

مسأله‌ی فواره‌ها و زیر آب



اشاره:

همکار گرامی، آقای دکتر شرف‌الدین، اثری تحت عنوان «تاریخ ریاضیات در ایران از عهد صفوی تا تأسیس مدرسه‌ی دارالفنون» شامل ۱۱۰ صفحه، در کتاب «علوم محضه از صفویه تا تأسیس دارالفنون» عرضه کرده‌اند. کتاب یاد شده بیش از ۴۵۰ صفحه دارد که به تازگی از طرف «انجمن آثار و مفاخر فرهنگی ایران» منتشر شده است. ما در این جایک مطلب از اثر آقای شرف‌الدین را نقل می‌کنیم. این مطلب درباره مسأله‌ای است که با عنوان «مسأله‌ی فواره‌ها و زیر آب»، سال‌ها در ایران تدریس می‌شد و سپس چند سالی مورد انتقاد بعضی قرار گرفت. آقای شرف‌الدین در کتاب خود درباره‌ی این مسأله توضیحاتی داده‌اند. ایشان در ابتدای مطلب اظهار داشته‌اند که این مسأله در کتاب‌های قدیم از جمله «کشکول» شیخ بهایی آمده است. سپس نظر خود را درباره‌ی آن اظهار داشته‌اند.

«حوضی است که سه فواره دارد. یکی از آن دو فواره، آن را در یک چهارم روز پر می‌کند و فواره‌ی دوم در یک ششم روز و سومی در یک هفتم و حوض را فاضلابی است که در یک هشتم روز حوض را تخلیه می‌کند. تعیین کنید، با باز کردن هر سه فواره و فاضلاب، حوض در چه زمان پر می‌شود؟ راه حل آن است که بدانیم، هر سه فواره در یک روز چند برابر حوض را پر می‌کنند. تاروی هم هفده حوض را پر کنند. فاضلاب نیز در یک روز، هشت برابر حوض را خالی می‌کند. بنابراین با کسر کردن این از آن، حاصل نه می‌ماند. پس حوض در یک نهم روز پر خواهد شد.»^۱

بازبینی ارزش مسأله

هنگامی که دانش‌آموز بوم، در درس حساب، مسائلی مانند مسأله‌ی بالا داده می‌شد؛ مسأله‌ای فکری و لذت‌بخش. از این رو، دانش‌آموزان باهوش را جذب می‌کرد. البته، مسائلی که در حساب داده می‌شد، کاملاً متنوع بود و این مسأله تنها یکی از آن‌ها بود که به منظور تقویت استدلال دانش‌آموز داده می‌شد. چند سالی گذشت و مسأله‌ی یاد شده مورد انتقاد و اعتراض قرار گرفت. بعضی از معترضان حتی می‌گفتند:



این مسأله بیهوده است. منظور آن‌ها این بود که هیچ‌کس فواره‌ها و فاضلاب یک حوض را با هم باز نمی‌کند. بنابراین چرا باید چنین مسأله‌ای به دانش‌آموزان داده شود.

من از خود می‌پرسم، چرا باید مسأله‌ای که قرن‌ها مطرح بوده است (در زمان شیخ‌بهایی و پیش و بعد از او) بیهوده نامیده شود؟ بنابراین کاملاً لازم می‌دانم، درباره‌ی ارزش آن توضیح بدهم:

اکنون سه مسأله در زمینه‌ی بحثی که داریم، ذکر می‌کنم.

۱. حوضی دارای دو فواره است. اگر یکی از آن‌ها به تنهایی باز باشد، حوض در مدت سه ساعت پر می‌شود و اگر فواره‌ی

دیگر، به تنهایی باز باشد، حوض در مدت چهار ساعت پر می‌شود. تعیین کنید اگر دو فواره با هم باز باشند، حوض در چه مدتی پر می‌شود؟
حل:

چون فواره‌ی اول در سه ساعت حوض را پر می‌کند، پس این فواره در مدت یک ساعت، یک سوم حوض را پر می‌کند. با دلیل مشابه می‌گوییم، فواره‌ی دوم در مدت یک ساعت، یک چهارم حوض را پر می‌کند. پس اگر دو فواره با هم باز باشند، در مدت یک ساعت، هفت دوازدهم حوض پر می‌شود. بنابراین اگر دو فواره با هم باز باشند، حوض در مدت $\frac{12}{7}$ ساعت پر می‌شود.

۲. حوضی دارای دو فواره‌ی A و B و یک فاضلاب C است. اگر فواره‌ی A به تنهایی باز باشد، حوض در مدت ۳ ساعت پر می‌شود. اگر فواره‌ی B به تنهایی باز باشد، حوض در مدت ۴ ساعت پر می‌شود. اگر حوض پر باشد، فاضلاب در مدت ۲ ساعت حوض را تخلیه می‌کند. تعیین کنید، اگر حوض پر از آب باشد و دو فواره و فاضلاب با هم باز شوند، حوض در چه مدتی تخلیه می‌شود؟

حل:

در مدت یک ساعت، $\frac{33}{6}$ حوض تخلیه می شود. پس حوض در مدت $\frac{60}{33}$ ساعت تخلیه می شود.

۳. حوضی دارای دو فواره A و B و یک فاضلاب C است. فواره A در مدت سه ساعت و فواره B در مدت ۴ ساعت حوض را پر می کنند. اگر حوض پر باشد، فاضلاب در مدت ۲ ساعت حوض را تخلیه می کند. اگر آب حوض تا نیمه باشد، آن گاه دو فواره و فاضلاب را باز کنیم، حوض در چه مدت تخلیه می شود؟
حل این مسأله مانند حل مسأله ۲ است.

اهمیت استدلالی که در حل مسأله فواره ها به کار گرفته شد

روش استدلالی که در حل این سه مسأله به کار بردیم، در حل تعداد زیادی از مسائل ریاضی به کار می رود. در سطرهای بعد، چند مسأله را مطرح می کنیم که با همین شیوه استدلالی حل می شوند.

باید توجه داشت، روش های استدلال بسیار مهم هستند، چرا که به کمک آن ها می توان، بسیاری از قضیه ها را اثبات کرد. برای مثال، از برهان خلف و روش استقراء یاد می کنیم که به کمک آن ها می توان قضیه های زیادی را اثبات کرد.

الف) مثال ۱: شبکه ای الکتریکی متشکل از مولد G و دو مقاومت موازی R_1 و R_2 را در نظر می گیریم. مقاومت معادل این دو مقاومت را R می نامیم. مقدار R چه قدر است؟

راه حلی که در اکثریت قریب به اتفاق کتاب های فیزیک مشروح است، مبتنی بر به کارگیری فرمول $i = \frac{V}{R}$ است که ما از ذکر آن خودداری می کنیم.

روشی که اکنون برای حل مسأله شرح می دهیم، همان روشی است که در حل

توضیح درباره ی اعتبار مسأله ی یاد شده

مسأله ای که درباره ی اعتبار آن اعتراض هایی می شد، به چند دلیل با ارزش است:

نخست آن که مسأله ی یاد شده مسأله ای فکری است که برای تقویت استدلال و تشخیص استعداد دانش آموزان مناسب است.

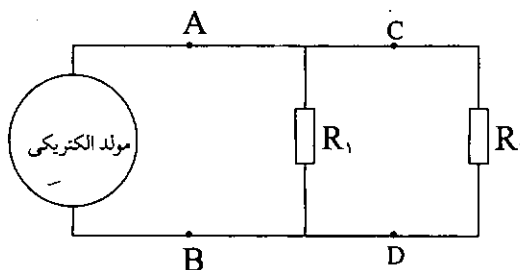
دوم این که مسأله ی فوق فقط در همان زمان اعتراض هایی داشته و پیش از آن و پس از آن به کار می رفته است. در این مورد توضیح می دهیم:

اگر بخواهیم یک زمین زراعتی را با جوی آبی که آبدی آن اندک است و زمین در دور دست واقع است، آب دهیم، یا جریان آب به علت نفوذ در زمین، به مقصد نمی رسد یا مقدار اندکی از آن به مقصد می رسد. برای رفع این مشکل، آب جوی را در استخری وارد می کنند و پس از آن که آب استخر به مقدار کافی انباشته شد، زیر آب استخر را می زنند. بدین ترتیب، آب استخر را با دبی کافی به مقصد می رسانند.

مسأله ی زیر همانند مسأله ی حوض با فواره و زیر آب مذکور در شماره ی (۲) است، اما به طور مناسب تر طرح شده است:

استخری دارای مجرای آبی است که آن را در دو روز پر می کند و زیر آبی که آن را در چهار ساعت تخلیه می کند. به فرض آن که آب در استخر تا نیمه باشد و مجرای آب باز

باشد، اگر زیر آب استخر را باز کنیم، استخر در چه مدت تخلیه می شود؟



می گیریم. یکی از آن ها در مدت سه روز زمینی را شخم می زند و دیگری در مدت چهار روز. اگر هر دو با هم کار کنند، زمین در چه مدت شخم زده می شود.

این مسأله را نیز با همان روشی که برای حل مسأله ی فواره ها گفتیم، می توان حل کرد.

۱. نقل از کتاب کشکول شیخ بهایی