

اعداد می‌توانند ۲، ۴، ۶ و ۸ یا ۴، ۶، ۸ و ۱۰ یا ۱۰، ۱۲، ۱۴ و ۱۶ یا ... باشند.

مثال ۴: مجموعه حروف صدادار در زبان انگلیسی:

$$D = \{a, e, i, o, u\}$$

مثال ۵: مجموعه اعداد طبیعی زوج: $E = \{2, 4, 6, \dots\}$

همان‌طور که در مثال ۵ مشاهده کردید، نوشتن همه اعضای مجموعه E میسر نبوده و از سه نقطه، به معنای ادامه اعضای مجموعه استفاده کردیم. به چنین مجموعه‌هایی که برای آنها پایانی نمی‌توانیم در نظر بگیریم، مجموعه‌های نامتناهی گفته می‌شود؛ مثلاً مجموعه اعداد صحیح منفی؛ یعنی $\{-1, -2, -3, \dots\}$ نیز نامتناهی است.

قرار داد: مجموعه‌ای که فاقد عضو باشد، مجموعه تهی نامیده می‌شود و مجموعه تهی را با نماد $\{\}$ یا $\emptyset$ نمایش می‌دهند.

هر مجموعه که نامتناهی نباشد، متناهی است؛ یعنی اگر مجموعه‌ای تعداد اعضای مشخصی داشته باشد و مثلاً n عضو داشته باشد یا تهی باشد، متناهی نامیده می‌شود. (n هر عدد صحیح و غیرمنفی می‌تواند باشد).

به مثالهای زیر توجه کنید:

مثال ۱: مجموعه اعداد طبیعی بین -5 و -2 ، تهی است.

مثال ۲: اگر A مجموعه اعداد اول و منفی باشد، در این صورت $A = \emptyset$.

مثال ۳: اگر C مجموعه اعداد حقیقی بین صفر و یک باشد، در این صورت C مجموعه‌ای نامتناهی است. (ثابت می‌شود بین هر دو عدد حقیقی، بی‌نهایت عدد حقیقی وجود دارد.)

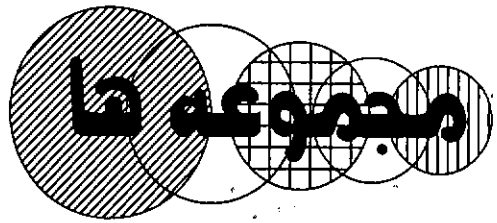
مفهوم عضویت

اگر A یک مجموعه و a عضوی از مجموعه A باشد، می‌نویسیم $a \in A$ ، یعنی a متعلق به مجموعه A است و اگر مثلاً b متعلق به A نباشد یا b عضوی از A نباشد، می‌نویسیم $b \notin A$.

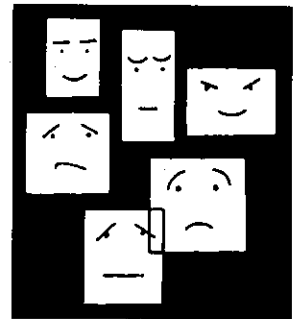
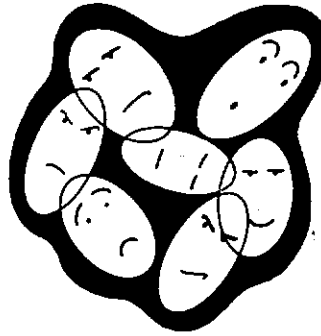
در مثال قبل دیدیم که $\sqrt{2} \notin \mathbb{Z}$ و $-\sqrt{2} \notin \mathbb{Z}$.

تذکر مهم: اعضای یک مجموعه، خودشان می‌توانند مجموعه باشند؛ مثلاً مجموعه دبیرستان که از کلاسها تشکیل شده است و هر کلاس خودش مجموعه‌ای است از دانش‌آموزان. به مثال زیر توجه کنید:

مثال ۱: اگر فرض کنیم $A = \{a, \{a\}, \{a, b\}, \{b\}\}$ در این



(برای دانش‌آموزان سال اول)



● حمیدرضا امیری

وقتی کلمه مجموعه را می‌شنویم، بلافاصله در ذهنمان دسته‌ای از اشیا تصور می‌شود، و اگر بخواهیم تعبیری برای مجموعه بیان کنیم، تقریباً با تصور ذهنی خودمان مطابقت دارد و می‌گوییم: «مجموعه، به دسته‌ای از اشیای دو به دو متمایز و کاملاً مشخص، گفته می‌شود».

در این تعبیر، منظور از شیء، هر موجودی می‌تواند باشد و در واقع، در هر مبحث، موجودات آن بحث، اشیای آن بحث را تشکیل می‌دهند؛ یعنی وقتی بحث اعداد است، هر عدد، یک شیء ریاضی محسوب می‌شود. وقتی بحث انسانهاست، هر انسان یک شیء است و در بحث مجموعه‌ها هر مجموعه می‌تواند یک شیء باشد و ...

جمله دو به دو متمایز، به معنای تکراری نبودن اشیاست و کاملاً مشخص به معنای آن است که باید دقیقاً و بدون هیچ شبهه‌ای معین و شناخته شده باشند. معمولاً مجموعه‌ها را با حروف بزرگ انگلیسی نمایش داده و اعضای یک مجموعه را با دو آکلاด محصور می‌کنند.

به مثالهای زیر توجه کنید:

مثال ۱: مجموعه اعداد طبیعی زوج و کمتر از ۸:

$$A = \{2, 4, 6\}$$

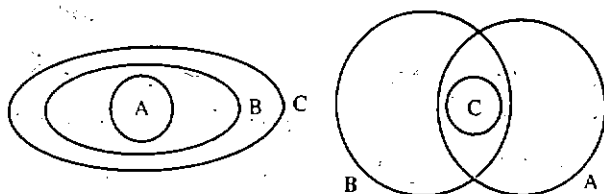
مثال ۲: مجموعه اعداد زوج و اول:

$$B = \{2\}$$

مثال ۳: چهار عدد طبیعی و زوج که متوالی باشند، مجموعه‌ای تشکیل نمی‌دهند؛ زیرا اعضای آن مشخص نیستند؛ یعنی این

از مجموعه B باشند. در این صورت می‌گوییم A زیرمجموعه B است یا A جزئی از B است و می‌نویسیم $A \subset B$. به مثالهای زیر توجه کنید:

مثال ۱: در شکلهای زیر داریم:



شکل (۱)

شکل (۲)

در شکل (۱) داریم:

$$A \subset B, A \subset C, B \subset C, C \not\subset A, B \not\subset A$$

و در شکل (۲) داریم:

$$A \not\subset B, B \not\subset A, C \subset A, C \subset B$$

مثال ۲: اگر فرض کنیم $A = \{1, 2, 3, 5\}$, $B = \{2, 3, 4\}$ و $C = \{3, 4, 5, 2\}$ در این صورت خواهیم داشت:

$$B \not\subset A \quad (4 \in B, 4 \notin A)$$

$$A \not\subset B \quad (1 \in A, 1 \notin B)$$

$$C \not\subset B \quad (5 \in C, 5 \notin B)$$

$$B \subset C \quad (\text{همه اعضای } B \text{ در } C \text{ نیز هستند})$$

$$A \not\subset C \quad (1 \in A, 1 \notin C)$$

مثال ۳: مجموعه $A = \{a, \{a, \{a\}\}, \{a\}, \{b\}\}$ را

در نظر می‌گیریم. در این صورت:

$$\{a\} \subset A \quad (a \in A)$$

$$\{a, \{a\}\} \subset A \quad (a \in A, \{a\} \in A)$$

$$\{b\} \not\subset A \quad (b \notin A)$$

$$\{a, \{b\}\} \subset A \quad (a \in A, \{b\} \in A)$$

$$\{\{a\}, \{b\}, \{a, b\}\} \not\subset A \quad (\{a, b\} \notin A)$$

تست: اگر $A = \{b, \{b\}, \{b, \{b\}\}\}$ کدام گزینه

نادرست است؟

۱) $b \subset A$

۲) $\{\{b\}\} \subset A$

۳) $\{b, \{b\}\} \subset A$

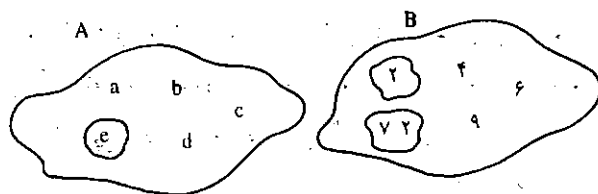
۴) $\{b, \{b\}\} \in A$

صورت خواهیم داشت:

$$a \in A, \{a\} \in A, \{a, \{a\}\} \notin A, b \notin A$$

$$\{a, \{b\}\} \notin A, \{a, b\} \in A, \{b\} \in A, \{\{a\}\} \notin A$$

مثال ۲: با توجه به نمایش مجموعه‌ها به صورت نموداری (نمودار ون) خواهیم داشت:



$$a \in A, c \in A, e \in A, 2 \in B,$$

$$7 \in B, 4 \in B, 8 \notin B, k \notin A$$

تست: کدام گزینه نادرست است؟

۱) $\{a\} \in \{a, \{a\}\}$

۲) $\{a\} \in \{a, \{a\}, \{a\}\}$

۳) $\{a\} \notin \{a, \{a, \{a\}\}\}$

۴) $\{\{a\}\} \in \{a, \{a\}\}$

حل: گزینه (۴): زیرا $\{\{a\}\}$ به این صورت، در مجموعه

مورد نظر وجود ندارد.

تست: کدام گزینه درست است؟

۱) $5 \notin \{2, 4, 6, 5\}$

۲) $2 \notin \{1, 2, 3, 5, 7\}$

۳) $\emptyset \in \{a, \{b\}, \{\}\}$

۴) $\emptyset \in \{a, b, \{\emptyset\}, \{a\}\}$

حل: گزینه (۳) صحیح است: زیرا مجموعه $\{\}$ همان

مجموعه تهی است که به عنوان یک عضو در مجموعه مورد نظر وجود دارد.

مفهوم زیرمجموعه (جزئیت)

اگر A و B دو مجموعه باشند و هر عضو مجموعه A ، عضوی

۱- نماد $\subseteq$ نیز برای نمایش زیرمجموعه بودن به کار می‌رود؛ یعنی می‌توان نوشت، $A \subseteq B$.

تست: اگر یک عضو به اعضای مجموعه A اضافه کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن چه تغییری می‌کند؟

(۱) ۴ برابر می‌شود.

(۲) ۲ واحد به آن اضافه می‌شود.

(۳) ۱ واحد به آن اضافه می‌شود.

(۴) دو برابر می‌شود.

حل: گزینه (۴) صحیح است؛ زیرا اگر فرض کنیم مجموعه A، ابتدا k عضو داشته است، تعداد زیرمجموعه‌های آن 2^k بوده و اگر یک عضو به اعضای آن اضافه شود، تعداد زیرمجموعه‌های آن به 2^{k+1} می‌رسد و با توجه به رابطه زیر داریم:

$$2^k \times 2 = 2^{k+1}$$

تست: اگر تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $(k+1)$ عضوی، ۲۴ واحد کمتر از تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $(k+3)$ عضوی باشد، کدام است؟

$$(1) \quad 1 \quad (2) \quad 2 \quad (3) \quad 3 \quad (4) \quad 4$$

حل: گزینه (۲) صحیح است؛ زیرا با توجه به فرض، اختلاف تعداد زیرمجموعه‌های دو مجموعه برابر با ۲۴ است؛ یعنی:

$$2^{k+3} - 2^{k+1} = 24 \Rightarrow 2^k \times 2^3 - 2^k \times 2 = 24 \Rightarrow 2^k \times 4 = 24 \Rightarrow 2^k = 6 \Rightarrow k = 2.5$$

تساوی بین دو مجموعه

دو مجموعه A و B را مساوی می‌نامیم؛ هرگاه تمام اعضای A عضو B بوده و تمام اعضای B عضو A باشند. به عبارت دیگر و با توجه به تعریف زیرمجموعه، «اگر $A \subset B$ و $B \subset A$ ، آن‌گاه

$$A = B \text{ و اگر } A = B, \text{ آن‌گاه } A \subset B \text{ و } B \subset A.$$

تذکر: وقتی می‌گوییم دو مجموعه A و B با هم مساوی هستند، در واقع آنها یک مجموعه بوده و فقط به دو نام مختلف نامیده شده‌اند. مثلاً مجموعه $A = \{1, 2, 3\}$ فقط با مجموعه $\{1, 2, 3\}$ می‌تواند مساوی باشد، که اگر برای آن، نام دیگری چون B اختیار کنیم، می‌توانیم بنویسیم $A = B$.

تست: اگر $A = \{2, (x+2y), 4\}$ و $B = \{4, 5, (x-y)\}$ و $A = B$ در این صورت کدام گزینه درست است؟

$$(1) \quad y=2, x=1 \quad (2) \quad y=-2, x=-1$$

$$(3) \quad y=1, x=3 \quad (4) \quad y=1, x=-3$$

حل: گزینه (۳) صحیح است؛ زیرا با توجه به تعریف تساوی

حل: گزینه (۱)؛ زیرا علامت زیرمجموعه، همواره بین دو مجموعه به کار می‌رود. در بقیه گزینه‌ها هر عضو مجموعه سمت چپ عضو مجموعه A نیز می‌باشد.

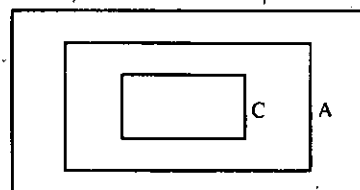
نکات مهم

نکته ۱: اگر مجموعه A زیر مجموعه B نباشد؛ یعنی $A \not\subset B$ ، باید حداقل یک عضو در A باشد که آن عضو در B نباشد. مثلاً اگر فرض کنیم $A = \{2, 4, 6, 8\}$ و $B = \{4, 6, 8, 10\}$ در این صورت $A \not\subset B$ ؛ زیرا $2 \in A$ و $2 \notin B$.

نکته ۲: با توجه به تعریف زیرمجموعه، واضح است که هر مجموعه، زیرمجموعه خودش می‌باشد؛ یعنی اگر A مجموعه‌ای دلخواه باشد، همواره $A \subset A$.

نکته ۳: مجموعه تهی، زیرمجموعه هر مجموعه می‌باشد؛ یعنی اگر A مجموعه‌ای دلخواه باشد، همواره $\emptyset \subset A$ (زیرا طبق نکته ۱ در صورتی می‌توان ادعا کرد که $\emptyset \subset A$ که عضوی در $\emptyset$ بتوان یافت و آن عضو، عضوی از A نباشد و چون $\emptyset$ اصلاً عضوی ندارد، چنین عضوی یافت نمی‌شود).

نکته ۴: اگر $A \subset B$ و $C \subset A$ ، در این صورت $C \subset B$. مثلاً اگر فرض کنیم $A = \{1, 2, 3\}$ ، $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ و $C = \{1, 2\}$ واضح است که $A \subset B$ و $C \subset A$ ، و همان‌طور که مشاهده می‌کنید $C \subset B$. این نکته در شکل زیر نیز، نمایش داده شده است:



تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه

در حالت کلی، ثابت می‌شود که «اگر مجموعه A دارای k عضو باشد، تعداد همه زیرمجموعه‌های آن، برابر است با 2^k » که البته $\emptyset$ و A نیز جزو این زیرمجموعه‌ها می‌باشند. مثال: اگر فرض کنیم $A = \{2, 4, 6\}$ ، در این صورت تعداد زیرمجموعه‌های A طبق رابطه مذکور، باید $2^3 = 8$ باشد، که این زیرمجموعه‌ها عبارت است از:

$$\{\emptyset\}, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}, \{2, 4, 6\}$$

تست: اگر $U = \{1, 2, 3, \dots, k\}$ ، $(k > 5)$ در این صورت
 متمم مجموعه $A = \{3, 4, \dots, (k-3)\}$ کدام است؟

۱) $\{1, 2, \dots, k-4\}$

۲) $\{1, (k-4), (k-5), \dots, k\}$

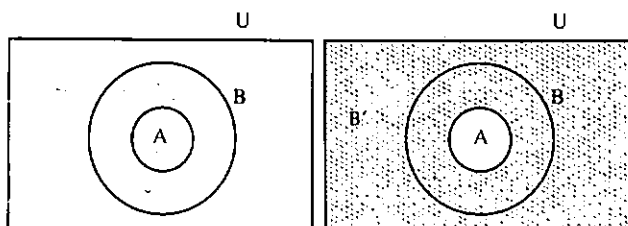
۳) $\{3, 4, \dots, (k-4)\}$

۴) $\{1, 2, (k-2), (k-1), k\}$

حل: گزینه (۴) صحیح است؛ زیرا مجموعه U را می‌توان
 به صورت $U = \{1, 2, \dots, k-4, k-3, k-2, k-1, k\}$ نوشت،
 که با برداشتن اعضای A از U ، مجموعه ذکر شده در گزینه (۴)
 به دست می‌آید.

نکته مهم: اگر A و B دو مجموعه و A' و B' به
 ترتیب متمم A و B باشند، در این صورت داریم:

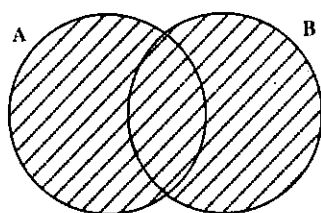
$$A \subset B \Leftrightarrow B' \subset A'$$



اعمال بین مجموعه‌ها

الف) اجتماع دو مجموعه

اگر A و B دو مجموعه باشند، اجتماع دو مجموعه A و B با
 نماد $(A \cup B)$ نمایش داده می‌شود و آن، مجموعه‌ای است که
 اعضای آن، یا متعلق به A یا متعلق به B یا متعلق به هر دو می‌باشد.
 به مثالها و شکل زیر توجه کنید:



(قسمتهای هاشورخورده،
 $(A \cup B)$ را تشکیل
 می‌دهند.)

مثال: اگر $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$

در این صورت: $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
 توجه دارید که:

$$5 \in B, 5 \notin A \Rightarrow 5 \in (A \cup B)$$

$$7 \notin A, 7 \in B \Rightarrow 7 \in (A \cup B)$$

$$3 \in A, 3 \in B \Rightarrow 3 \in (A \cup B)$$

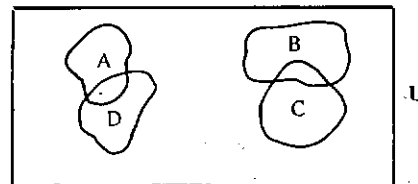
بین دو مجموعه داریم:

$$\{2, (x+2y), 4\} = \{4, 5, (x-y)\} \Rightarrow \begin{cases} x+2y=5 \\ x-y=2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x=3, y=1$$

مجموعه مرجع

در هر بحث، مجموعه‌ای که تمام مجموعه‌های مطرح شده در
 آن بحث زیرمجموعه‌اش باشند، مجموعه مرجع نامیده شده و با U
 نمایش داده می‌شود. مثلاً وقتی از اعداد طبیعی و کوچکتر از
 ۱۰۰ صحبت می‌کنیم، $U = \{1, 2, \dots, 100\}$ مجموعه مرجع است
 و یا مثلاً اگر A, B, C و D مجموعه‌هایی بوده و بخواهیم درباره
 آنها بحث کنیم، طبق شکل زیر، مجموعه مرجع باید شامل همه آنها
 باشد.



متمم یک مجموعه

اگر A مجموعه‌ای دلخواه و U مجموعه مرجع A باشد؛ یعنی
 $A \subset U$ ، در این صورت، اعضای U که در A نباشند،
 مجموعه‌ای را تشکیل می‌دهند که متمم مجموعه A نامیده می‌شود
 و آن را با A' نمایش می‌دهند.

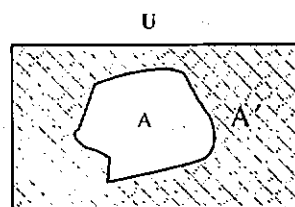
مثال: اگر $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ، $A = \{2, 4, 6\}$
 و $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ در این صورت A' و B' را بیابید.

$$A' = \{x \in U | x \notin A\} = \{1, 3, 5, 7, 8\}$$

(برای مشخص کردن A' ، کافی است اعضای A را از U
 برداریم.)

$$B' = \{x \in U | x \notin B\} = \{1, 7, 8\}$$

با استفاده از نمودار نیز می‌توان یک مجموعه و متمم آن را نمایش
 داد. به نمودار زیر توجه کنید:
 (A' هاشورخورده است.)



نکات مهم

نکته ۱: همان طور که در شکل مشاهده می کنید و با استفاده از تعریف اجتماع دو مجموعه داریم:

$$A \subset (A \cup B), B \subset (A \cup B)$$

نکته ۲: اگر A مجموعه ای دلخواه باشد، همواره داریم:

$$\emptyset \cup A = A \cup \emptyset = A$$

(مجموعه تهی برای عمل اجتماع، عضو خنثی محسوب می شود.)

نکته ۳: اگر A مجموعه ای دلخواه باشد، همواره داریم:

$$A \cup A = A$$

نکته ۴: اگر A مجموعه ای دلخواه و A' متمم آن باشد،

همواره داریم:

$$A \cup A' = A' \cup A = U \quad (U \text{ مجموعه مرجع است.})$$

نکته ۵: اگر A مجموعه ای دلخواه و U مجموعه مرجع باشد، داریم:

$$A \cup U = U \cup A = U$$

نکته ۶: برای هر سه مجموعه دلخواه مانند A ، B و C

داریم:

$$A \cup B = B \cup A$$

(خاصیت جابه جایی)

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$$

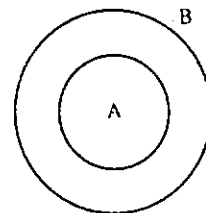
(خاصیت شرکت پذیری)

قضیه مهم: اگر A و B دو مجموعه داشته باشیم

$$A \subset B, \text{ آن گاه همواره داریم: } A \cup B = B$$

(عکس قضیه نیز برقرار است: یعنی هرگاه $A \cup B = B$ ، آن گاه

$$A \subset B$$



(قسمت هاشور خورده یعنی B ، همان $(A \cup B)$ است.)

تست: اگر $A \subset B$ و $B \cup C = C$ کدام گزینه درست است؟

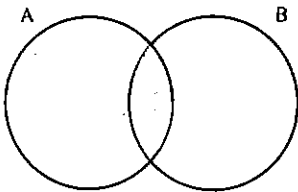
$$A \cup C = A \quad (1) \quad C \subset B \quad (2)$$

$$A \cup C = C \quad (3) \quad A = C \quad (4)$$

حل: گزینه (۳) صحیح است؛ زیرا از $B \cup C = C$ طبق عکس قضیه قبل، نتیجه می گیریم که $B \subset C$ و طبق فرض داشتیم $A \subset B$ ؛ بنابراین نتیجه می گیریم $A \subset C$ که بنابر قضیه از $A \subset C$ نیز نتیجه می شود $A \cup C = C$.

ب) اشتراک دو مجموعه

اگر A و B دو مجموعه باشند، اشتراک دو مجموعه A و B با نماد $(A \cap B)$ نمایش داده می شود و آن، مجموعه ای است که اعضای آن، هم متعلق به A و هم متعلق به B می باشد. به مثالها و شکل زیر توجه کنید:



(قسمت هاشور خورده، $(A \cap B)$ است.)

مثال: اگر $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$

$$A \cap B = \{3, 4\} \quad \text{در این صورت:}$$

$$3 \in A, 3 \in B \Rightarrow 3 \in (A \cap B) \quad \text{توجه دارید که:}$$

$$4 \in A, 4 \in B \Rightarrow 4 \in (A \cap B)$$

نکات مهم

نکته ۱: همان طور که در شکل مشاهده می کنید و با استفاده از تعریف اشتراک دو مجموعه داریم:

$$(A \cap B) \subset A, (A \cap B) \subset B$$

نکته ۲: اگر A مجموعه ای دلخواه باشد، همواره داریم:

$$\emptyset \cap A = A \cap \emptyset = \emptyset$$

نکته ۳: برای هر مجموعه دلخواه مانند A داریم:

$$A \cap A = A$$

نکته ۴: اگر A مجموعه ای دلخواه و A' متمم آن باشد، همواره داریم:

$$A \cap A' = A' \cap A = \emptyset$$

نکته ۵: اگر A مجموعه ای دلخواه و U مجموعه مرجع باشد، داریم:

$$A \cap U = U \cap A = A$$

نکته ۶: برای هر سه مجموعه دلخواه مانند A ، B و C داریم:

$$(A \cap B) = (B \cap A) \quad \text{(خاصیت جابه جایی)}$$

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C \quad \text{(خاصیت شرکت پذیری)}$$

قضیه مهم

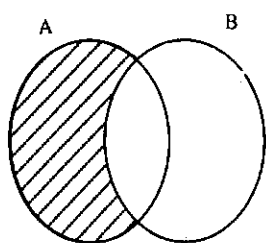
اگر A و B دو مجموعه داشته باشیم $A \subset B$ ، آن گاه همواره

$$A \cap B = A$$

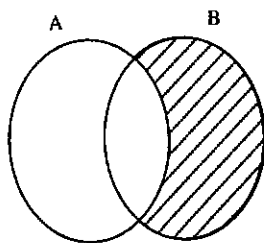
داریم:



(عکس قضیه نیز برقرار است: یعنی هرگاه $A \cap B = A$ ، آن گاه $A \subset B$.)
(قسمت هاشور خورده $(A \cap B)$ است.)



(قسمت هائور خورده)
(A-B است.)



(قسمت هائور خورده)
(B-A است.)

مثال: اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ، $B = \{1, 2, 7, 9\}$ و $C = \{1, 2, 7, 9, 6\}$ در این صورت داریم:

$$A - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{1, 2, 7, 9\} = \{3, 4, 5, 6\}$$

$$B - A = \{1, 2, 7, 9\} - \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = \{7, 9\}$$

$$A - C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{1, 2, 7, 9, 6\} = \{3, 4, 5\}$$

$$C - A = \{1, 2, 7, 9, 6\} - \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = \{7, 9\}$$

$$B - C = \{1, 2, 7, 9\} - \{1, 2, 7, 9, 6\} = \{\} = \emptyset$$

$$C - B = \{1, 2, 7, 9, 6\} - \{1, 2, 7, 9\} = \{6\}$$

تذکر: برای محاسبه $(A - B)$ کافی است اعضای از B که در A نیز هستند، (در صورت وجود) از مجموعه A حذف کنیم.

نکات مهم

نکته ۱: همان طور که از شکل، مشخص است و با استفاده از تعریف تفاضل داریم:

$$(A - B) \subset A, (B - A) \subset B$$

نکته ۲: اگر A مجموعه‌ای دلخواه باشد، داریم:

$$A - \emptyset = A, \emptyset - A = \emptyset$$

نکته ۳: برای هر مجموعه دلخواه مانند A داریم:

$$A - A = \emptyset$$

نکته ۴: اگر A مجموعه‌ای دلخواه و A' متمم آن باشد، داریم:

$$A - A' = A, A' - A = A'$$

نکته ۵: اگر A مجموعه‌ای دلخواه و U مجموعه مرجع باشد، داریم:

$$A - U = \emptyset, U - A = A'$$

تست: اگر $A \cap C = A$ و $B \cup C = B$ کدام گزینه نادرست است؟

$$B \cap C = C \quad (۲) \quad A \cup C = C \quad (۱)$$

$$A \cap B = B \quad (۴) \quad A \cup B = B \quad (۳)$$

حل: گزینه (۴)؛ زیرا با توجه به قضیه‌های ذکر شده و عکس آنها داریم:

$$A \cap C = A \Rightarrow A \subset C \quad (۱)$$

$$B \cup C = B \Rightarrow C \subset B \quad (۲)$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow A \subset B \quad (۳) \quad \text{(بنابر خاصیت تعدی)}$$

$$(۱) \Rightarrow A \cup C = C \quad \text{گزینه (۱) درست است.}$$

$$(۲) \Rightarrow B \cap C = C \quad \text{گزینه (۲) درست است.}$$

$$(۳) \Rightarrow A \cup B = B \quad \text{گزینه (۳) درست است.}$$

یک خاصیت مشترک برای اجتماع و اشتراک (خاصیت توزیع پذیری یا پخش)

برای هر سه مجموعه دلخواه مانند A، B و C داریم:

$$I) A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$II) A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

تست: حاصل عبارت $(A \cap B') \cup (A \cap B)$ کدام است؟

$$U \quad (۴) \quad B \quad (۳) \quad A \quad (۲) \quad \emptyset \quad (۱)$$

حل: گزینه (۲) صحیح است؛ زیرا طبق عکس خاصیت پخش (فاکتورگیری) داریم:

$$[(A \cap B') \cup (A \cap B)] = [A \cap \underbrace{(B' \cup B)}_U] = (A \cap U) = A$$

تذکر: اگر A و B دو مجموعه و $A \cap B = \emptyset$ ، می‌گوییم A و B دو مجموعه جدا از هم هستند.

ج) تفاضل دو مجموعه

اگر A و B دو مجموعه دلخواه باشند، $(A - B)$ مجموعه‌ای است شامل تمام اعضای از A که متعلق به B نباشند. به شکل و مثالهای زیر توجه کنید: