

مبحث تقارن

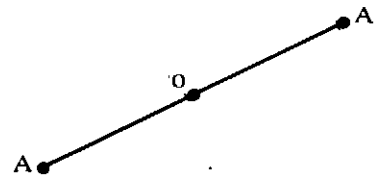
(بخش دوم و بخش سوم مربوط به ریاضیات (۳) نظام جدید)

● احمد قندهاری

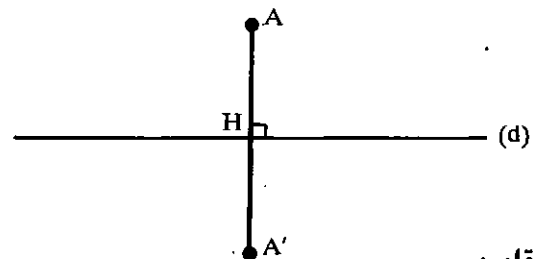
□ مقدمه

۱- تعریف تقارن مرکزی: هرگاه دو نقطه A و O در صفحه‌ای مفروض باشند. اگر نقطه A را به نقطه O وصل کنیم و آن را به اندازه خودش امتداد دهیم، نقطه‌ای مانند A' به وجود می‌آید که نقطه A' را قرینه مرکزی نقطه A نسبت به نقطه O گوئیم. نقطه O را مرکز تقارن نامیم و این تقارن را تقارن مرکزی گوئیم.

$$AO = OA'$$



۲- تعریف تقارن محوری: هرگاه نقطه‌ای مانند A و خطی مانند خط (d) در صفحه‌ای مفروض باشد. چنانچه از نقطه A عمودی مانند AH بر خط (d) رسم کنیم و این عمود را به اندازه AH امتداد دهیم، نقطه‌ای مانند A' به وجود می‌آید که نقطه A' را قرینه محوری نقطه A نسبت به خط (d) گوئیم. خط (d) را محور تقارن نامیم و این تقارن را تقارن محوری گوئیم.



□ تقارن

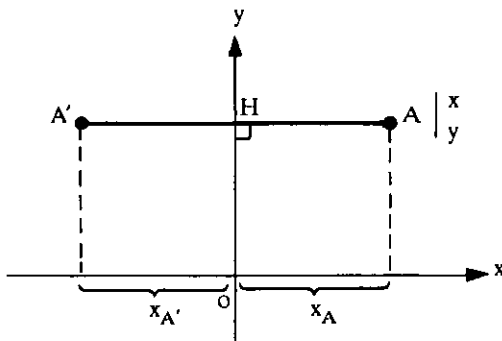
۱- قرینه نسبت به محور y ها:

اگر نقطه $A \left| \begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix} \right.$ در صفحه محورهای مختصات مفروض

باشد چنانچه نقطه A' قرینه نقطه A نسبت به محور y ها باشد خواهیم

داشت: $AH = A'H$

پس x_A و $x_{A'}$ از نظر فاصله هندسی مساوی‌اند ولی از نظر جبری مختلف‌العلامه‌اند.



نتیجه ۱: قرینه نقطه $A \left| \begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix} \right.$ نسبت به محور y ها نقطه $A' \left| \begin{smallmatrix} -x \\ y \end{smallmatrix} \right.$ است.

مثلاً قرینه نقطه $A \left| \begin{smallmatrix} ۲ \\ ۵ \end{smallmatrix} \right.$ نسبت به محور y ها نقطه $A' \left| \begin{smallmatrix} -۲ \\ ۵ \end{smallmatrix} \right.$ است.

مثال: اگر نقطه $A \left| \begin{smallmatrix} ۲m-۱ \\ ۳ \end{smallmatrix} \right.$ و $A' \left| \begin{smallmatrix} -m+۵ \\ ۳ \end{smallmatrix} \right.$ قرینه یکدیگر

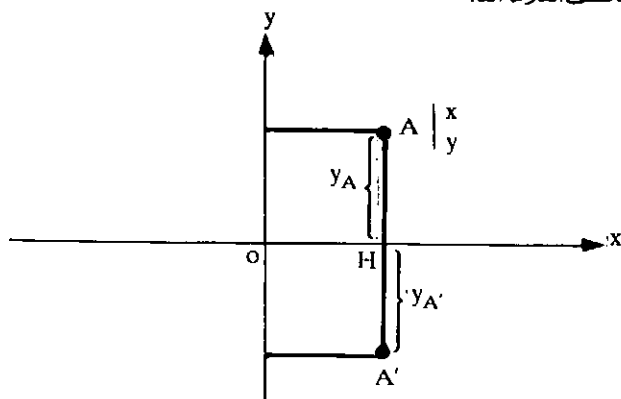
نسبت به محور y ها باشند، مقدار m را بیابید.

$$x_A = -x_{A'} \Rightarrow 2m - 1 = -(-m + 5)$$

$$2m - 1 = m - 5 \Rightarrow \boxed{m = -4}$$

نتیجه ۲: اگر در معادله یک خط یا یک منحنی x را به $(-x)$ تبدیل کنیم، معادله خط یا منحنی جدیدی به دست می‌آید که نمودار آنها

پس y_A و $y_{A'}$ از نظر فاصله هندسی مساوی‌اند ولی از نظر جبری مختلف‌العلامه‌اند.



نتیجه ۱: قرینه نقطه $A \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix}$ نسبت به محور x ها نقطه $A' \begin{vmatrix} x \\ -y \end{vmatrix}$ است.

مثلاً قرینه نقطه $A \begin{vmatrix} ۲ \\ ۳ \end{vmatrix}$ نسبت به محور x ها نقطه $A' \begin{vmatrix} ۲ \\ -۳ \end{vmatrix}$ است.

مثال: اگر نقطه $A \begin{vmatrix} ۳ \\ m^۲-m \end{vmatrix}$ و نقطه $A' \begin{vmatrix} ۳ \\ -۲ \end{vmatrix}$ قرینه یکدیگر

نسبت به محور x ها باشند، مقدار m را بیابید.

$$y_A = -y_{A'} \Rightarrow m^۲ - m = ۲$$

$$\Rightarrow m^۲ - m - ۲ = 0 \Rightarrow (m+۱)(m-۲) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -۱ \\ m = ۲ \end{cases}$$

نتیجه ۲: اگر در معادله یک خط یا یک منحنی y را به $(-y)$ تبدیل کنیم معادله خط یا منحنی جدیدی به دست می‌آید که نمودار آنها قرینه نمودار خط یا منحنی اولیه نسبت به محور x ها است.

مثال: معادله قرینه خط (d) به معادله $y = x - ۱$ را نسبت به محور x ها بیابید. و هر دو را در یک شکل رسم کنید.

حل: y را به $(-y)$ تبدیل می‌کنیم. پس:

$$-y = x - ۱ \Rightarrow y = -x + ۱ \quad (d')$$

$$(d): y = x - ۱ \Rightarrow \begin{vmatrix} ۰ \\ -۱ \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} ۱ \\ ۰ \end{vmatrix}$$

$$(d'): y = -x + ۱ \Rightarrow \begin{vmatrix} ۰ \\ ۱ \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} ۱ \\ ۰ \end{vmatrix}$$

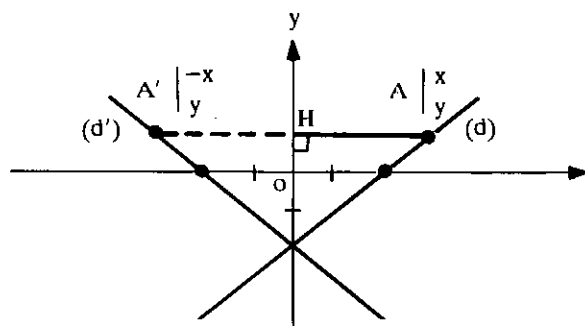
قرینه نمودار خط یا منحنی اولیه نسبت به محور y ها است.

مثال: معادله قرینه خط (d) به معادله $y = x - ۲$ را نسبت به محور y ها بیابید و هر دو را در یک شکل رسم کنید.

حل: باید x را به $(-x)$ تبدیل کنیم پس معادله خط (d') به صورت $y = -x - ۲$ است.

$$d: y = x - ۲ \quad \begin{vmatrix} ۰ \\ -۲ \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} ۲ \\ ۰ \end{vmatrix}$$

$$d': y = -x - ۲ \quad \begin{vmatrix} ۰ \\ -۲ \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} -۲ \\ ۰ \end{vmatrix}$$

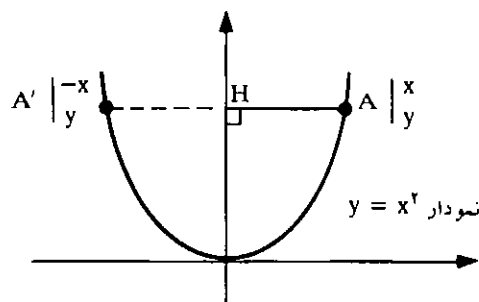


نتیجه ۳: اگر در معادله یک منحنی x را به $(-x)$ تبدیل کنیم و معادله منحنی تغییر نکند، نمودار آن نسبت به محور y ها قرینه است.

مانند: منحنی $y = x^۲$

که اگر در معادله فوق به جای x ، $(-x)$ قرار دهیم، معادله آن تغییر نمی‌کند. پس محور y ها محور تقارن منحنی آن است.

$$y = (-x)^۲ \Rightarrow y = x^۲$$



۲- قرینه نسبت به محور x ها:

اگر نقطه $A \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix}$ در صفحه محورهای مختصات مفروض

باشد چنانچه نقطه A' قرینه نقطه A نسبت به محور x ها باشد خواهیم

$$AH = A'H$$

داشت:

پس نقطه $A' \left| \begin{smallmatrix} -1 \\ 1 \end{smallmatrix} \right.$ قرینه نقطه $A \left| \begin{smallmatrix} 3 \\ 1 \end{smallmatrix} \right.$ نسبت به خط $x = 1$ است.

نتیجه ۲: اگر بخواهیم معادله قرینه یک خط یا یک منحنی را نسبت به خط $x = a$ پیدا کنیم، باید به جای x ، $(2a - x)$ را قرار دهیم.

مثال: قرینه خط (d) به معادله $y = x - 2$ را نسبت به خط $x = 2$ بیابید.

$$a = 2 \Rightarrow 2a - x = 4 - x$$

در معادله $y = x - 2$ به جای x ، $(4 - x)$ را قرار می‌دهیم.

$$\Rightarrow y = 4 - x - 2 \Rightarrow y = -x + 2 : (d')$$

نتیجه ۳: اگر در معادله یک منحنی به جای x ، $(2a - x)$ را قرار دهیم و معادله منحنی تغییر نکند نتیجه می‌گیریم که خط $x = a$ ، معادله محور تقارن منحنی است.

مثال: نشان دهید که خط $x = 1$ معادله محور تقارن منحنی به معادله $y = x^2 - 2x$ است.

$$a = 1 \Rightarrow 2a - x = 2 - x$$

در معادله $y = x^2 - 2x$ به جای x ، $(2 - x)$ را قرار می‌دهیم.

$$\Rightarrow y = (2 - x)^2 - 2(2 - x) \Rightarrow y = 4 + x^2 - 4x - 4 + 2x$$

$$\Rightarrow y = x^2 - 2x$$

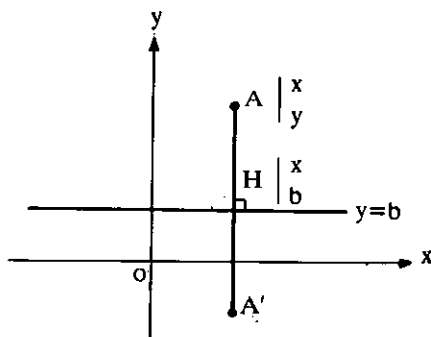
چون معادله حاصل همان معادله اولیه است پس خط $x = 1$ معادله محور تقارن منحنی است.

۵- قرینه نسبت به خط $y = b$:

با توجه به شکل، اگر نقطه A' قرینه نقطه A نسبت به خط $y = b$ باشد، داریم: $x_A = x_{A'}$ و نقطه H وسط AA' است.

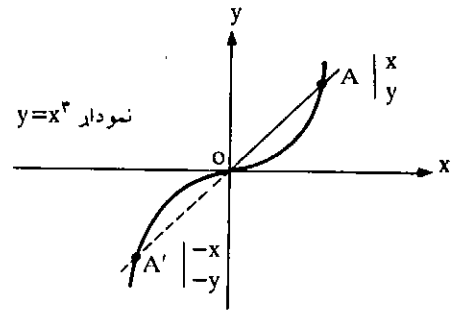
$$\Rightarrow y_H = \frac{y_A + y_{A'}}{2} \Rightarrow b = \frac{y_A + y_{A'}}{2} \Rightarrow$$

$$y_A + y_{A'} = 2b \Rightarrow y_{A'} = 2b - y_A$$



نتیجه ۳: اگر در معادله یک منحنی x را به $(-x)$ و y را به $(-y)$ تبدیل کنیم و معادله منحنی تغییر نکند، آنگاه نمودار آن منحنی نسبت به مبدأ مختصات متقارن است. مانند: نمودار $y = x^2$ که اگر x را به $(-x)$ و y را به $(-y)$ تبدیل کنیم، معادله منحنی تغییر نمی‌کند.

$$-y = (-x)^2 \Rightarrow -y = -x^2 \Rightarrow y = x^2$$

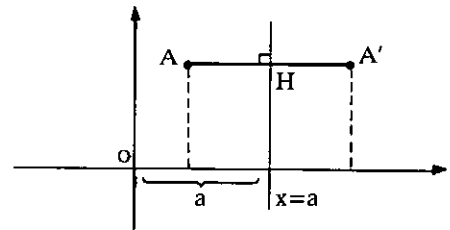


۴- قرینه نسبت به خط $x = a$:

با توجه به شکل اگر نقطه A' قرینه نقطه A نسبت به خط $x = a$ باشد داریم: $y_A = y_{A'}$ و نقطه H وسط AA' است پس می‌توان نوشت:

$$x_H = \frac{x_A + x_{A'}}{2} \Rightarrow a = \frac{x_A + x_{A'}}{2} \Rightarrow$$

$$x_A + x_{A'} = 2a \Rightarrow x_{A'} = 2a - x_A$$



بنابراین اگر $A \left| \begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix} \right.$ باشد نقطه $A' \left| \begin{smallmatrix} 2a-x \\ y \end{smallmatrix} \right.$ است.

نتیجه ۱: قرینه نقطه $A \left| \begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix} \right.$ نسبت به خط $x=a$ ، نقطه $A' \left| \begin{smallmatrix} 2a-x \\ y \end{smallmatrix} \right.$ است.

مثال: قرینه نقطه $A \left| \begin{smallmatrix} 3 \\ 1 \end{smallmatrix} \right.$ نسبت به خط $x = 1$ چنین است:

$$A \left| \begin{smallmatrix} 3 \\ 1 \end{smallmatrix} \right. = x \quad \text{و} \quad a = 1 \Rightarrow A' \left| \begin{smallmatrix} 2a-x \\ y \end{smallmatrix} \right. = \left| \begin{smallmatrix} 2(1)-3 \\ 1 \end{smallmatrix} \right. = \left| \begin{smallmatrix} -1 \\ 1 \end{smallmatrix} \right.$$

$$\Rightarrow A' \left| \begin{smallmatrix} -1 \\ 1 \end{smallmatrix} \right.$$

۶- قرینه نسبت به نقطه $\begin{vmatrix} a \\ b \end{vmatrix} : o'$

با توجه به شکل، اگر نقطه A' قرینه نقطه A نسبت به نقطه

$\begin{vmatrix} a \\ b \end{vmatrix} : o'$ باشد، می توان گفت که نقطه o' وسط AA' است پس

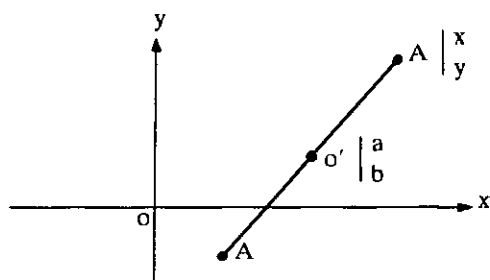
می توان نوشت:

$$x_{o'} = \frac{x_A + x_{A'}}{2} \Rightarrow a = \frac{x_A + x_{A'}}{2} \Rightarrow$$

$$x_A + x_{A'} = 2a \Rightarrow x_{A'} = 2a - x_A$$

$$y_{o'} = \frac{y_A + y_{A'}}{2} \Rightarrow b = \frac{y_A + y_{A'}}{2} \Rightarrow$$

$$y_A + y_{A'} = 2b \Rightarrow y_{A'} = 2b - y_A$$



بنابراین اگر $A \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix}$ باشد نقطه $A' \begin{vmatrix} 2a-x \\ 2b-y \end{vmatrix}$ است.

نتیجه ۱: قرینه نقطه $A \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix}$ نسبت به نقطه $\begin{vmatrix} a \\ b \end{vmatrix} : o'$ ، نقطه $A' \begin{vmatrix} 2a-x \\ 2b-y \end{vmatrix}$ است.

مثال: قرینه نقطه $A \begin{vmatrix} 1 \\ 5 \end{vmatrix}$ را نسبت به نقطه $\begin{vmatrix} -2 \\ 3 \end{vmatrix} : o'$ بیابید.

$$A \begin{vmatrix} 1 \\ 5 \end{vmatrix} \text{ و } \begin{cases} a = -2 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow A' \begin{vmatrix} 2a-x \\ 2b-y \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow A' \begin{vmatrix} -4-1 \\ 6-5 \end{vmatrix} \Rightarrow A' \begin{vmatrix} -5 \\ 1 \end{vmatrix}$$

پس نقطه $\begin{vmatrix} -5 \\ 1 \end{vmatrix} : A'$ قرینه نقطه $A \begin{vmatrix} 1 \\ 5 \end{vmatrix}$ نسبت به نقطه $\begin{vmatrix} -2 \\ 3 \end{vmatrix} : o'$ است.

نتیجه ۲: اگر بخواهیم قرینه یک خط یا یک منحنی را نسبت به نقطه

بنابراین اگر $A \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix}$ باشد نقطه $A' \begin{vmatrix} x \\ 2b-y \end{vmatrix}$ است.

نتیجه ۱: قرینه نقطه $A \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix}$ نسبت به خط $y=b$ ، نقطه $A' \begin{vmatrix} x \\ 2b-y \end{vmatrix}$ است.

مثال: قرینه نقطه $A \begin{vmatrix} -1 \\ -2 \end{vmatrix}$ نسبت به خط $y=2$ چنین به دست می آید:

$$A \begin{vmatrix} -1 \\ -2 \end{vmatrix} \text{ و } b = 2 \Rightarrow A' \begin{vmatrix} x \\ 2b-y \end{vmatrix} \Rightarrow A' \begin{vmatrix} -1 \\ 4+2 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow A' \begin{vmatrix} -1 \\ 6 \end{vmatrix}$$

پس نقطه $A' \begin{vmatrix} -1 \\ 6 \end{vmatrix}$ قرینه نقطه $A \begin{vmatrix} -1 \\ -2 \end{vmatrix}$ نسبت به خط $y=2$ است.

نتیجه ۲: اگر بخواهیم معادله قرینه یک خط یا یک منحنی را نسبت به

خط $y=b$ پیدا کنیم باید به جای y ، $(2b-y)$ را قرار دهیم.

مثال: قرینه خط (d) به معادله $y=4x-1$ را نسبت به خط $y=2$ بیابید.

$$b = 2 \Rightarrow 2b - y = 4 - y$$

در معادله $y = 4x - 1$ ، به جای y باید $(4-y)$ را قرار دهیم.

$$\Rightarrow 4-y=4x-1 \Rightarrow -y=4x-5 \Rightarrow$$

$$y = -4x + 5 \quad (d')$$

نتیجه ۳: اگر در معادله یک منحنی به جای y ، $(2b-y)$ را قرار دهیم

و معادله منحنی تغییر نکند، نتیجه می گیریم که خط $y=b$ معادله

محور تقارن منحنی است.

مثال: نشان دهید خط $y=2$ معادله محور تقارن منحنی به معادله

$$x = y^2 - 4y \text{ است.}$$

$$b = 2 \Rightarrow 2b - y = 4 - y$$

در معادله $x = y^2 - 4y$ ، به جای y ، $(4-y)$ را قرار می دهیم.

$$x = (4-y)^2 - 4(4-y) \Rightarrow x = 16 + y^2 - 8y - 16 + 4y$$

$$\Rightarrow x = y^2 - 4y$$

چون معادله حاصل همان معادله اولیه منحنی است پس خط $y=2$

معادله محور تقارن منحنی است.

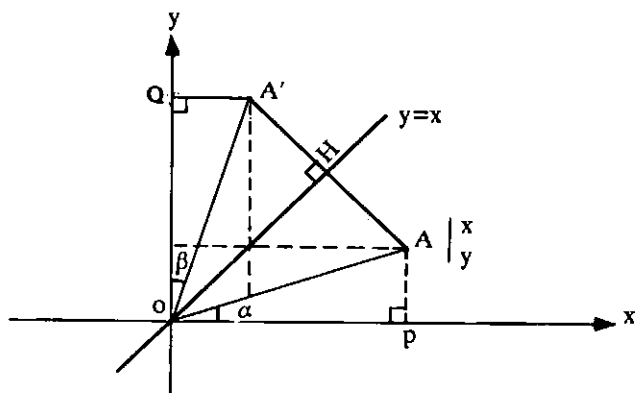
گفت که: خط $y = x$ عمود منصف AA' است. پس: $OA = OA'$

$$\Rightarrow \angle A'OH = \angle AOH \Rightarrow \alpha = \beta$$

دو مثلث قائم الزاویه $\triangle OPA$ و $\triangle OQA'$ (به حالت وتر و یک زاویه) حاده مساوی اند.

$$\Rightarrow \overline{OP} = \overline{OQ} \Rightarrow x_A = y_{A'}$$

$$\Rightarrow \overline{AP} = \overline{AQ} \Rightarrow y_A = x_{A'}$$



نتیجه ۱: قرینه نقطه $A \left| \begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix} \right.$ نسبت به خط $y=x$ ، نقطه $A' \left| \begin{smallmatrix} y \\ x \end{smallmatrix} \right.$ است.

مثال: قرینه نقطه $A \left| \begin{smallmatrix} 2 \\ 5 \end{smallmatrix} \right.$ نسبت به خط $y=x$ ، نقطه $A' \left| \begin{smallmatrix} 5 \\ 2 \end{smallmatrix} \right.$ است.

نتیجه ۲: اگر بخواهیم قرینه یک خط یا یک منحنی را نسبت به خط $y = x$ بیابیم باید در معادله خط یا منحنی جای x و y را با هم عوض کنیم.

مثال: قرینه خط (d) به معادله $y = 2x + 3$ را نسبت به خط $y = x$ بیابید.

باید جای x و y را با هم عوض کنیم.

$$\Rightarrow x = 2y + 3 \Rightarrow 2y = x - 3$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \quad \text{معادله خط (d')}$$

نتیجه ۳: اگر در معادله یک منحنی جای x و y را با هم عوض کنیم و معادله منحنی تغییر نکند می‌گوییم خط $y = x$ معادله محور تقارن آن منحنی است.

$O' \left| \begin{smallmatrix} a \\ b \end{smallmatrix} \right.$ به دست آوریم باید به جای x ، $(2a - x)$ و به جای y ، $(2b - y)$ را قرار دهیم.

مثال: قرینه خط (d) به معادله $y = 2x + 1$ را نسبت به نقطه $O' \left| \begin{smallmatrix} -1 \\ 2 \end{smallmatrix} \right.$ بیابید.

$$\begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a - x = -2 - x \\ 2b - y = 4 - y \end{cases}$$

باید به جای x ، $(-2 - x)$ و به جای y ، $(4 - y)$ را در معادله

$$y = 2x + 1 \text{ قرار دهیم.}$$

$$\Rightarrow 4 - y = 2(-2 - x) + 1 \Rightarrow 4 - y = -4 - 2x + 1$$

$$\Rightarrow -y = -2x - 7 \Rightarrow y = 2x + 7 \quad \text{معادله خط (d')}$$

نتیجه ۳: اگر در معادله یک منحنی به جای x ، $(2a - x)$ و به جای y ، $(2b - y)$ را قرار دهیم و معادله منحنی تغییر نکند، آنگاه نقطه

$O' \left| \begin{smallmatrix} a \\ b \end{smallmatrix} \right.$ مرکز تقارن منحنی تابع است.

مثال: نشان دهید نقطه $O' \left| \begin{smallmatrix} 2 \\ 3 \end{smallmatrix} \right.$ مرکز تقارن منحنی تابع $y = x^2 - 6x^2 + 19$ است.

$$O' \left| \begin{smallmatrix} 2 \\ 3 \end{smallmatrix} \right. \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a - x = 4 - x \\ 2b - y = 6 - y \end{cases}$$

باید در معادله منحنی به معادله $y = x^2 - 6x^2 + 19$ به جای x ،

$(4 - x)$ و به جای y ، $(6 - y)$ را قرار دهیم.

$$6 - y = (4 - x)^2 - 6(4 - x)^2 + 19$$

$$6 - y = 64 - x^2 - 48x + 12x^2 - 6(16 + x^2 - 8x) + 19$$

$$6 - y = -x^2 + 6x^2 - 12 \Rightarrow -y = -x^2 + 6x^2 - 19$$

$$\Rightarrow y = x^2 - 6x^2 + 19$$

چون معادله حاصل همان معادله اولیه است پس نقطه $O' \left| \begin{smallmatrix} 2 \\ 3 \end{smallmatrix} \right.$ مرکز تقارن منحنی است.

۷- قرینه نسبت به خط $y = x$:

اگر نقطه A' قرینه نقطه A نسبت به خط $y = x$ باشد می‌توان

مثال: نشان دهید که خط $y = x$ معادله محور تقارن منحنی به معادله $x^2 + y^2 + 3xy = 1$ است.

حل: جای x و y را باهم عوض می‌کنیم.

$$\Rightarrow y^2 + x^2 + 3yx = 1$$

ملاحظه می‌کنیم که معادله اصلی تغییر نکرده است. پس خط $y = x$ معادله محور تقارن این منحنی است.

۸- قرینه نسبت به خط $y = -x$:

اگر نقطه A' قرینه نقطه A نسبت به خط $y = -x$ باشد می‌توان گفت که خط $y = -x$ عمود منصف AA' است.

پس: $\angle A'O H = \angle A O H$ و $OA = OA'$

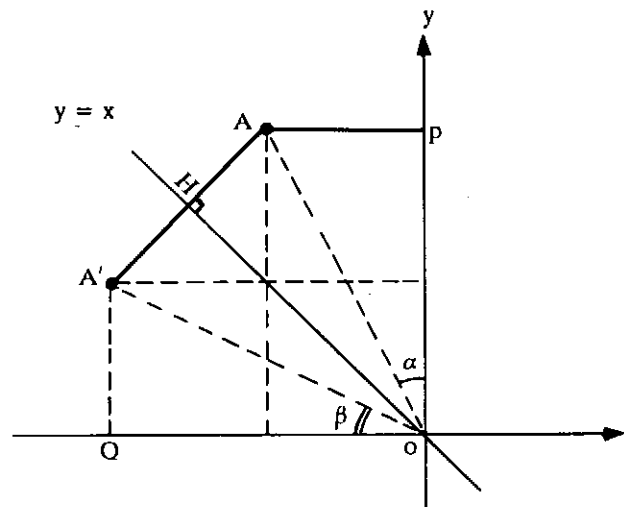
$$\alpha = \beta$$

در نتیجه:

و دو مثلث قائم‌الزاویه $\triangle APO$ و $\triangle A'QO$ (به حالت وتر و یک زاویه حاده مساوی‌اند).

در نتیجه، با توجه به علامت:

$$\Rightarrow \begin{cases} \overline{OP} = -\overline{OQ} \Rightarrow y_A = -x_{A'} \\ \overline{AP} = -\overline{A'Q} \Rightarrow x_A = -y_{A'} \end{cases}$$



نتیجه ۱: قرینه نقطه $A \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix}$ نسبت به خط $y = -x$ ، نقطه $A' \begin{vmatrix} -y \\ -x \end{vmatrix}$ است.

مثال: قرینه نقطه $A \begin{vmatrix} 5 \\ 2 \end{vmatrix}$ نسبت به خط $y = -x$ ، نقطه $A' \begin{vmatrix} -2 \\ -5 \end{vmatrix}$ است.

نتیجه ۲: اگر بخواهیم قرینه یک خط یا یک منحنی را نسبت به خط

مثال: قرینه خط (d) به معادله $y = 2x - 1$ را نسبت به خط $y = -x$ بیابید. باید x را به $(-y)$ و y را به $(-x)$ تبدیل کنیم.

$$-x = -2y - 1 \Rightarrow 2y = x - 1$$

$$\Rightarrow \boxed{y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}} \quad \text{معادله خط (d')}$$

نتیجه ۳: اگر در معادله یک منحنی به جای x ، $(-y)$ و به جای y ، $(-x)$ را قرار دهیم و معادله آن تغییر نکند می‌گوییم خط $y = -x$ معادله محور تقارن آن است.

مثال: نشان دهید که خط $y = -x$ معادله محور تقارن منحنی به معادله $x^2y^2 + (x - y)^2 = 1$ است.

حل: به جای x ، $(-y)$ و به جای y ، $(-x)$ را قرار می‌دهیم.

$$(-y)^2(-x)^2 + (-y + x)^2 = 1 \Rightarrow y^2 + x^2 + (x - y)^2 = 1$$

معادله منحنی تغییر نکرده است پس خط: $y = -x$ معادله محور تقارن منحنی است.

مساله: یک شعاع نورانی به معادله $y = 2x - 4$ به محور x ها می‌تابد، معادله شعاع انعکاس را بیابید.

حل: این شعاع نورانی محور x ها را در نقطه‌ای به طول $x = 2$ قطع می‌کند ($y = 0 \Rightarrow x = 2$). با توجه به درس آئینه‌ها در فیزیک برای تعیین معادله شعاع انعکاس باید قرینه معادله شعاع نورانی را نسبت به خط $x = 2$ پیدا کرد (شماره (۴) درس همین مقاله).

$$a = 2 \Rightarrow 2a - x = 4 - x$$

باید در معادله شعاع نورانی به جای x ، $(4 - x)$ را قرار داد.

$$\Rightarrow y = 2(4 - x) - 4 \Rightarrow y = 4 - 2x \quad \text{معادله شعاع انعکاس}$$

