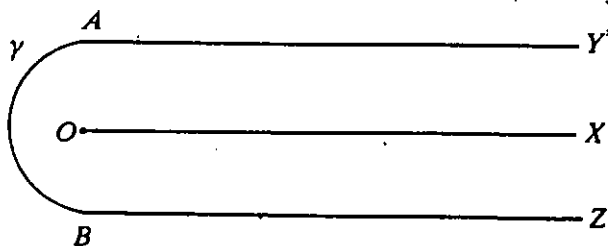


فاصله يك نقطه از يك مجموعه نقاط

دکتر احمد شرف الدین

صفحه π را به دو بخش تقسیم می‌کند. یکی بخش I که شامل نیم خط OX است و دیگری بخش II که شامل هیچ نقطه از بخش I نیست. اگر نقطه M متعلق به بخش I باشد، فاصله آن از نیم خط OX عبارت است از طول عمود MH که از نقطه M بر خط OX فرود آید. اگر نقطه N متعلق به بخش II باشد فاصله آن از نیم خط OX عبارت است از طول پاره خط ON .

مسئله ۳. در صفحه π ، نیم خط OX را در نظر می‌گیریم. مطلوب است مکان هندسی نقاطی از صفحه π که از نیم خط OX به فاصله L باشند.



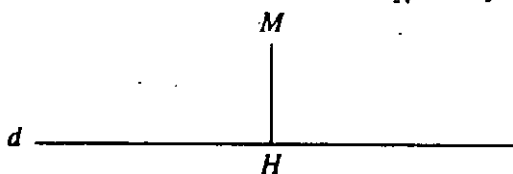
از نقطه O خط AB را در صفحه π ، بر نیم خط OX عمود می‌کنیم. بر روی خط AB دو نقطه A و B را در دو طرف نقطه O به فاصله L از نقطه O اختیار می‌کنیم. دو نیم خط AY و BZ را موازی و همسو با نیم خط OX اختیار می‌کنیم. نیم دایره γ به قطر AB که نیم خط OX را قطع نمی‌کند رسم می‌کنیم. شکل حاصل از اجتماع دو نیم خط AY و BZ و نیم دایره γ مکان هندسی مطلوب است.

مسئله ۴. در صفحه π ، پاره خط AB را در نظر می‌گیریم. مطلوب است مکان هندسی نقاطی از صفحه π که از پاره خط AB به فاصله L باشند.

تعریف فاصله یک نقطه از یک مجموعه نقاط

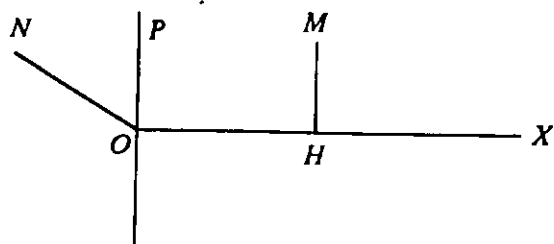
نقطه M و مجموعه نقاط E را در نظر می‌گیریم. فرض کنیم که N نقطه‌ای از مجموعه E باشد به طوری که فاصله‌اش از نقطه M کمترین مقدار ممکن را دارا باشد. در این صورت فاصله نقطه M از نقطه N را فاصله نقطه M از مجموعه نقاط E می‌نامیم. اکنون تعریف یاد شده در بالا را برای حل مسائل زیر به کار می‌گیریم.

مسئله ۱. در صفحه π خط d و نقطه M مفروض است. فاصله نقطه M از خط d چیست؟



از نقطه M عمود MH را بر خط d فرود می‌آوریم. طول پاره خط MH ، فاصله نقطه M از خط d است.

مسئله ۲. در صفحه π ، نیم خط OX و نقطه M مفروض‌اند. فاصله نقطه M از نیم خط OX چیست؟



در صفحه π ، خط OP را بر نیم خط OX عمود می‌کنیم. خط OP

حل. مکان هندسی مطلوب به صورت خط چین رسم شده است. این مکان متشکل است از دو نیم خط $O'X'$ و $B''X''$ و پاره خط $A'B'$ و سه کمان $O'M$ ، MA' و $B'B''$

نیم خط $O'X'$ موازی و همسو با نیم خط OX است و به فاصله L از آن قرار دارد و به علاوه خط OO' بر خط OX عمود است. بردار $A'B'$ همسنگ بردار AB رسم شده است. کمان $O'M$ کمانی است از دایره به مرکز O و شعاع L . کمان MA' کمانی است از دایره ای به مرکز A و شعاع L . کمان $B'B''$ کمانی است از دایره به مرکز B و شعاع L . نیم خط $B''X''$ موازی و همسو با نیم خط OX است و به فاصله L از آن رسم شده است.

یک تذکره درباره عبارت «شرط لازم و کافی»

در اغلب کتابهای ریاضی عبارت «شرط لازم و کافی» به کار می‌برند. در بعضی کتابهای ریاضی عبارت «یک شرط لازم و کافی» به کار می‌برند. عبارت دوم مناسبتر است و شایسته است آن را به کار ببریم. در سطور زیر در این باره توضیح می‌دهیم.

برای آن که یک خاصیت ریاضی برقرار باشد ممکن است شرطهای لازم و کافی متعددی موجود باشد. به قضیه‌های زیر توجه کنید.

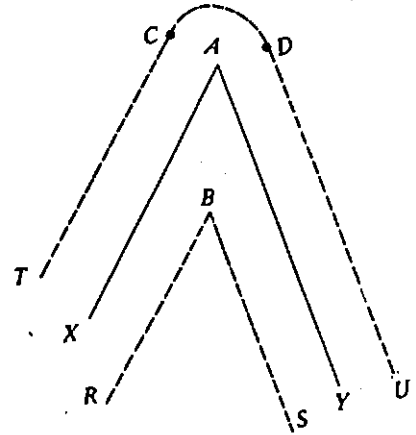
۱. قضیه. شرط لازم و کافی برای آن که مثلث قائم الزاویه باشد آن است که مجموع مربعات دو ضلع آن مثلث مساوی مربع ضلع سوم باشد.

۲. قضیه. شرط لازم و کافی برای آن که مثلث قائم الزاویه باشد آن است که حاصل ضرب دو ضلع مساوی با حاصل ضرب ضلع سوم در ارتفاع مربوط باشد.

۳. قضیه. شرط لازم و کافی برای آن که مثلث قائم الزاویه باشد آن است که طول یکی از میانه‌ها نصف طول ضلع مربوط باشد. ملاحظه می‌شود برای آن که مثلث قائم الزاویه باشد شرطهای لازم و کافی متعددی وجود دارد. بنابراین مناسبتر آن است که قضایای مذکور با عبارت «یک شرط لازم و کافی» بیان شوند. اینچنین

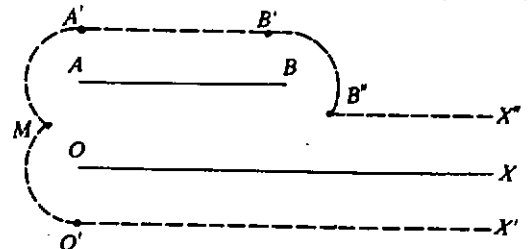
۱. قضیه. یک شرط لازم و کافی برای آن که مثلث قائم الزاویه باشد آن است که مجموع مربعات دو ضلع آن مثلث مساوی مربع ضلع سوم باشد. و همین طور درباره احکام دیگر.

حل. مکان هندسی مطلوب به طور خط چین رسم شده است. مکان هندسی مطلوب از چهار نیم خط CT ، BS ، BR و DU و کمان CD تشکیل شده است. دو نیم خط BS ، BR در داخل زاویه XAY اند. و به ترتیب موازی و همسو با نیم خط AX و AY اند. نیم خط BR به فاصله L از خط AX و نیم خط BS به فاصله L از خط BY رسم شده است.



نیم خط CT موازی و همسو با نیم خط AX رسم شده است و به فاصله L از آن قرار دارد. نیم خط DU موازی و همسو با نیم خط AY رسم شده است و به فاصله L از آن قرار دارد. کمان CD کمانی است از دایره γ به مرکز A و شعاع L . دو نیم خط CT و DU به ترتیب در دو نقطه C و D بر دایره γ مماس‌اند.

مسئله ۸. در صفحه P ، نیم خط OX را در نظر می‌گیریم. از نقطه O عمودی در صفحه P ، بر خط OX رسم می‌کنیم و بر آن نقطه A را به فاصله معلوم d از نقطه O اختیار می‌کنیم و سپس پاره خط AB را موازی با خط OX رسم می‌کنیم به طوری که جهت بردار AB با جهت نیم خط OX یکی باشد. اجتماع نیم خط OX و پاره خط AB را



شکل F می‌نامیم. مطلوب است مکان هندسی نقاطی از صفحه P که از شکل F به فاصله L باشند با فرض آن که $d > L > \frac{d}{2}$.