

یکی از شاخه‌های ریاضیات کاربردی در سطح عالی، گرایش منطق فازی است. از آنجا که در دو دهه‌ی اخیر کاربرد فراوانی از این رشته را در صنعت داشته‌ایم و با توجه به این که مؤلف محترم مقاله، چند سالی است که در این زمینه تحقیق می‌کند، به پیشنهاد دست‌اندرکاران مجله، ایشان به نگارش مجموعه مقالاتی در این زمینه پرداخته‌اند. ان شاء... مورد استفاده خوانندگان مجله قرار گیرد.

● دکتر محمدعلی فریبوزی عراقی
عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی

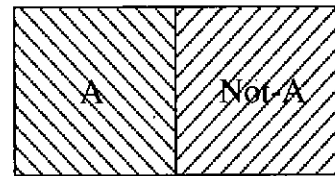
مقدمه‌ای بر نظریه‌ی مجموعه‌های فازی

صورت هم A و هم نه A را داریم. در واقع تفکر خاکستری (نه فقط سیاه و سفید)، مدت‌ها قبل از ارسطو وجود داشت. آلبرت اینشتین نیز دیدگاهی شبیه بودا داشت. به عقیده‌ی وی، جهان خاکستری است، ولی علم سیاه و سفید است و حقیقت چیزی بین صفر و یک است. به عبارت دیگر، حقایق چندارزشی هستند،

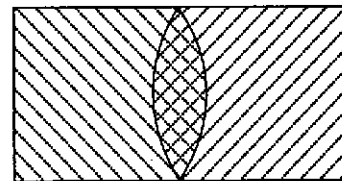
تا قبل از پیدایش منطق فازی در سال ۱۹۶۵، قوانین حاکم بر علوم چون ریاضیات، بر پایه‌ی منطق دوارزشی یا منطق ارسطویی استوار بود. ارسطو معتقد بود، هر شیء، یا هست یا نیست و تفکری سیاه و سفید داشت. در حدود دو قرن قبل از او، بودا در هندوستان بیان داشت که جهان سراسر تناقض است و لذا در جهان مفهومی به

نه دوارزشی. جهانی که ما در آن زندگی می‌کنیم، فازی است، ولی ما توصیفی غیر فازی از آن داریم. اینشتین می‌گفت، جایی که قوانین ریاضیات به واقعیات مربوط می‌شوند، مطمئن نیستند و آن‌جا که مطمئن هستند، نمی‌توانند به واقعیت اشاره داشته باشند.

به این ترتیب ما با دو منطق مواجه هستیم: یکی منطق دوارزشی یا «قطعی»^۱ که همان منطق ارسطویی است و بیان می‌دارد که هر چیزی یا هست یا نیست، چه در حال و چه در آینده، و دیگری منطق چندارزشی یا «فازی»^۲ به معنای مبهم یا نامطمئن که بیان می‌دارد، هر چیزی دارای درجه‌ای از ابهام است. برتراند راسل نیز معتقد بود، همه چیز شامل این قاعده‌ی ثابت که آن چیز درست یا غلط است نمی‌شود و نباید برای روشن شدن این موضوع سعی کنیم. ماکس بلک^۳ نیز به این اصل اعتقاد داشت که هر چیزی تا حدودی A و تا حدودی Not-A است.



منطق دوارزشی (قطعی)



منطق چندارزشی (فازی)

«نظریه‌ی مجموعه‌های فازی» در سال ۱۹۶۵ توسط پروفیسور لطفی عسگرزاده در آمریکا ارائه شد. وی با چاپ اولین مقاله‌ی خود در مجله‌ی «اطلاعات و کنترل»، دنیای علم را وارد این مقوله کرد که چگونه می‌توان تفکر دوارزشی را به چندارزشی تعمیم داد. ایشان در سال ۱۹۲۱ در شهر باکو متولد شد و تحصیلات دوره‌ی کارشناسی خود را در رشته‌ی مهندسی برق در سال ۱۹۴۲ در دانشگاه تهران به پایان رساند. سپس برای ادامه‌ی تحصیل به آمریکا رفت و در سال ۱۹۴۶، کارشناسی ارشد مهندسی برق را از دانشگاه MIT و در سال ۱۹۵۱، دکترای مهندسی برق را از دانشگاه کلمبیا اخذ کرد. وی در سال ۱۹۶۳، ریاست گروه مهندس برق دانشگاه UC برکلی کالیفرنیا را بر عهده گرفت.

دیدگاه‌های این دانشمند ایرانی الاصل در خصوص منطقی که بنیان‌گذار آن بود، چنین است که برای توصیف ابهام از اعداد بین صفر و یک استفاده می‌کنیم. اصولاً تفکر و استدلال انسان فازی است، لذا باید ماشین‌هایی را ساخت که به قدرت استدلال انسان نزدیک‌تر باشند. حالت دوارزشی، ساده ولی کم‌دقت است و افزایش دقت به معنای افزایش فازی است. منطق فازی موجب هوشمندی ماشین‌ها می‌شود.

مخالفتان نظریه‌ی عسگرزاده، در بدو ارائه‌ی نظریه‌ی وی اعلام کردند که این نظریه کاربردی ندارد و هیچ ماشینی با منطق فازی کار نمی‌کند. آن‌ها حذف منطق دوارزشی را ناممکن و علم دوارزشی را حقیقت و علم فازی را غیر علم می‌دانستند.

در حالی که واقعیت خاکستری است. مفاهیمی چون درست کاری، جوانی، خوش حالی، خوش بختی، سلامتی و... برای هر شخصی متفاوت است و نمی‌توان تنها با دو حالت ۰ و ۱ آن‌ها را توصیف کرد. حتی زندگی و مرگ هم مفاهیمی فازی دارند و باید به آن‌ها درجه داد. برای مثال، بیمارستانی را در نظر بگیرید که در آن شش مریض با امراض به ترتیب ناراحتی دستگاه گوارش، شکستگی استخوان پا، مسمومیت غذایی، عفونت ریه، سکته‌ی قلبی و مرگ مغزی در آن‌جا بستری هستند. اگر مفهوم زندگی را برای این افراد در نظر بگیریم، واضح است که زندگی آن‌ها توأم با نوعی ابهام و عدم اطمینان است و می‌توانیم درجات متفاوتی را برای آن منظور کنیم. یعنی بسته به آن که شدت مریضی چه قدر باشد، می‌توانیم مقادیر بین ۰ و ۱ را به زندگی آن فرد نسبت دهیم. به این ترتیب، نمونه‌ای از توصیف زندگی کردن برای این مجموعه از افراد به صورت زیر است:

$$\{(1, 0/8), (2, 0/7), (3, 0/7), (4, 0/6), (5, 0/3), (6, 0/1)\}$$

که در آن، مؤلفه‌ی اول شماره‌ی مریض و مؤلفه‌ی دوم درجه‌ای است که به زندگی کردن وی نظیر کرده‌ایم. هر قدر نوع مریضی خطر بیشتری داشته است، درجه‌ی زندگی فرد را ضعیف‌تر منظور کرده‌ایم. البته این درجات بسته به نظر افراد گوناگون می‌تواند متفاوت باشد. به عنوان مثالی دیگر، لامپی را در نظر بگیرید که سوسو می‌کند. اگر مفهوم سالم بودن مورد نظر باشد، نمی‌توان گفت این لامپ صد در صد سالم یا صد در صد خراب است و باید درجه‌ای به سالم بودن لامپ داد و مثلاً گفت: این لامپ با درجه‌ی ۰/۴ سالم است.

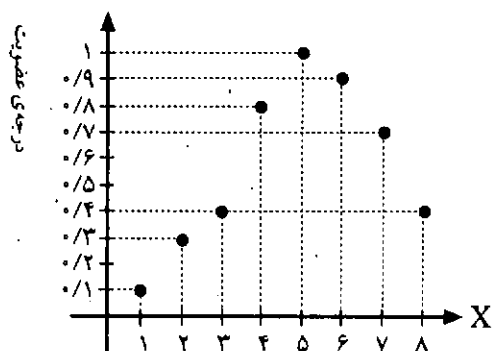
برخلاف نظر مخالفان منطق فازی که معتقد بودند، برای این منطق کاربردی وجود ندارد، کمتر از ده سال پس از ارائه‌ی این منطق توسط عسگرزاده در سال ۱۹۷۴، برای اولین بار منطق فازی در زمینه‌ی کنترل یک موتور بخار ساده در انگلستان توسط ابراهیم محمدانی به کار گرفته شد. پس از آن در دهه‌ی ۱۹۸۰، منطق فازی در کنترل اتوماتیک قطارهای زیرزمینی (مترو)، کنترل فرایند تصفیه‌ی آب و غیره به کار رفت. در سال ۱۹۸۴، «انجمن بین‌المللی سیستم‌های فازی» تأسیس شد. هم‌چنین، سوگو^۴ در ژاپن در سال ۱۹۷۲ از نظریات عسگرزاده برای ارائه‌ی مفاهیم اندازه و انتگرال فازی استفاده کرد. در سال ۱۹۹۰، منطق فازی در ساخت محصولات الکتریکی خانگی و برخی محصولات دیگر مورد بهره‌برداری قرار گرفت؛ از جمله در: ماشین لباسشویی، دوربین‌های عکاسی و فیلم‌برداری، مایکروویو، تلویزیون، بالگرد، تهویه‌ی مطبوع و قطار فازی.

در نظریه‌ی مجموعه‌های کلاسیک، یک مجموعه با یک ویژگی

این درجه را کوچک تر در نظر می گیریم. به عنوان مثالی دیگر، مجموعه ی فازی تقریباً پنج را در نظر می گیریم. اگر $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ باشد، مجموعه ی $\bar{B}$ در زیر توصیفی از این مجموعه ی فازی است:

$$\bar{B} = \{(1, 0/1), (2, 0/3), (3, 0/4), (4, 0/8), (5, 1), (6, 0/9), (7, 0/7), (8, 0/4)\}$$

نمودار زیر نیز این مجموعه را به نمایش درمی آورد:



مثلاً می گوئیم ۴ با درجه ی عضویت ۰/۸ عضو $\bar{B}$ است. در این حالت، هر قدر از ۵ دور می شویم، میزان عضویت عدد در این مجموعه کاهش می یابد. لازم به ذکر است، مقادیر درجه ی عضویت کاملاً سلیقه ای هستند و بسته به نظر افراد، می توانند مقادیر دیگری نیز باشند.

نظریه ی منطق فازی تاکنون گسترش زیادی یافته و با وجود آن که حدود چهار دهه از قدمت آن می گذرد، هم چنان در زمینه های گوناگون علمی مورد استفاده قرار می گیرد. نظریه ی مجموعه های فازی قادر است، بسیاری از مفاهیم مبهم را به صورت ریاضی مورد تحلیل قرار دهد و زمینه را برای استدلال و تصمیم گیری در شرایط عدم قطعیت فراهم آورد. در قسمت بعدی خوانندگان محترم را با اطلاعات بیشتری درخصوص منطق و مجموعه های فازی آشنا خواهیم کرد.

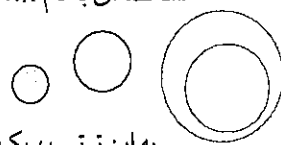


1. Crisp
2. Fuzzy
3. Black
4. Degrees-Grades
5. Sugeno



کاملاً معین و قطعی مشخص می شود، لذا یک شیء، یا عضو یک مجموعه هست یا نیست. برای یک مجموعه ی قطعی چون A ، تابع مشخصه ای به نام χ_A به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1 & x \in A \\ 0 & x \notin A \end{cases}$$



به این ترتیب، یک مجموعه ی قطعی با تابع مشخصه ی خود شناسایی می شود. در این حالت χ_A تابعی از X به $\{0, 1\}$ است. حال به تعریف یک مجموعه ی فازی می پردازیم:

تعریف: گیریم X مجموعه ی مرجع باشد. مجموعه ی فازی $\bar{A}$ در X را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$\bar{A} = \{(x, \mu_{\bar{A}}(x)) | x \in X\}$$

که در آن، $\mu_{\bar{A}}: X \rightarrow [0, 1]$ تابع عضویت مجموعه ی فازی $\bar{A}$ نام دارد. در این حالت، عدد $0 \leq \mu_{\bar{A}}(x) \leq 1$ درجه ی عضویت x در $\bar{A}$ نامیده می شود. یک مجموعه ی فازی، منحصرأ با تابع عضویت خودش مشخص می شود.

نمونه هایی از مجموعه های فازی عبارت اند از: اعداد تقریباً صفر، اعداد تقریباً بین ۲ و ۵، اعداد نزدیک ۱، اعداد خیلی کوچک، مردان بلند قد، اعداد خیلی بزرگ تر از ۱۰، اعداد بزرگ و... در هریک از این مجموعه ها، ابهام درخصوص معلوم نبودن عضویت یا عدم عضویت یک شیء در مجموعه وجود دارد. می توان گفت، مجموعه ی فازی حاصل توسعه ی مجموعه ی معمولی یا قطعی است؛ همان طوری که منطق فازی حاصل توسعه ی منطق چندارزشی است. برای مثال، مجموعه ی فازی کوچک بودن را روی مجموعه ی مرجع $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ در نظر می گیریم. تابع عضویت این مجموعه ی فازی را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = \begin{cases} 1 & x = 1 \\ 0/6 & x = 2 \\ 0/3 & x = 3 \\ 0/1 & x = 4 \\ 0 & x = 5 \end{cases}$$

لذا $\bar{A}$ به این صورت قابل بیان است:

$$\bar{A} = \{(1, 1), (2, 0/6), (3, 0/3), (4, 0/1), (5, 0)\}$$

$\bar{A}$ را به صورت زیر می نویسند:

$$\bar{A} = \left\{1, \frac{0/6}{2}, \frac{0/3}{3}, \frac{0/1}{4}, \frac{0}{5}\right\}$$

در این روش نمایش، علامت — فقط یک نماد است و به معنای تقسیم نیست. در بالای این نماد مقدار درجه ی عضویت و زیر آن نام عضو مربوطه قرار می گیرد. هر قدر عدد کوچک تر باشد، درجه ی عضویت متناظر آن را بزرگ تر و هر قدر عدد بزرگ تر باشد،

۱. تفکر فازی. بارت کاسکو. ترجمه ی دکتر علی غفاری و همکاران. دانشگاه خواجه نصیر طوسی. ۱۳۷۷.

۲. آشنایی با نظریه مجموعه های فازی. دکتر سید محمد طاهری. جهاد دانشگاهی. ۱۳۷۵.

۳. مقدمه ای بر منطق فازی برای کاربردهای عملی آن. کارواناگا. ترجمه ی دکتر علی وحیدیان کام یاد و دکتر حامد رضا طاریان. دانشگاه فردوسی. مشهد. ۱۳۸۱.