

قواعد استنتاج

غلامرضا یاسی پور

هر باب از این کتاب نگارین که بزرگنی
همچون بهشت گویی از آن باب خوشتر است

یا استدلال^{۱۶} درست^{۱۷} چیست. در این صورت به تعریف استنتاج
درست می‌پردازیم.

تعریف ۱. استنتاجی را درست می‌گوییم که چون صورت آن را
به دست آوریم و جدول ارزش این صورت را رسم کنیم، در این
جدول ارزش هر جا که مقدمات صورت مزبور راست^{۱۸} باشند نتیجه
آن نیز راست باشد.

اما صورت یا صورت استدلالی^{۱۹} چیست؟

تعریف ۲. چون در یک استدلال به جای گزاره‌های ساده^{۲۰}
متغیرهای گزاره‌ای^{۲۱} و به جای رابطها^{۲۲} علائم منطقی^{۲۳} آنها را قرار
دهیم، حاصل کار را صورت استدلالی گویند. متغیرهای گزاره‌ای به
جای گزاره‌های ساده می‌نشینند و به عبارت دیگر جانگهدارند^{۲۴}.

به این ترتیب برای تحقیق درستی استنتاج زیر:

اگر باران بیارد در این صورت هوا ابر است.

باران می‌بارد.

∴ هوا ابر است.^{۲۵}

دو باب اصلی منطق یکی باب تصور^۱ است و دیگری باب تصدیق^۲.
تصور همان تعریف^۳ و تعریف همان قول شارح است و تصدیق
همان قضیه^۴، و قضیه همان قول جازم یا لفظ مرکب نام خبری، که در
منطق ریاضی آن را گزاره^۵ می‌نامند و کل این دو را علم می‌گویند،
چنانکه گفته‌اند:

علم، در صورتی که اقرار به نسبت (بین دو چیز) باشد تصدیق و گرنه تصور
است.^۶

و هریک را به بدیهی^۷ و نظری^۸ تقسیم می‌کنند، چنانکه فرموده‌اند:

و به ضرورت به دو قسم بدیهی و نظری تقسیم می‌شود، و نظری ملاحظه
معلوم برای حصول به مجهول است.^۹

باب معروف^{۱۰} در تصور نظری و باب حجت^{۱۱} در تصدیق نظری
است، و در همین باب است که از گزاره‌هایی به نام مقدمات^{۱۲} به
گزاره‌ای به نام نتیجه^{۱۳} می‌رسیم و در مورد همین رسیدن از مقدمات
به نتیجه است که استنتاج^{۱۴} می‌کنیم و بنابراین به قواعد استنتاج^{۱۵} نیاز
داریم.

اما، پیش از پرداختن به این موضوع باید مشخص کنیم که استنتاج

«تهران پایتخت پاکستان است» به دست می آوریم:

p
 $\therefore q$

و جدول آن را رسم می کنیم:

مقدمه p	نتیجه q
T	T
T	F
F	T
F	F

و ملاحظه می کنیم که در هر سطر که مقدمه راست است نتیجه چنین نیست (در سطر دوم مقدمه T است در حالی که نتیجه نیست). بنابراین می گوئیم که استدلال مزبور نادرست است. استدلال

$$2+2=4$$

$$2 \times 2 = 4 \therefore$$

نیز که دارای همان صورت است، هر چند مقدمه و نتیجه اش راستند، نادرست است.

به این ترتیب می توانیم درستی یا نادرستی هر استدلال را با روش مکانیکی^{۲۸} فوق تحقیق کنیم. در این صورت چه نیازی به طرح قوانین استنتاج داریم؟ پاسخ در این مسأله نهفته است که روش فوق، گرچه می تواند در مورد هر استدلال متعارف^{۲۹}ی به کار رود، چون تعداد متغیرهای موجود در مقدمات یک صورت استدلالی زیاد باشد (اما نامتناهی نباشد) روشی عملی^{۳۰} نیست. زیرا همانطور که می دانیم چون تعداد متغیرهای گزاره ای واقع در صورتی n باشد تعداد سطرهای جدول آن 2^n می شود^{۳۱}، و به این ترتیب چون n مثلاً برابر ۱۰ باشد تعداد سطرهای جدول مربوطه 2^{10} یا ۱۰۲۴ می شود و این تعداد، رسم جدول راه، اگر نه غیر ممکن، بسیار پر زحمت می کند. بنا به این دلیل است که نیاز به روشی کاراتر و عملی تر داریم و این روش همان

«باران می بارد» را با p ، و «هوا ابر است» را با q و رابط «اگر - در این صورت» را با $\Rightarrow$ نمایش می دهیم و در نتیجه صورت استدلالی زیر را به دست می آوریم:

$p \Rightarrow q$
 p
 $\therefore q$

اکنون به رسم جدول ارزش این صورت می پردازیم:

مقدمه ۱ $p \Rightarrow q$	مقدمه ۲ p	نتیجه q
T	T	T
F	T	F
T	F	T
T	F	F

با توجه به جدول فوق، ملاحظه می کنیم که در هر سطر جدول که مقدمات ۱ و ۲ راستند نتیجه نیز راست است (در این مثال این واقعه تنها در سطر اول اتفاق می افتد)، بنابراین استدلال مورد بحث درست است. به این ترتیب، استدلال

اگر ناپلئون تهرانی است در این صورت ایرانی است.

ناپلئون تهرانی است.

$\therefore$ ناپلئون ایرانی است.

نیز که دارای همان صورت فوق است استدلالی درست^{۳۲} می باشد.

اکنون استدلال نادرست^{۳۳} زیر را در نظر می گیریم:

$$2+2=4$$

$\therefore$ تهران پایتخت پاکستان است.

و صورت آن را با قرار دادن p به جای $2+2=4$ و q به جای

روش استفاده از قواعد استنتاج است.

اما قواعد استنتاج خود صورتهای استدلالی درستی می‌باشند که چون در مورد مقدماتی به کار روند و نتیجه را به دست دهند آن نتیجه با راست بودن مقدمات، راست می‌شود و به عبارت دیگر راستی را در هر مورد که به کار روند به میراث می‌گذارند.

این قواعد فعلاً تعداد، حتی صور ثابتی ندارند و از هر کتاب به کتاب دیگر تغییر می‌کنند. و ما برای این مقاله، آنها را از کتاب معتبر منطق علامتی^{۳۲} کوپای^{۳۳} انتخاب کرده‌ایم. قواعد مورد ذکر به خاطر فواید عملی، مستقل از یکدیگر نیز نیستند (گرچه در یک منطق صوری^{۳۴} باید باشند) و به عبارت دیگر می‌توان بعضی از آنها را از بعضی دیگر استنتاج کرد. اما باید تمام^{۳۵} باشند، یعنی باید بتوانند درستی هر استنتاج درست را ثابت کنند و به عبارت دیگر با در دست داشتن آنها، در صورتی که درستی استدلال درستی ثابت نشود این استدلال کننده است که عجز دارد و ناتوانی از آن قواعد نیست. قواعد مزبور به ترتیب زیرند و همانطور که گفته شد می‌توان درستی هر یک از آنها را با استفاده از جدول ارزش تحقیق کرد.

۱. قیاس استثنایی یا قاعده انفصال^{۳۶}.

$$p \Rightarrow q$$

$$p$$

$$\therefore q \quad \text{M.P.}$$

۲. انفصال نقیض^{۳۷}.

$$p \Rightarrow q$$

$$\sim q$$

$$\therefore \sim p \quad \text{M.T.}$$

۳. قیاس فرضی^{۳۸}.

$$p \Rightarrow q$$

$$q \Rightarrow r$$

$$\therefore p \Rightarrow r \quad \text{H.S.}$$

۴. قیاس فاصل^{۳۹}.

$$p \vee q$$

$$\sim p$$

$$\therefore q \quad \text{D.S.}$$

۵. قیاس دوحّدین بانی^{۴۰}.

$$(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s)$$

$$p \vee r$$

$$\therefore q \vee s \quad \text{C.D.}$$

۶. قیاس دوحّدین مخرب^{۴۱}.

$$(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s)$$

$$\sim q \vee \sim s$$

$$\therefore \sim p \vee \sim r$$

۷. تسهیل^{۴۲}.

$$p \wedge q$$

$$\therefore p \quad \text{Simp.}$$

8. DvE

7, Add.

در سطر ۳، $A \wedge B$ را از سطر ۲، با استفاده از قاعده تسهیل استنتاج کرده‌ایم و به همین علت در مقابل آن ۲ و Simp. را که مخفف تسهیل است، نوشته‌ایم. در سطر ۴، $A \Rightarrow (D \wedge E)$ را با استفاده از سطرهای ۳ و ۱ و قاعده قیاس استثنایی استنتاج کرده‌ایم و به همین مناسبت در مقابل آن ۳، ۱ و M.P. را، که مخفف قیاس استثنایی است، نوشته‌ایم. در سطر ۵، A را از سطر ۳، با استفاده از قاعده تسهیل نتیجه گرفته‌ایم و به همین علت در مقابل آن ۳ و Simp.، مخفف تسهیل، را یادداشت کرده‌ایم. در سطر ۶، $D \wedge E$ را از سطر ۵ و ۴ با قیاس استثنایی به دست آورده‌ایم و از همین رو در مقابل آن ۵، ۴ و M.P.، مخفف قیاس استثنایی، را نوشته‌ایم. در سطر ۷، D را از سطر ۶ با قاعده تسهیل استنتاج کرده‌ایم و به همین مناسبت در مقابل آن ۶ و Simp.، علامت تسهیل، را رقم زده‌ایم. و آخر الامر، در سطر ۸، DvE را از سطر ۷، با استفاده از قاعده جمع حاصل کرده‌ایم و به همین علت در مقابل آن ۷ و Add.، مخفف جمع، را نوشته‌ایم، و به این ترتیب، با استفاده از قواعد استنتاج مزبور، بدون رسم جدول ارزش، که در این حالت به 2^5 یا 32 سطر احتیاج داشته، به مطلوب رسیده‌ایم.

مثال ۲. اثبات صوری استدلال زیر را به دست دهید.

1. $H \Rightarrow (I \Rightarrow J)$

2. $K \Rightarrow (I \Rightarrow J)$

3. $(\sim H \wedge \sim K) \Rightarrow (\sim L \vee \sim M)$

4. $(\sim L \Rightarrow \sim N) \wedge (\sim M \Rightarrow \sim O)$

5. $(P \Rightarrow N) \wedge (Q \Rightarrow O)$

6. $\sim (I \Rightarrow J) / \therefore \sim P \vee \sim Q$

7. $\sim H$ 6, 1, M.T.

8. $\sim K$ 6, 2, M.T.

9. $\sim H \wedge \sim K$ 7, 8, Conj.

10. $\sim L \vee \sim M$ 9, 3, M.P.

۸. ترکیب عطفی ۴۳.

p

q

$$\therefore p \wedge q \quad \text{Conj.}$$

۹. جمع ۴۴.

p

$$\therefore p \vee q \quad \text{Add.}$$

پیش از به دست دادن بقیه قواعد به ذکر چند مثال می‌پردازیم و در مورد آنها این مطلب را خاطر نشان می‌کنیم که حروف بزرگ به جای گزاره‌های خاص به کار رفته، علامت / پس از آخرین مقدمه آمده و بعد از $\therefore$ نتیجه استدلال آورده شده و در سطرهای بعدی هر مقدمه و هر قاعده به کار رفته در مقابل سطر مربوطه نوشته شده است، و این ترتیب را به دست دادن اثبات صوری ۴۵ استدلال می‌گوییم.

مثال ۱. اثبات صوری استدلال زیر را به دست دهید.

$$(A \wedge B) \Rightarrow [A \Rightarrow (D \wedge E)] , (A \wedge B) \wedge C / \therefore DvE$$

حل. استدلال را به ترتیب زیر اثبات می‌کنیم:

1. $(A \wedge B) \Rightarrow [A \Rightarrow (D \wedge E)]$

2. $(A \wedge B) \wedge C / \therefore DvE$

3. $A \wedge B$ 2, Simp.

4. $A \Rightarrow (D \wedge E)$ 3, 1, M.P.

5. A 3, Simp.

6. $D \wedge E$ 5, 4, M.P.

7. D 6, Simp.

۱۴. نقیض مضاعف^{۵۱} (D.N.):

$$11. \sim N\vee \sim O$$

4,1°, C.D.

$$12. \sim P\vee \sim Q$$

5,11, D.D.

$$p \equiv \sim \sim p$$

اکنون به ذکر قاعده بعد، یعنی قاعده جانشینی^{۴۶}، می پردازیم.

۱۵. توانهاد^{۵۲} یا جبر (Trans.):

قاعده جانشینی: هر یک از عبارات منطقاً معادل زیر را

می توان، در هر جا که رخ دهند، به جای یکدیگر قرار داد.

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$$

۱۰. قضایای دومورگان^{۴۷} (De M.):

$$\sim (p \wedge q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$$

$$\sim (p \vee q) \equiv (\sim p \wedge \sim q)$$

۱۶. استلزام مادی^{۵۳} (Impl.):

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$$

۱۱. تعویض پذیری^{۴۸} (Com):

$$(p \vee q) \equiv (q \vee p)$$

$$(p \wedge q) \equiv (q \wedge p)$$

۱۷. تعادل مادی^{۵۴} (Equiv.):

$$(p \equiv q) \equiv [(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)]$$

$$(p \equiv q) \equiv [(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)]$$

۱۲. شرکت پذیری^{۴۹} (Assoc):

$$[p \vee (q \vee r)] \equiv [(p \vee q) \vee r]$$

$$[p \wedge (q \wedge r)] \equiv [(p \wedge q) \wedge r]$$

۱۸. صدور^{۵۵} (Exp.):

$$[(p \wedge q) \Rightarrow r] \equiv [p \Rightarrow (q \Rightarrow r)]$$

۱۳. توزیع پذیری^{۵۰} (Dist.):

$$[p \wedge (q \vee r)] \equiv [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$$

$$[p \vee (q \wedge r)] \equiv [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$$

۱۹. صادق^{۵۱} (Taut.):

$$p \equiv (p \vee p)$$

$$p \equiv (p \wedge p)$$

در مورد هر یک از قواعد فوق باید توجه داشت که اولاً: دو گزاره را

از سطر $[A \Rightarrow (B \Rightarrow C)] \vee D$ هم می‌توان $[(A \wedge B) \Rightarrow C] \vee D$ را از این قاعده نتیجه گرفت. تفاوت مهم دیگر این است که نه قاعده اول یک طرفه‌اند در حالی که ده قاعده بعد دو طرفه می‌باشند.

اکنون به ذکر مثالی چند در توضیح کاربرد قواعد فوق می‌پردازیم.

مثال ۳. اثبات صوری درستی استدلال زیر را به دست دهید:

- | | |
|--|------------|
| 1. $(O \Rightarrow \sim P) \wedge (P \Rightarrow Q)$ | |
| 2. $Q \Rightarrow O$ | |
| 3. $\sim R \Rightarrow P / \therefore R$ | |
| 4. $\sim Q \vee O$ | 2, Impl. |
| 5. $O \vee \sim Q$ | 4, Com. |
| 6. $(O \Rightarrow \sim P) \wedge (\sim Q \Rightarrow \sim P)$ | 1, Trans. |
| 7. $\sim P \vee \sim P$ | 6, 5, C.D. |
| 8. $\sim P$ | 7, Taut. |
| 9. $\sim \sim R$ | 8, 3, M.T. |
| 10. R | 9, D.N. |

مثال ۴. اثبات صوری درستی استدلال زیر را به دست دهید:

- | | |
|---|-----------|
| 1. $J \vee (\sim K \vee J)$ | |
| 2. $K \vee (\sim J \vee K) / \therefore (J \wedge K) \vee (\sim J \wedge \sim K)$ | |
| 3. $(\sim K \vee J) \vee J$ | 1, Com. |
| 4. $\sim K \vee (J \vee J)$ | 3, Assoc. |
| 5. $\sim K \vee J$ | 4, Taut. |
| 6. $K \Rightarrow J$ | 5, Impl. |
| 7. $(\sim J \vee K) \vee K$ | 2, Com. |
| 8. $\sim J \vee (K \vee K)$ | 7, Assoc. |
| 9. $\sim J \vee K$ | 8, Taut. |

از لحاظ مادی معادل^{۵۷} گویند اگر دارای یک ارزش راستی باشند، و این گزاره را، که آنها از لحاظ مادی معادلند، با درج علامت « $\equiv$ » در بین آنها علامتی می‌کنیم، و علامت مزبور را با جدول زیر تعریف می‌کنیم:

p	q	$p \equiv q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

در این صورت همانطور که از جدول فوق برمی‌آید گفتن اینکه دو گزاره از لحاظ مادی معادلند گفتن این است که از لحاظ مادی مستلزم یکدیگرند. در نتیجه علامت مزبور را می‌توان به صورت «از لحاظ مادی معادل است با» یا «اگر و تنها اگر» خواند. گزاره به صورت $p \equiv q$ را دو شرطی^{۵۸} می‌نامند. ثانیاً، دو گزاره را منطقاً معادل^{۵۹} می‌گویند اگر دو شرطی بیان‌کننده تعادل مادیشان صادق یا همواره راست باشد. به این ترتیب هر یک از دو عبارت واقع در ده مورد فوق منطقاً معادلند و به عبارت دیگر عبارت حاصل از کل آنها صادق است، یعنی در جدول ارزش همواره T می‌گیرد و این مطلب را می‌توان در مورد هر یک از تعادلات فوق تحقیق کرد.

توجه داشته باشید که بین نه قاعده استنتاج اول و ده قاعده استنتاج بعد تفاوت مهمی موجود است و آن تفاوت این است که نه قاعده اول را می‌توان تنها در مورد سطور کامل به کار برد. به این ترتیب، مثلاً، با استفاده از سهیل می‌توان A را از $A \wedge B$ ، در صورتی که $A \wedge B$ سطری کامل باشد، استنتاج کرد، و اگر این عبارت قسمتی از یک سطر، مثلاً، $(A \wedge B) \Rightarrow C$ باشد، نمی‌توان A را از آن با استفاده از این قاعده نتیجه گرفت. در حالی که هر یک از ده قاعده اخیر را هم می‌توان در مورد یک سطر کامل هم در مورد قسمتی از یک سطر به کار برد. به این ترتیب نه تنها می‌توان $A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$ را از سطر کامل $(A \wedge B) \Rightarrow C$ ، با استفاده از صدور، استنتاج کرد، بلکه

Deduction -۱۴

Rules of Inference -۱۵

Reasoning -۱۶

Valid -۱۷

۱۸- True در این مقاله «راست» را با T و «دروغ» False را با F نمایش می‌دهیم.

Argument Form -۱۹

Simple Statement -۲۰

Statement Variable -۲۱

Connective -۲۲

Logical Symbols -۲۳

۲۴- Place Holder، اینها را با حروف کوچک الفبای لاتین با شروع از P نمایش می‌دهیم.

۲۵- ∴ علامت «در نتیجه» Therefore است.

۲۶- استدلال مزبور درست است اما صحیح Sound نیست، زیرا حداقل یکی از مقدمات آن دروغ است. به این ترتیب استدلالی صحیح است که علاوه بر درست بودن، جمیع مقدماتش نیز راست باشند. اما در منطق تنها با درستی استدلال‌ات کار داریم و تحقیق راستی مقدمات کار منطقی با عنوان منطقی نیست و اشتغال عالم است.

Invalid -۲۷

Mechanical Procedure -۲۸

۲۹- مقصود از استدلال متعارف Common Reasoning، استدلالی است که مقدمات و منتهای گزاره‌ای به کار رفته در مقدمات صورت استدلالی آن، هر دو، به تعداد منتهای باشند.

Effective Procedure -۳۰

۳۱- این مطلب را با استفاده از استقراء ریاضی ثابت می‌کنند.

Symbolic Logic -۳۲

۳۳- Irving M. Copi منطقی معاصر و استاد دانشگاه هاوایی

Formal Logic -۳۴

Complete -۳۵

۳۶- Modus Ponens، منطقیون معمولاً برای ترکیب شرطی از علامت «C» که «C» ی برگردان است استفاده می‌کنند و این C خود اول کلمه Conditional یا «شرطی» است. به همین ترتیب برای ترکیب عطفی از علامت «(چون در این مرجع)» یا علامت «&» (چون در کتب دیگر) استفاده می‌برند، ولی ما در این مقاله به ترتیب از علامات « $\Rightarrow$ » و « $\wedge$ » بهره بردیم.

Modus Tollens -۳۷

Hypothetical Syllogism -۳۸

Disjunctive Syllogism -۳۹

Constructive Dilemma -۴۰

Destructive Dilemma -۴۱

10. $J \Rightarrow K$

9, Impl.

11. $(J \Rightarrow K) \wedge (K \Rightarrow J)$

10,6, Conj.

12. $J \equiv K$

11, Equiv.

13. $(J \wedge K) \vee (\sim J \wedge \sim K)$

12, Equiv.

همانطور که قبلاً گفته شد معمولاً چنین است که قواعد استنتاج مستقل از یکدیگر نیستند و برخی را می‌توان از برخی دیگر به دست آورد. این مطلب در مورد قواعد فوق نیز صادق است و مثلاً می‌توان قاعده M.T. را از قواعد جبر و M.P. به ترتیب زیر نتیجه گرفت:

1. $p \Rightarrow q$ 2. $\sim q / \therefore \sim p$ 3. $\sim q \Rightarrow \sim p$ 1, Trans.4. $\sim p$ 3,2, M.P.

در این جا به مقاله‌مان خاتمه می‌دهیم و اثبات ناتمام بودن قواعد فوق، نیز نادرستی استدلال‌ات را برای مقاله دیگر می‌گذاریم.

یادداشتها

Concept -۱

Assent -۲

Definition -۳

Proposition -۴

Statement -۵

۶- «أَلَيْسَ إِنَّ كَانَ إِذْ عَاثَ الْنَّبِيُّ فَنَصَدِّقُ، وَإِلَّا فَتُكْذِبُ» تهذیب المنطق نفنازانی

Self-evident -۷

Speculative -۸

۹- «وَيَقْتَسِمَانِ بِالضَّرُورَةِ، الضَّرُورَةُ وَالْإِكْتِسَابُ بِالنَّظَرِ، وَهُوَ مُلَاحِظَةُ الْمُتَعَقِّلِ لِنَحْصِلِ الْمَجْهُولِ» تهذیب المنطق

Definiens -۱۰ در مقابل معرف Definiendum

Argument -۱۱

Premisses -۱۲

Conclusion -۱۳

فهرست الفبایی

Transposition -۵۲

Material Implication -۵۳

Material Equivalence -۵۴

Exportation -۵۵

Tautology -۵۶

Materially Equivalent -۵۷

Biconditional -۵۸

Logically Equivalent -۵۹

Tautology -۶۰

Simplification -۴۲

Conjunction -۴۳

Addition -۴۴

Formal Proof -۴۵

Rule of Replacement -۴۶

De Morgan's Theorems -۴۷

Commutation -۴۸

Association -۴۹

Distribution -۵۰

Double Negation -۵۱

در صورتی که P در مهمانی بودن و D مغرور بودن و R دانشجوی سال اول بودن و S دانشجوی سال آخر بودن و A خوشحال بودن را نمایش دهد گزاره زیر را علامتی کنید:

اگر هر دانشجوی سال آخر در مهمانی مغرور نبود،
در این صورت بعضی از دانشجویان سال اول
خوشحال می شدند.

از: The Language of Logic

MORTON L. SCHAGRIN



جواب در صفحه ۹۶