

منطق ریاضی

درس‌خن سعدی (قضیه دموورگان)



محال است که هنرمندان بمیرند و بی هنران جای ایشان بگیرند.

در این نوشتار، از منطق ریاضی برای صحیح خواندن سخن حکیمانه‌ی یاد شده کمک می‌گیریم. عبارت یاد شده را با علامت‌های منطق ریاضی می‌نویسیم. دو گزاره‌ی زیر را در نظر می‌گیریم:

(۱) هنرمندان می‌میرند.

(۲) بی هنران جای هنرمندان را می‌گیرند.

گزاره‌ی نخست را با p و گزاره‌ی دوم را با q نشان می‌دهیم. علامت‌های منطقی $\sim$ ، $\wedge$ و $\vee$

را به ترتیب برای

ناقص	به جای	چنین نیست که
عاطف	به جای	و
فاصل	به جای	یا (منطقی)

به کار می‌بریم.

عبارت مورد بحث را در دو صورت می‌توان خواند که با علامت‌های منطق به صورت‌های زیر نوشته می‌شوند:

$$(3) (\sim p) \wedge q$$

$$(4) \sim (p \wedge q)$$

در عبارت ۳، دامنه‌ی عمل ناقص، مؤلفه‌ی ساده‌ی p است. در عبارت ۴ دامنه‌ی عمل ناقص، ترکیب عاطفی $p \wedge q$ است. چون گزاره‌ی q نادرست است (زیرا بی هنران هرگز نمی‌توانند جای هنرمندان را بگیرند)، پس گزاره‌ی مرکب ۳ نادرست است (زیرا می‌دانیم که ترکیب عاطفی دو گزاره، فقط و فقط وقتی درست است که هر دو مؤلفه‌اش درست باشند). اکنون گزاره‌ی مرکب ۴ را بنا بر قاعده‌ی دموورگان به صورت زیر می‌نویسیم:

$$(5) (\sim p) \vee (\sim q)$$

(توضیح: ترکیب منطقی «چنین نیست که $(q \vee p)$ » معادل است با ترکیب منطقی «چنین نیست که p یا چنین نیست که q ». چون در ترکیب فصلی ۵ مؤلفه‌ی $(\sim q)$ درست است (زیرا q به این معنی است که بی هنران نمی‌توانند جای هنرمندان را بگیرند)، پس گزاره‌ی مرکب ۵ درست است (زیرا می‌دانیم که ترکیب فصلی دو گزاره، فقط و فقط وقتی نادرست است که هر دو مؤلفه‌اش نادرست باشند).

بنابراین، عبارت مورد بحث را باید طوری خواند که ناقص «محال است که» دامنه‌ی عمل خود را بر عبارت «هنرمندان بمیرند و بی هنران جای ایشان بگیرند.» بگستراند.

لازم است که در عبارت مورد بحث، «بمیرند و» به صورت «بمیرند» تلفظ شود و سپس بدون مکث جمله‌ی «بی هنران جای ایشان را بگیرند» گفته شود.

به کارگیری منطق ریاضی برای خواندن درست سخن سعدی، نشان می‌دهد که در این سخن، اثری از قضیه‌ی دموورگان وجود دارد. هنگامی که سخن سعدی را درست بخوانیم شکوه‌آوایی آن جلوه‌گر می‌شود.