

قانون اثبات شرطی^۱

● غلامرضا یاسی پور

اکنون باز ذکر چند مثال به توضیح این قانون می‌پردازیم.

مثال ۱. درستی استدلال زیر را اثبات کنید:

$$(A \vee B) \Rightarrow (C \wedge D)$$

$$(D \vee E) \Rightarrow F / \therefore A \Rightarrow F$$

این استدلال بنا به قانون اثبات شرطی معادل استدلال زیر است،

بنابراین به جای اثبات آن به اثبات استدلال زیر می‌پردازیم:

$$۱. (A \vee B) \Rightarrow (C \wedge D)$$

$$۲. (D \vee E) \Rightarrow F$$

$$۳. A / \therefore F \text{ (C.P.)}^{۱۴}$$

$$۴. A \vee B \quad ۳, \text{Add.}$$

$$۵. C \wedge D \quad ۴, ۱, \text{M.P.}$$

$$۶. D \wedge C \quad ۵, \text{Com}$$

$$۷. D \quad ۶, \text{Sim p.}$$

$$۸. D \vee E \quad ۷, \text{Add.}$$

$$۹. F \quad ۸, ۲, \text{M.P.}$$

قانون اثبات شرطی را، همان‌طور که مثال زیر نشان می‌دهد،

می‌توان بیش از یک بار به کار برد.

مثال ۲. درستی استدلال زیر را تحقیق کنید:

$$A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$$

$$B \Rightarrow (C \Rightarrow D) / \therefore A \Rightarrow (B \Rightarrow D)$$

با هر استدلال^۲ گزاره شرطی^۳ ای متناظر است که مقدمش^۴ ترکیب عطفی^۵ مقدمات^۶ آن استدلال و تالیش^۷ نتیجه^۸ آن است، و استدلال درست^۹ است اگر و تنها اگر شرطی متناظرش صادق^{۱۰} باشد. اگر نتیجه استدلالی گزاره‌ای شرطی به صورت $A \Rightarrow C$ باشد، و ترکیب عطفی مقدمات آن را با P نمایش بدهیم، در این صورت استدلال مزبور درست است اگر و تنها اگر ترکیب شرطی

$$P \Rightarrow (A \Rightarrow C)$$

صادق باشد، اما این صورت گزاره‌ای^{۱۱} بنا به اصل صدور^{۱۲} معادل

$$(P \wedge A) \Rightarrow C$$

است، به این ترتیب دو استدلال

$$P$$

$$\therefore A \Rightarrow C$$

$$P$$

$$A$$

$$\therefore C$$

که اولی معادل $P \Rightarrow (A \Rightarrow C)$ و دومی معادل $(P \wedge A) \Rightarrow C$ است، خود معادل‌اند، و از این طریق قانون اثبات شرطی^{۱۳} که آن را با C.P. اختصار می‌کنیم حاصل می‌شود:

قانون C.P.: هر استدلال با نتیجه شرطی را می‌توان به استدلالی معادل با آن که مقدماتش، مقدمات استدلال اصلی به اضافه مقدمه جدیدی است که مقدم نتیجه استدلال اصلی است و نتیجه‌اش تالی نتیجه استدلال اصلی است، تبدیل کرد.

$$۷. S \Rightarrow N \quad ۴, ۲, M.P.$$

$$۸. S \Rightarrow F \quad ۶, ۷, H.S.$$

$$۹. F \quad ۵, ۸, M.P.$$

یادداشتها:

1. The Rule of Conditional Proof

2. Argument

3. Conditional Statement

4. Antecedent

5. Conjunction

6. Premisses

7. Consequent

8. Conclusion

9. Valid

10. Tautology (ترکیبی که ستون آخر جدول ارزشش تنها T دارد.)

11. Statement Form

12. Principle of Exportation

13. Conditional Proof

۱۴. اختصار C.P. را برای این نوشته‌ایم که مشخص کنیم؛ مقدمه و

نتیجه جدید را با استفاده از قانون اثبات شرطی آورده‌ایم.

Symbolic Logic, Irving M. Copi

مرجع:

تفریح اندیشه ۱

با استفاده از پنج رقم ۱، ۲، ۳، ۴، و ۵ می‌توان کلاً ۱۲۰ عدد تشکیل داد. اگر این اعداد را به ترتیب صعودی: ۱۲۳۴۵، ۱۲۳۵۴، ۱۲۴۵۳، تا ۵۴۳۲۱ قرار دهیم، کدام عدد ۱۷۵مین عدد واقع در این ترتیب است؟

جواب در صفحه ۹۶

با دو بار استفاده کردن از C.P. استدلال زیر را به دست آورده، آن را اثبات می‌کنیم:

$$۱. A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$$

$$۲. B \Rightarrow (C \Rightarrow D) / \therefore A \Rightarrow (B \Rightarrow D)$$

$$۳. A / \therefore B \Rightarrow D \text{ (C.P.)}$$

$$۴. B / \therefore D \text{ (C.P.)}$$

$$۵. B \Rightarrow C \quad ۱, ۲, M.P.$$

$$۶. C \quad ۴, ۵, M.P.$$

$$۷. C \Rightarrow D \quad ۲, ۴, M.P.$$

$$۸. D \quad ۶, ۷, M.P.$$

مثال ۳. درستی استدلال زیر را تحقیق کنید:

$$(T \Rightarrow E) \wedge (A \Rightarrow L) / \therefore (T \vee A) \Rightarrow (E \vee L)$$

باتوجه به C.P. استدلال داده شده را به صورت زیر درمی‌آوریم:

$$۱. (T \Rightarrow E) \wedge (A \Rightarrow L) / \therefore (T \vee A) \Rightarrow (E \vee L)$$

$$۲. T \vee A / \therefore E \vee L \text{ (C.P.)}$$

$$۳. E \vee L \quad ۲, ۱, C.D.$$

مثال ۴. درستی استدلال زیر را تحقیق کنید:

$$E \Rightarrow S$$

$$E \Rightarrow (S \Rightarrow N)$$

$$S \Rightarrow (N \Rightarrow F) / \therefore E \Rightarrow F$$

باتوجه به C.P. داریم:

$$۱. E \Rightarrow S$$

$$۲. E \Rightarrow (S \Rightarrow N)$$

$$۳. S \Rightarrow (N \Rightarrow F)$$

$$۴. E / \therefore F \text{ (C.P.)}$$

$$۵. S \quad ۱, ۴, M.P.$$

$$۶. N \Rightarrow F \quad ۵, ۳, M.P.$$