانها، بعضی یونانیها، دروغگوها، پستاندارها، و غیره، یا گاهی، یک شیء منحصر به فرد (که آن را به عنوان طبقه‌ای که یک عضو دارد در نظر می‌گیریم) را قرار دهد. امام‌عروف است که منطقی باستانی یا منطق رواقیونی^{۴۵}، که توسط زنون^{۴۶}، ۴۹۵ - ۴۳۵ قبل از میلاد، تأسیس شده، وجود داشته که اساساً منطق قضایا^{۴۷} بوده و، چنان که، می‌تواند مقدم حقیقی منطق امروزی به شمار رود.

منطق رواقی از منطق مکب مگاری^{۴۸}، که توسط اقلیدس^{۴۹} ۴۳۰ - ۳۶۰ قبل از میلاد، تأسیس شده بود، به وجود آمد. این اقلیدس شاگردی به نام اوبولیدس^{۵۰} داشت که بیشتر معروفیتش به خاطر کشف تعدادی پارادوکس است که قابل توجه‌ترینشان معروف به «پارادوکس کاذب یا دروغگو^{۵۱}» که صورت امروزی آن:

این جمله دروغ است.

می‌باشد، است. فرض می‌کنیم که این جمله راست باشد، در این صورت راست است که راست نیست، به همین ترتیب فرض می‌کنیم که این جمله دروغ است، در این صورت نتیجه می‌شود که راست است. (این پارادوکس بسیار معروف شد و حتی در اولین نامه‌ای که پولس مقدس^{۵۲} به تیتوس^{۵۳} نوشته نیز ذکر شده است.) «پارادوکس کاذب» از این حقیقت که جمله آن به طریق خاصی به خودش برمی‌گردد ناشی شده است. در این مورد تنها در سالهای اخیر بوده که تفاوت بین زبان^{۵۴} و هاورای زبان^{۵۵} که در آن شخص زبان را مورد بحث قرار می‌دهد، آشکار شده است.

البته در بسیاری از حالات بازگشت به خود^{۵۶} پارادوکسی روی نمی‌دهد. فی‌المثل، از جمله فارسی زیر هیچ اشکالی به وجود

برهان ۴۳

کنیم؟ عکس یا عکس مستوی^{۴۰} قضیه‌ای به صورت SP همان قضیه است که در آن P و S باهم عوض شده‌اند، و این تعویض در حالت کلی، تنها در قضیه‌ای که به یکی از دو صورت زیر باشد مجاز است:

هیچ S ی P نیست. (سالبه کلیه)
بعضی S ها P اند. (موجبه جزئیه)

در این مورد منطقون اسلامی و فی‌المثل تفتازانی در تہذیب، عکس مستوی را تعویض طرفین قضیه با بقای صدق و کیف تعریف کرده‌اند^{۴۱} به این ترتیب عکس موجبه کلیه را موجبه جزئیه و عکس موجبه جزئیه را موجبه جزئیه و عکس سالبه کلیه را سالبه کلیه دانسته‌اند و برآنند که سالبه جزئیه عکس لازم الصدق ندارد و در این باره این مثال را می‌آورند که عکس: «بعضی انسانها ریاضیدان نیستند»، «بعضی ریاضیدانها انسان نیستند» می‌شود که صد البته نارسا است. در مورد دو صورت مجاز مذکور در فوق، فی‌المثل، اگر راست باشد که:

هیچ پرنده‌ای پستاندار نیست.

در این صورت این نیز راست است که:

هیچ پستانداری پرنده نیست.

نیز، اگر

بعضی یونانیها دروغگو باشند.

در این صورت

بعضی دروغگوها یونانی‌اند.

و در مورد صور دیگر، مثلاً، در حالت موجبه کلیه، فی‌المثل،

تمام انسانها حیوان هستند.

ممکن نیست که جای انسان و حیوان را با هم عوض کنیم و قضیه‌ای راست به دست آوریم، و همین مطلب در مورد حالت سالبه جزئیه برقرار است. البته این حرف بدین معنی نیست که هیچ گاه ممکن نیست که در یک موجبه کلیه جای S و P را تعویض کنیم - فی‌المثل، تمام S ها S اند را بررسی کنید - اما نمی‌توانیم این عمل را خود به خود، آن گونه که در حالت سالبه کلیه یا موجبه جزئیه برقرار است، انجام

این گزاره دقیقاً شامل هفت کلمه است.

اما ممکن است شخص سؤال کند که در صورتی که این جمله به زبان چینی ترجمه شود چه اتفاقی می افتد.

متأسفانه، تنها قسمتهایی از نوشته های مگاری - رواقی باقی مانده و بنابراین چنین پیش آمده که منطق قدیم به مقدار زیادی به معنی منطق قیاسی ارسطویی باشد.

این اقلیدس را، که نامش بیش از یک بار در نوشته های افلاطون ذکر شده، نباید با مؤلف کتاب مقدمات یا اصول^{۵۷}، یعنی اقلیدس^{۵۸}، ریاضیدان یونانی، که مکتب اسکندریه را در حدود ۳۰۰ قبل از میلاد به وجود آورد، اشتباه کرد (کاری که بعضی از فلاسفه قرون وسطی کردند).

مقدمات بالغ بر سیزده جلد می شود که از آن نه جلد به هندسه مسطحه و فضایی و چهار جلد به حساب اختصاص دارد. بسیاری از مواد آن، تنظیم سیستماتیک ریاضیاتی است که پیش از او معلوم بوده، و در حقیقت کار بیش از یک فرد است. (حتی مطرح شده که چندین نویسنده عمداً از نام اقلیدس استفاده کرده اند، مانند نام بورباکی^{۵۹} که در ایام اخیر چنان به کار رفته است).

دقیقاً مشخص نشده که قصد اقلیدس از نوشتن مقدمات چه بوده است، اما نتیجه مهم آن به عنوان «بزرگترین کتاب درسی تمام ایام» تعریف شده است، و در حقیقت، از این بازمانده بیش از ۲۰۰۰ سال قبل، در قرن اخیر نیز به طور منظم در مدارس استفاده شده است. در این کتاب، کار با ۲۳ تعریف^{۶۰}، ۵ اصل موضوع^{۶۱} و ۵ اصل متعارفی^{۶۲} آغاز، و از آنها قضایای^{۶۳} بسیاری استنتاج می شود. این کار تمثیل بسیار ابتدایی ای از آنچه امروزه روش آکسیوماتیک^{۶۴} نامیده می شود و با پیشرفتهای جدید منطق ریاضی قرابت بسیار دارد، می باشد. در این جا از آوردن فهرست تمام تعاریف و... خودداری می کنیم، اما یکی دو مثال، از جمله مثال مربوط به اصل توازی را، که بعداً به آن رجوع خواهیم کرد، به دست می دهیم.

مثالهایی از تعاریف:

نقطه چیزی است که جزء ندارد.

خط طولی بدون پهناست.

سطح چیزی است که تنها طول و عرض دارد.

در این جا بد نیست که نگاهی به تعاریف ابوریحان بیرونی دانشمند بزرگ اسلامی داشته باشیم. این دانشمند در کتاب التّفهیم خود که کتابی مقدماتی است و برای تدریس به ریحانه بنت الحسین الخوارزمی که بنا به قول ابوریحان خواننده او بوده به «طریق پرسیدن و جواب دادن برروئی که خوب تر بود و صورت بستن آن آسان تر»^{۶۵} نوشته شده، در مورد سطح و خط و نقطه به ترتیب چنین می گوید که:

سطح چیست؟ جسم ناچار بی نهایت نبود به همه سوها، و نهایت او سطح است و این نام را از بام خانه گرفتند. و نیز او را بسیط گویند یعنی گستریده از سیراک سطح بر جسم گسترده است.

خط چیست؟ اگر بسیط را نهایت باشد آن نهایت او ناچار خطی باشد و آن خط طولی باشد بی عرض. نقطه چیست؟ چون خط را نهایت باشد نهایت او نقطه بود و نقطه کمتر از خط باشد به یک بعد و خط را جز طول نیست.

اما، مثالهایی از اصول موضوع:

تمام زوایای قائمه برابرند.
اگر خط راستی دو خط مستقیم را قطع کند و زوایای داخلی واقع در یک طرف آن کمتر از دو قائمه باشد، در این صورت دو خط مستقیم به طور نامحدود رسم شده، یکدیگر را در همان طرف تلاقی می کنند.

مثالهایی از اصول متعارفی:

اگر مساویها به مساویها اضافه شوند، نتایج مساویند.

کل از جزء بیشتر است.

در واقع، اصل موضوع دومی که نقل شد، پنجمین اصل موضوع

اقلیدس، و موسوم به اصل توازی^{۶۶} است، زیرا می‌توان نشان داد که این اصل معادل اصل زیر می‌باشد:

از یک نقطه معلوم خارج یک خط مستقیم معلوم، تنها یک خط می‌توان موازی آن خط مستقیم رسم کرد.

هم این اصل موضوع، هم اصل متعارفی^{۶۷} کل از جزء بیشتر است تا زمانی که طرحهای ریاضی قرن نوزدهم، سازمانهای^{۶۸} هندسی‌ای به دست دادند که در آنها راست^{۶۹} نبودند، به عنوان حقایق مورد قبول در نظر گرفته می‌شدند.

از موارد مهم قابل اشاره یکی این است که کتاب مقدمات اقلیدس از تمرین خالی بود، گویی اقلیدس جمیع مشکلات را بر طرف و تمام مسائل را حل کرده چیزی برای دیگران باقی نگذاشته بود.

به هر حال، اکنون آنچه را که منطق قدیم^{۷۰} نامیدیم تحت سه عنوان اصلی می‌آوریم:

(۱) نظریه قیاس ارسطویی

(۲) منطق مگاری - رواقی

(۳) مقدمات اقلیدس

عنوان (۱) نظریه جامعی بر مبنای قیاس به دست می‌دهد که برای بیست قرن تأثیر عظیمی بر فلسفه و الهیات داشت، (۲) اولین کوشش در تحلیل پارادوکسها را به دست می‌دهد، اما از این موضوع چیز نسبتاً کمی باقی می‌گذارد، و (۳) نمایی جامع و سیستماتیک و به صورت آکسیوماتیک از اغلب مطالبی که در قرون باستانی از هندسه و حساب شناخته شده بودند به دست می‌دهد.

در انتهای مقال ابتدا دو سخن می‌آوریم یکی از سلطان الحکما خواجه نصیر طوسی و از آغاز کتاب اساس الاقتباس او، که تحت عنوان: «ابتدای سخن در منطق» در تعریف و فایده منطق چنین می‌گوید که:

و نه هر که کاری کند داند که چه می‌کند یا چه می‌باید کرد. بلکه بسیار کسان باشند که درکارها

شروع کنند بر سیل خط. و هم چنین باشد حکم کسانی که طلب علوم کنند و بر صنعت منطق واقف نباشند.

پس علم منطق شناختن معنیهای است که از آن معانی رسیدن به انواع علوم ممکن باشد، و آنکه از هر معنی به کدام علم توان رسید.

و دیگری از معلم ثانی، ابونصر فارابی، که در آغاز فصل دوم کتاب احصاء العلوم خود در باب منطق چنین می‌گوید که:

صناعت منطق، به طور کلی، قوانینی را به دست می‌دهد که پیروی از آنها باعث استقامت خرد می‌گردد، و در مواردی که ممکن است در بعضی از معقولات برای آدمی اشتباهی پیش آید او را به راه درست و حقیقت رهنمون می‌شود.

و سپس قول پیرس^{۷۱} را متذکر می‌شویم که براین است که «در حدود صد تعریف از منطق در دست است» و با این همه همچنان در اول وصف آن مانده‌اند، و بعد قول صدرالمألهین را در تعریف منطق می‌آوریم که:

«منطق میزان ادراکی‌ای است که افکار را، برای دانستن صحیح از فاسدشان، با آن وزن می‌کند.»^{۷۲}

و سرانجام، و با این همه، با این که به این قول که:

«منطق بررسی استدلال است»

باور داریم با گفته شیخ محمود شبستری، در گلشن راز، سخن مان را ختم محمود می‌کنیم:

بود فکر نکو را شرط تجرید پس آنگه لَمعه‌یی از نور تأیید
هر آن کس را که ایزد راه نمود ز استعمال منطق هیچ نگشود

* * *

۱. المراد من المنطق ان يكون عند الانسان آلة قانونية تعصمه مراعاتها
عن ان يضل في فكره.
 ۲. Aristotle (ارسطو)
 ۳. Sophistical Refutations
 ۴. Republic
 ۵. Law of Non - Contradiction
 ۶. Metaphysics
 ۷. Theory of Syllogism
 ۸. Paradox
 ۹. Achilles
 ۱۰. البته منهای کارهای منطقین مسلمان و ایرانی که تحقیقات
مفصلی در این مورد کرده‌اند.
 ۱۱. Subject - Predicate Proposition
 ۱۲. Subject
 ۱۳. Predicate
 ۱۴. Universal Affirmative
 ۱۵. Universal Negative
 ۱۶. Particular Affirmative
 ۱۷. Particular Negative
 ۱۸. Quantifier حصار گرد شهر
 ۱۹. Argument
 ۲۰. Syllogisms
 ۲۱. Premisses
 ۲۲. Conclusion
 ۲۳. قیاس استثنایی یا Modus Ponens همان است که در منطق
جدید آن را به صورت:
$$p \Rightarrow q$$
$$p$$
$$\therefore q$$

علامتی می‌کنند.
 ۲۴. Major
 ۲۵. Minor
 ۲۶. Major Premiss
۲۷. Minor Premiss
 ۲۸. Term
 ۲۹. Middle Term
 ۳۰. Valid
 ۳۱. Invalid
 ۳۲. Figure of Syllogism
 ۳۳. قدما در این مورد حفظ ابیات زیر را توصیه می‌کردند:
اوسط اگر حمل یافت در بر صغری و باز
وضع به کبری گرفت شکل نخستین شمار
حمل به هر دو دوم، وضع به هر دو سوم
رابع اشکال را عکس نخستین بسیار
 ۳۴. Square of Opposition
 ۳۵. Contradictories
 ۳۶. التناقض اختلاف القضیتین بحيث يلزم لذاته من صدق کلّ منهما
كذب الاخرى، وبالعكس.
 ۳۷. Contraries
 ۳۸. Subalternations
 ۳۹. Sub - Contraries
 ۴۰. Converse
 ۴۱. العکس المستوی تبدیل طرفی القضية مع بقاء الصدق و الکيف.
 ۴۲. Contraposition
 ۴۳. عکس النقيض، تبدیل نقيضی الطرفين مع بقاء الصدق و الکيف.
 ۴۴. Logic of Classes
 ۴۵. Stoics
 ۴۶. Zenon
 ۴۷. Logic of Propositions
 ۴۸. Megarian School
 ۴۹. Eukleides
 ۵۰. Eubulides
 ۵۱. Liar Paradox
 ۵۲. St. Paul
 ۵۳. Titus
 ۵۴. Language

14. A Profile of Mathematical Logic ,Howard Delony
15. Logic II: proof , Prepared by the Mathematics Foundation Course Team. (منبع اصلی)
16. Philosophical Logic ,Edited by P. F. Strawson.
17. Dictionary of Philosophy and Psychology , Jawes Mark Baldwin
18. Logic , John Nolt , Dennis Rohatyn
19. Symbolic Logic , Copi

ادب ریاضی

(از: التفهیم، ابوریحان بیرونی، به تصحیح جلال الدین همایی)

یکی چیست؟

آن است که یگانگی بر او افتد و بدو نام زده شود. و از تمامی وی آن است که کمی و بیشی نپذیرد و ز حال خویش به ضرب و قسمت نگردد و اندر قوت همه عددهاست و همه خاصیت‌های ایشان. و حال یکی اندر آن چیزها که شمرده شود بدو، هر چند یگانگی او نه به حقیقت باشد، و لکن از جهت نهادن مردمان یک دیگر [نیز همچنان است]. و این یکی ایستاده است میان آن عددها که از مانده او گرد آید به جمله شدن و میان آن پاره‌ها که از او کمترند. و این ایستادن او میان ایشان از بهر آن است که او چون میانه معتدل راست است. اگر او را به مثل خویش زنی یا بر مثل خویش قسمت کنی هم یکی باشد. و دیگر عددها که از او بیشند هر گاه که یکی ایشان را ضرب کنی بیفزایند. و قسمت کنی بکاهند. و اما اجزایا که از او کمترند هر گاه که ضرب کنی بکاهند و که قسمت کنی بیفزایند. و یکی به میان ایشان بر حال خویش است.

Metallanguage ۵۵

Self - Reference ۵۶

Elements ۵۷

Euclid ۵۸

Bourbaki ۵۹

Definition ۶۰

Postulate ۶۱

Common Principle ۶۲

Theorems ۶۳

Axiomatic Method ۶۴

۶۵. داخل گیومه از متن کتاب التفهیم است.

Parallel Postulate ۶۶

Geometric Structure ۶۷

True ۶۸

Ancient Logic ۶۹

Charles Peirce ۷۰

۷۱. المنطق قسطاس ادراکی بوزن به الافکار لیعلم صحیحها من فاسدها.

منابع فارسی و عربی

۱. تاریخ ریاضیات، دیوید اسمیت، ترجمه غلامحسین صدری افشار
۲. التفهیم، ابوریحان بیرونی، تصحیح جلال الدین همایی
۳. ریاضیدانان نامی، اریک تمپل بل، ترجمه حسن صفاری
۴. تهذیب المنطق، مولانا سعدالدین تفتازانی
۵. اساس الاقتباس، خواجه نصیر طوسی، تصحیح مدرس رضوی
۶. احصاء العلوم، ابونصر فارابی، ترجمه خدیم جم
۷. اشارات و تنبیهات، ابوعلی سینا
۸. درة التاج، قطب الدین شیرازی
۹. حکمة الاشراق، شهاب الدین سهروردی، ترجمه دکتر سجادی
۱۰. رساله منطق دانشنامه علائی، ابوعلی سینا، مقدمه و حواشی: دکتر معین و محمد مشکوة
۱۱. تاریخ منطق، آ. ماکوولسکی، فریدون شایان
۱۲. اللغات المشرقیة فی الفنون المنطقیة، صدر الدین شیرازی
۱۳. گلشن راز، شیخ محمود شبستری