

فیوناتچی^۱، در «کتاب شمارش»^{۱۱} وی که ابتدا به سال ۱۲۰۲ میلادی منتشر شد، رواج یافت. وی که در شمال آفریقا بزرگ شده و در مکتب هند و عربی تعلیم یافته بود، توانمندی کاربرد علامت اضافی را در ترکیب با نمادهای هندی

وارد کردن صفر در دستگاه شمارش، پرسشی را به وجود آورد که براهماگوپتا به اختصار این گونه آن را مطرح کرد: با این «تازه‌وارد

در دوران جوانی، ورودی متزلزل به سرزمین اعداد داریم. می‌آموزیم که ۱ اولین عدد «الفبای اعداد» است که به معرفی اعداد شمارش ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و... می‌پردازد. اعداد شمارش آن‌هایی هستند که اشیای حقیقی از قبیل سیب، پرتقال، موز و گلایی را می‌شمرند. تنها مدتی بعد است که می‌توانیم شمار سیب‌های جعبه‌ای را، زمانی که سببی در آن نیست، بشمریم.

حتی یونانیان قدیم که در علوم و ریاضیات به پیشرفت‌های عظیمی نائل شدند، و رومیان که به خاطر کارهای برجسته‌شان در امور مهندسی معروف‌اند، در برخورد با تعداد سیب‌های واقع در جعبه‌های تهی، فاقد روشی مؤثر بودند و در دادن نامی به «هیچ»^۱ توفیق نیافتند. رومیان روش خودشان را در ترکیب I، V، X، L، M، D و C داشتند، اما صفر در کجا قرار داشت؟ آن‌ها نیز «هیچ» را به شمار نمی‌آوردند.

چگونه صفر پذیرفته شد؟

تصور بر این است که کاربرد نماد نمایش دهنده «هیچی»^۲ از هزاران سال پیش آغاز شده است. تمدن «مایاها»^۳ در سرزمینی که اینک مکزیک نامیده می‌شود، صفر^۴ را به صورت‌های گوناگون به کار برده است. اندکی بعد، بطلمیوس^۵ که منجم بود، در دستگاه عددی‌اش، تحت نفوذ بابلی‌ها^۶، از نمادی مشابه صفر روزگار خودمان، به عنوان «جانگه‌دار» استفاده کرد. صفر، به عنوان جانگه‌دار، می‌توانست برای متمایز کردن دو مثال (در نماد نویسی امروزه) چون ۷۵ و ۷۰۵، به جای استفاده از موردی که بابلی‌ها به کار می‌بردند، به کار رود. این موضوع را می‌توان با معرفی «کاما» در ادبیات مقایسه کرد، چرا که در هر دو مورد به خواندن مفهوم درست کمک می‌رسانند؛ اما همان‌گونه که کاما برای کاربردش، با مجموعه‌ای از قواعد به کار می‌رود، برای استفاده از صفر نیز، باید قواعدی در دست باشد.

براهماگوپتا^۷، ریاضی‌دان هندی قرن هفتم میلادی، صفر را به عنوان «عدد»^۸ و نه صرفاً یک جانگه‌دار، در نظر گرفت و برای به کار بردن آن، قواعدی به دست داد. قواعد مزبور از این قبیل بودند: «مجموع یک عدد مثبت و صفر، مثبت است» و «مجموع صفر و صفر، صفر است». وی در تصور صفر به عنوان یک عدد، و نه یک جانگه‌دار، کاملاً پیشرو بود. دستگاه شمارش هند و عربی، که شامل صفر در این روش است، بار اول در غرب توسط لئوناردوی پیسای^۹،

صفر

✪ غلامرضا یاسی پور



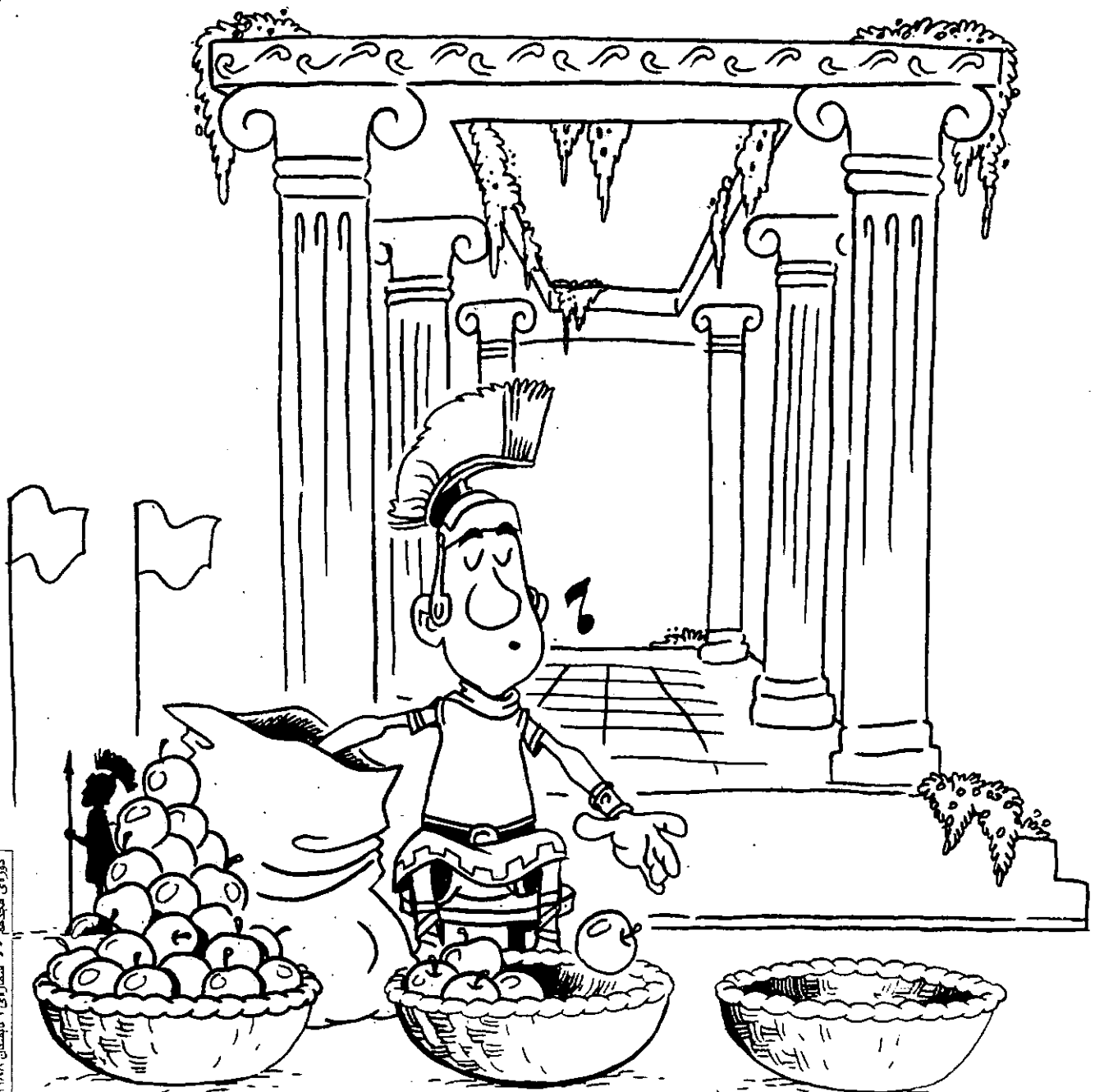
«افزودن» راه طریقی، با تصور و تخیلی کمتر، در عمل حسابی مان به کار خواهیم برد. جمع صفر با یک عدد، آن عدد را بدون تغییر باقی می‌گذارد، در حالی که ضرب ۰ در هر عدد، همواره ۰ را به عنوان پاسخ به دست می‌دهد. برای مثال داریم: $7 + 0 = 7$ و $7 \times 0 = 0$. تفریق عملی ساده است، اما می‌تواند به منفی‌ها منجر شود: $7 - 7 = 0$ و $7 - 0 = 7$ و $0 - 7 = -7$ در حالی که تقسیم شامل صفر، به مشکلاتی می‌انجامد.

فرض می‌کنیم، طولی را با چوب اندازه‌گیری‌مان، اندازه گرفته باشیم. نیز فرض می‌کنیم، طول چوب اندازه‌گیری، در واقع ۷ واحد طول باشد. در این صورت می‌خواهیم بدانیم، چوب اندازه‌گیری چندبار در امتداد طول مورد نظرمان قرار می‌گیرد. اگر طول مورد نظر عملاً ۲۸ واحد باشد، پاسخ ۲۸ تقسیم بر ۷ است. یا به زبان

فضول «چگونه باید برخورد کرد؟ وی کلید شروع کار را زد، اما چاره جویی اش مبهم بود. در واقع، چگونه صفر می‌توانست به گونه‌ای دقیق‌تر، در دستگاه حساب موجود، تنظیم و به آن ملحق شود؟ بعضی از تنظیم‌ها ساده بودند. یعنی چون ۰ به جمع و ضرب وارد می‌شد، به پاکیزگی جا می‌گرفت، اما دو عمل تفریق و تقسیم به سادگی با «بیگانه‌ی مورد بحث» کنار نمی‌آمدند. پس برای اطمینان از این که ۰ با مابقی حساب مورد قبول، هماهنگ است، به مفاهیمی تازه نیاز بود.

کارکرد صفر چگونه است؟

جمع و ضرب با صفر، ساده و بی‌دردس است؛ چون می‌توان، برای به دست آوردن صد، ۰ را به ۱۰ افزود. ولی ما جمع کردن یا



نمادها: $4 = 7 + 28$. نماد بهتر در بیان این تقسیم، عبارت است

$$\frac{28}{7} = 4$$

از:

و آن گاه می توانیم آن را با «طرفین - وسطین» کردن، به صورت ضرب بنویسیم: $28 = 7 \times 4$. اینک در تقسیم بر ۷ چه می توانیم گفت؟ برای کمک به دادن پاسخ در این حال، پاسخ را a می نامیم، به طوری که:

$$\frac{a}{7} = 4$$

این رابطه، با طرفین و وسطین کردن، هم ارز $a = 7 \times 4$ است! اما اگر چنین باشد، تنها مقدار ممکن برای a خود $a = 28$ است، زیرا اگر ضرب دو عدد را حاصل کند، یکی از آن دو باید a باشد. واضح است که 7 چنین نیست، پس a باید صفر باشد. ولی این مشکل اصلی عمل با صفر نیست، مرحله ی تقسیم بر صفر است. اگر در مورد $\frac{7}{7}$ نیز به همان طریق $\frac{a}{7}$ عمل کنیم، معادله ی $\frac{7}{7} = b$ را خواهیم داشت.

در این صورت، با طرفین و وسطین کردن، $7 = a \times b$ و با این گزاره ی مهمل برخورد می کنیم که $7 = 0$. بنابراین، با پذیرفتن امکان عدد بودن $\frac{7}{7}$ امکان هرج و مرجی شمارشی را در مقیاسی عظیم خواهیم داشت. طریق بیرون شدن از این ماجرا، آوردن این سخن است که $\frac{7}{7}$ «تعریف نشده»^{۱۲} است. یعنی مجاز نیستیم که از عمل تقسیم 7 (یا هر عدد ناصفر دیگر) بر 0 ، مطلب معنی داری به دست آوریم. بنابراین، خیلی ساده، اجازه نمی دهیم این عمل رخ بدهد؛ همان گونه که به طریقی مشابه، مجاز نیست بدون رسیدن به موضوعی مهمل، کامایی در میان یک کلمه قرار داده شود.

در قرن دوازدهم میلادی، بهاسکارا^{۱۳}، ریاضی دان هندی، در تعقیب کارهای براهماگوپتا، تقسیم بر 0 را بررسی و پیشنهاد کرد، حاصل عدد تقسیم شده بر 0 ، بی نهایت است. این سخن معقول بود، زیرا در صورتی که عددی را بر عدد بسیار کوچکی تقسیم کنیم، پاسخ بسیار بزرگ خواهد شد. به عنوان نمونه، 7 تقسیم بر یک دهم، می شود 70 ، و بر یک صدم، می شود 700 . به این ترتیب با کوچک تر و کوچک تر کردن مخرج، پاسخ به دست آمده بزرگ تر و

بزرگ تر خواهد شد. و در کوچک نهایی، یعنی خود صفر، پاسخ باید بی نهایت باشد. با پذیرفتن این قسم استدلال، به موقعیت توضیح مفهومی حتی وهمی تر، یعنی بی نهایت می رسیم. اما سروکله زدن با بی نهایت به جایی نمی رسد. زیرا «بی نهایت»^{۱۴} (با نماد متعارف ∞) با قواعد معمول حساب تطبیق نمی کند و عدد به مفهوم معمول نیست.

لکن، در صورتی که $\frac{7}{7}$ مشکل ایجاد کند، با مورد حتی

وهمی تر $\frac{0}{7}$ ، چه می توان کرد؟ اگر $\frac{0}{7} = c$ باشد، با طرفین و وسطین کردن، به تساوی $0 = 7 \times c$ و به این واقعیت می رسیم که: $0 = 0$. این رابطه، گرچه روشنگری ندارد، ولی مهمل نیز نیست. در واقع c می تواند هر عددی باشد که در این صورت، به موردی ناممکن نرسیده ایم. پس به این نتیجه می رسیم که حاصل تقسیم $\frac{0}{7}$ می تواند هر عددی باشد که به زبان ریاضی مهدب، «نامعین»^{۱۵} نامیده می شود.

به این ترتیب، با توجه به تمام موارد، چون تقسیم بر صفر را مورد بررسی قرار دهیم، به این نتیجه می رسیم که بهتر آن است، این عمل را از مسیری که محاسبات را انجام می دهیم، خارج کنیم؛ چه ریاضیات را می توان بدون آن نیز به شادابی اداره کرد.

کاربرد صفر چیست؟

اما بدون صفر به سادگی نمی توان به کارها پرداخت، زیرا پیشرفت علوم وابسته به آن است. در علوم، از طول صفر درجه،

همه چیز در باره ی هیچ

مجموع صفر و یک عدد مثبت، مثبت است.
مجموع صفر و یک عدد منفی، منفی است.
مجموع یک عدد مثبت و یک عدد منفی، تفاضل آن هاست؛ یا، اگر برابر باشند، صفر است.
صفر تقسیم بر یک عدد مثبت یا منفی، یا صفر است یا به عنوان کسری با صفر در صورت، و مقداری متناهی در مخرج، بیان می شود.
براهماگوپتا ۶۲۸ میلادی



درجه ی صفر بر مقیاس دما، نیز انرژی صفر، و ثقل صفر سخن می گویم. این پدیده، به زبان غیر علمی، با مفاهیمی چون ساعت صفر و تحمل صفر نیز وارد شده است. برای صفر، حتی می توان کاربردهای بیشتری در نظر گرفت.

ریاضیات نمی تواند بدون صفر سر کند. چه این پدیده در هسته ی مرکزی مفاهیمی از ریاضیات قرار دارد که دستگاه شمارش، جبر و هندسه را به حرکت درمی آورند. در «محورها»^{۱۶} صفر، عددی است که اعداد مثبت را از اعداد منفی جدا می کند، و به این ترتیب موقعیتی ممتاز اختیار می نماید، در دستگاه دهمی، صفر به عنوان جانگه دار به کار می رود که به ما توانایی می دهد، هم از اعداد عظیم و هم از ارقام میکروسکوپی استفاده به عمل آوریم.

طی گذشت قرن ها، صفر پذیرفته شده، مورد استفاده قرار گرفته و یکی از بزرگ ترین اختراعات بشر به شمار رفته است. در قرن نوزدهم میلادی، هالستد^{۱۷}، ریاضی دان آمریکایی، با اقتباس از نمایش نامه ی «رؤیای نیمه شب تابستان»^{۱۸} اثر شکسپیر^{۱۹}، از صفر به عنوان موتور پیشرفتی یاد کرد که به «هیچ واهی»، نه تنها محل سکونت، نام، تصویر، و نماد می داد، بلکه از آن به عنوان توان یاری دهنده ای سخن می گفت که شاخصه ی نژاد هندوستانی است که صفر از میانشان برخاسته است.

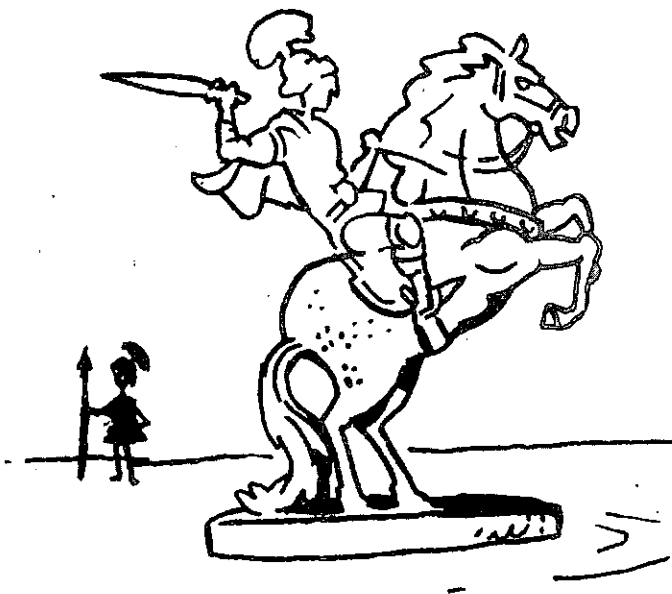
صفر هنگامی که معرفی شد باید به عنوان موجودی عجیب و غریب در نظر گرفته شده باشد، اما ریاضی دانان بر این عادت اند که به مفاهیم غریبی پردازند که فایده شان بعدها به اثبات می رسد. هم ارز عدد صفر در روزگار ما، در نظریه ی مجموعه ها رخ می دهد که در آن مفهوم «مجموعه»^{۲۰} کلکسیونی از عناصر است. در این نظریه $\emptyset$ مجموعه ای بدون عضو را نمایش می دهد؛ مجموعه ای که به نام «مجموعه ی تهی»^{۲۱} موسوم است. این ایده، گرچه در حال حاضر عجیب به نظر می رسد، اما مانند صفر وجودش ضروری و اجتناب ناپذیر است.

چند تاریخچه

۷۰۰ قبل از میلاد: بابلی ها، در دستگاه شمارشان از صفر به عنوان جانگه دار استفاده می کردند.

۶۲۸ میلادی: براهماگوپتا صفر را به کار برد، و قواعدی برای استفاده از آن با سایر اعداد بیان کرد.

۸۳۰ میلادی: ماهاویرا^{۲۲}، مفاهیمی را درباره ی چگونگی برخورد صفر با سایر اعداد به کار برد.



۱۱۰۰ میلادی: بهاسکارا از «به عنوان نمادی در جبر استفاده کرد و سعی در به کار بردن آن داشت».

۱۲۰۲ میلادی: فیونانتچی از نماد اضافی «در دستگاه شمارش هندی-عربی ۱، ۲، ۳، ... و ۹، اما نه به عنوان عددی برابر با این اعداد، استفاده کرد».

خلاصه ی کلام
هیچ، در واقع، چیزی است.



- | | |
|----------------------|-----------------------------|
| 1. nothing | 2. nothingness |
| 3. Maya civilization | 4. zero |
| 5. Claudius Ptolemy | 6. Babylonians |
| 7. Brahmagupta | 8. number |
| 9. Leonardo of Pisa | 10. Fibonacci |
| 11. Liber Abaci | 12. undefined |
| 13. Bhaskara | 14. infinity |
| 15. indeterminate | 16. number lines |
| 17. G.B. Halsted | 18. Midsummer Night's Dream |
| 19. Shakespeare | 20. Set |
| 21. empty set | 22. Mahavira |

