



شما هم می توانید در درس ریاضی خود موفق باشید

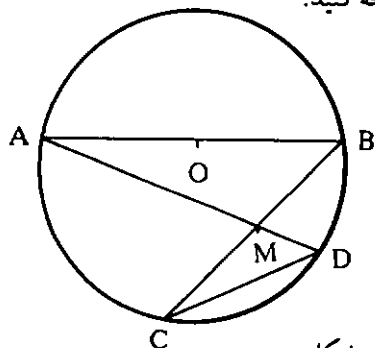
● پرویز شهریاری

بحث شماره قبل برهان را دنبال می کنیم.

چرا باید «شک» کرد و در کجا و چگونه؟

در نظر گرفته ایم؟»، «بر کدام قضیه ها یا فرمولها تکیه کرده ایم، آیا اثبات ریاضی آنها را می دانیم؟»، «آیا شکل، ما را فریب نداده است؟»، در یک کلام، همه عملها و داوریهای خود را، جزء به جزء بشکافیم و، دست کم خودمان، نسبت به درستی آنها و درستی مفهومها و قضیه های مورد استنادمان، قانع شویم.

آیا این قضیه درست است، اگر بگوییم: «برای برابر بودن دو مثلث، کافی است سه زاویه و یک ضلع از مثلثی با سه زاویه و یک ضلع از مثلث دیگر، برابر باشند» به ظاهر، اشکالی در بیان این قضیه نیست. به این مسأله توجه کنید:



شکل ۱

در شکل، AB قطر دایره، BC وتر و دلخواه از آن و نقطه وسط پاره خط راست BC است. دو مثلث AMB و MCD را در نظر می گیریم. سه زاویه مثلث اول با سه زاویه مثلث دوم، برابرند (زاویه های به رأس M روبرو و برابرند، دو زاویه به

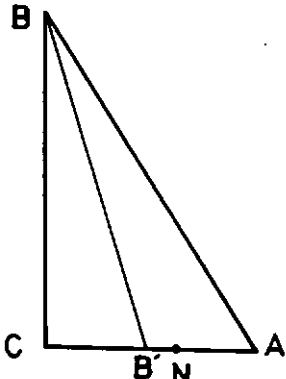
«شک» را، در حالت کلی، می توان به دو گونه تقسیم کرد: (۱) شک نسبت به درستی دآوری خود، (۲) شک نسبت به درستی و منطقی بودن دآوری دیگران و در این جا، بیشتر به گونه اول آن کار داریم، یعنی: شک نسبت به عمل و کار خود و بررسی و تجزیه و تحلیل دقیق آن. گونه دوم شک، گرچه برای پیشرفت دانش، و از آن جمله ریاضیات، اهمیتی جدی دارد، ولی از آن جا که به مرزهای بالای علمی مربوط می شود؛ در شرایط دانش آموزی و وقتی که تنها نوآموزی در ریاضیات هستیم، به ما، به من و شما، ربطی پیدا نمی کند. اگر من و شما توانستیم، زمانی، خود را به مرز شناخته ها و ناشناخته ها در ریاضیات برسانیم، آن وقت حق داریم، درباره کارهای دیگران هم، به بررسی و تحقیق بپردازیم و تلاش خود را در دقیقتر کردن و عامتر کردن آنها آغاز کنیم. ولی حالا، بیش از همه، باید به خود بپردازیم.

شک نسبت به درستی عمل و دآوری خود، به این معنا است که، وقتی قضیه ای را ثابت می کنیم یا وقتی مسأله ای را حل می کنیم، دائماً از خود بپرسیم: «آیا عملها را درست انجام داده ایم؟»، «آیا با استدلالی منطقی و قانع کننده پیش رفته ایم؟»، «آیا تعریف، مفهوم یا قضیه ای که مورد استفاده قرار داده ایم، بواقع در این جا کاربرد دارد؟»، «آیا همه فرضهای مسأله را

$$|BM|^2 = |BK|^2 + |KM|^2 = (a-m)^2 + \frac{b^2}{4}$$

که از آن جا به دست می آید: $|BM| = \frac{1}{2}\sqrt{b^2 + (a-m)^2}$ مسئله حل شد. به هیچ دشواری برنخوردیم. ولی اندکی بیندیشیم. چرا در صورت مسئله گفته بود، BM نیمساز داخلی زاویه B است؟ نیمساز بودن BM، چه فایده‌ای داشت؟ ما، ضمن حل مسئله، از نیمساز بودن BM، هیچ استفاده‌ای نکردیم. آیا بی جهت، یک فرض اضافی در صورت مسئله آمده است که به هیچ دردی نمی خورد؟

در باره ویژگیهای نیمساز داخلی یک زاویه مثلث بیندیشیم، شاید ما را به نکته‌ای راهنمایی کند. بدون توجه به جنبه‌های دیگر مسئله، نیمساز داخلی زاویه B را در مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{C} = 90^\circ$) رسم می‌کنیم تا ضلع AC را در B' قطع کند. یکی از ویژگیهای نیمساز این است که ضلع قاعده را به نسبت طولهای دو ضلع دیگر قطع می‌کند، یعنی باید داشته باشیم



$$\frac{|CB'|}{|B'A|} = \frac{|BC|}{|AB|} \quad (1)$$

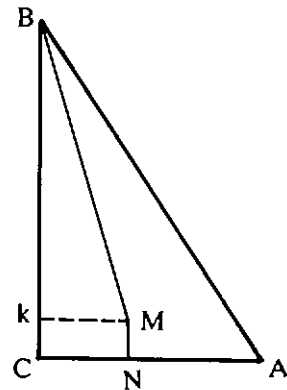
سمت راست برابری (۱)، کسری است کوچکتر از واحد، زیرا در مثلث قائم الزاویه، طول ضلع مجاور به زاویه قائمه از طول وتر کوچکتر است، پس:

$$\frac{|CB'|}{|B'A|} < 1 \text{ و } \frac{|CB'|}{|B'A|} < \frac{|BC|}{|AB|}$$

رأسهای A و C، محاطی و روبه‌رو به یک کمان از دایره‌اند، زاویه‌های به رأسهای B و D هم، زاویه‌های محاطی روبه‌رو به یک کمان از دایره‌اند). در ضمن دو پاره‌خط راست MB و MC طولی برابر دارند. به این ترتیب سه زاویه و یک ضلع از مثلث AMB، با سه زاویه و یک ضلع از مثلث MCD برابرند. بنابراین قضیه‌ای که در بالا آوردیم، باید دو مثلث برابر باشند که، از آن جا نتیجه می‌شود: $|AB| = |CD|$. طول قطر دایره با طول وتری از آن برابر شد. اشتباه در کجاست؟ اگر صورت قضیه را درست به حساب آوریم، در استدلالهای ما نقصی وجود ندارد. پس باید گرفتاری، ناشی از صورت قضیه باشد. چه اشکالی در قضیه وجود دارد؟ آیا می‌توانید آن را پیدا کنید؟ قضیه را چگونه تنظیم کنیم که درست باشد و موجب نتیجه‌گیری نادرست نشود؟ حالا به این مسئله توجه کنید:

مسئله. در مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{C} = 90^\circ$) می‌دانیم:

$|BC| = a$ و $|AC| = b$. عمود منصف ضلع AC را رسم کرده‌ایم تا نیمساز داخلی زاویه B را در نقطه M قطع کند. نقطه وسط ضلع AC را N می‌نامیم. اگر داشته باشیم $|MN| = m$ ، طول پاره‌خط راست BM را پیدا کنید.



شکل ۲

حل. محاسبه طول پاره‌خط راست BM دشوار نیست. از روی شکل معلوم است که: $|BK| = a-m$ و $|KM| = \frac{b}{2}$. بنابراین، در مثلث قائم الزاویه KMB داریم:

$$S = 1 - 5S \Rightarrow 6S = 1 \Rightarrow S = \frac{1}{6} \quad (2)$$

یک شگفتی! مجموع جبری عددهای درست، برابر با یک عدد کسری شد! همین مطلب، ما را به فکر وامی دارد که بیشتر دقت کنیم. عددها را به ترتیب دیگری گروه بندی می کنیم:

$$S = (1 - 5) + (5^2 - 5^3) + (5^4 - 5^5) + \dots$$

عجب! داخل هر پرانتز، عددی منفی قرار دارد، و این عددهای منفی، از لحاظ قدر مطلق، مرتباً بزرگ و بزرگتر می شوند و، به هر حال، S عددی منفی است. نسبت به جواب (۲) بیشتر شک می کنیم، باز هم گروه بندی عددها را عوض می کنیم:

$$S = 1 + (5^2 - 5) + (5^4 - 5^3) + (5^6 - 5^5) + \dots$$

در این حالت، برای S مقداری مثبت به دست می آید ... چرا چنین می شود؟ چرا هربار، برای S ، مقدار دیگری به دست می آید. حقیقت این است که قانون گروه بندی، در جمع جبری جمله ها، تنها وقتی اطمینان بخش است که با تعداد محدودی جمله سروکار داشته باشیم، نه بایی نهایت جمله ... و در واقع، برای S ، اصلاً مجموعی وجود ندارد!

اکنون مثال ساده ای از معادله های مثلثاتی را می آوریم. می خواهیم این معادله را حل کنیم:

$$\lg(x + \frac{\pi}{4}) = 2 \operatorname{ctg} x - 1 \quad (1)$$

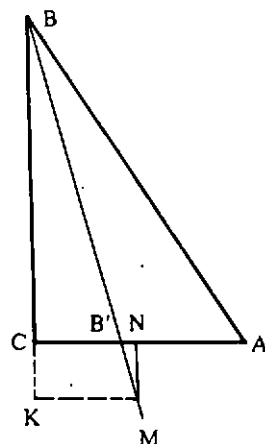
برای حل، اگر از دستور تانژانت مجموع استفاده کنیم، به این معادله می رسیم:

$$\frac{\lg x + 1}{1 - \lg x} = \frac{1}{\lg x} - 1 \quad (2)$$

که بعد از ساده کردن و از بین بردن مخرجها، جواب به دست می آید:

$$\lg x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = k\pi + \operatorname{arctg}(\frac{1}{2})$$

یعنی نقطه N ، وسط ضلع AC ، بین دو نقطه B' و A قرار دارد ... عجب! شکل ۲ را اشتباه کشیده بودیم. شکل درست مسأله باید شبیه شکل ۴ باشد. ولی در این صورت محاسبه ما برای طول پاره خط راست BM ، چیز دیگری می شود:



شکل ۴

$$|BM| = \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + 4(a+m)^2}$$

می بینید که ممکن است، شکل، ما را فریب بدهد. معمولاً شکل را با دست و به تقریب رسم می کنیم و این، در بسیاری موردها و به دلیل عدم دقت شکل، موجب گمراهی ما می شود. می دانیم، ضمن جمع جبری چند عدد، می توان آنها را، به هرنحوی گروه بندی کرد، مثلاً:

$$\begin{aligned} 5 - 2 - 7 + 11 &= 5 - (2 + 7 - 11) \\ &= (5 - 7) + (11 - 2) = \dots \end{aligned}$$

اکنون فرض کنید، بخواهیم این مجموع را، که تعداد جمله های آن، بی نهایت است، محاسبه کنیم:

$$S = 1 - 5 + 5^2 - 5^3 + 5^4 - 5^5 + \dots \quad (1)$$

اگر مجموع (۱) را به این صورت بنویسیم:

$$S = 1 - 5(1 - 5 + 5^2 - 5^3 + \dots)$$

روشن است که مقدار داخل پرانتز، همان S است و به دست می آید:

را به $\sqrt{-x}$ تبدیل کنیم، اتحادهای (۳) هم، وقتی برقرارند که $\frac{\pi}{4}(2k+1) \neq x$ (و برای اولی، در ضمن $\frac{\pi}{4} \neq k\pi + \frac{\pi}{4}$) باشد. در این مورد، می توان مثلاً از برابریهای

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}, \quad \log_m(ab) = \log_m a + \log_m b \quad (۴)$$

نام برد که در هر دو، می توان هر دو مقدار a و b را در سمت چپ برابری منفی گرفت، درحالی که در سمت راست، هم a و هم b مقدارهایی مثبت. اتحادهای (۴) تنها وقتی برقرارند که، برای اولی داشته باشیم $0 \leq a$ و $0 \leq b$ و برای دومی $0 < a$ و $0 < b$. به این معادله توجه کنید:

$$\log [x(x+9)] + \log \frac{x+9}{x} = 0 \quad (۵)$$

که اگر آن را به این صورت تبدیل کنیم:

$$\log + \log(x+9) + \log(x+9) - \log x = 0$$

که به جواب $x = -8$ می رسد. ولی $x = -8$ در معادله (۵) صدق نمی کند، درحالی که $x = -10$ در آن صدق می کند. برای رسیدن به جواب باید اتحاد دوم (۴) را به این صورت نوشت:

$$(\log_m(ab) = \log_m |a| + \log_m |b|)$$

به این ترتیب، معادله (۵)، این طور تبدیل می شود:

$$\log |x| + \log |x+9| + \log |x+9| - \log |x| = 0$$

که منجر به دو جواب $x_1 = -8$ و $x_2 = -10$ می شود و، بعد از آزمایش، معلوم می شود که معادله (۵) تنها یک جواب دارد. $x = -10$.

گاهی «معرفت شهودی» نتیجه ای را به ما القا می کند، ولی تا زمانی که این «استنباط» با استدلال قیاسی و منطقی همراه نشود، قابل اعتماد نیست. «معرفت شهودی» اغلب متکی بر تجربه گذشته ما و گاه متکی بر استقرای ناقص است. ذهن، با ترکیب سریع مشاهده ها و تجربه های قبلی، و بیشتر نا آگاهانه، نتیجه ای را به ما تلقین می کند و یا راهی را برای حل مسأله در برابر ما می گذارد ولی این «استنباط» ممکن است درست باشد و

چون $\lg x$ برابر $\frac{1}{2}$ شده است و برابر 0 یا 1 نیست، بنابراین نیازی به آزمایش جواب نیست. به ظاهر، همه چیز درست است ولی شتاب نکنیم با مراجعه به معادله اصلی، یعنی معادله (۱)، معلوم می شود که $x = \frac{\pi}{4}$ و، به طور کلی، $x = \frac{\pi}{4}(2k+1)$ در معادله صدق می کند. چرا این جواب را گم کردیم؟ اندکی دقت کنیم. همین جواب $\frac{\pi}{4}(2k+1)$ ، در معادله (۲) صدق نمی کند. پس، ضمن عبور از (۱) به (۲)، این جواب را، از دست داده ایم. معادله های (۱) و (۲) هم ارز نیستند. همه اشکال مربوط به این دو تبدیل است:

$$\lg(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{1 + \lg x}{1 - \lg x}, \quad \cot g x = \frac{1}{\lg x} \quad (۳)$$

سمت چپ در هریک از این دو نابرابری، به ازای $x = \frac{\pi}{4}(2k+1)$ ، معنا دارد، درحالی که سمت راست برابریها، به ازای این مقدارهای x ، معنا ندارد. و، به همین مناسبت، این جوابها از دست رفتند. این پرسش در برابر ما قرار می گیرد: چه کنیم که ضمن تبدیلهما، دچار اشتباه نشویم و جواب یا جوابهایی را از دست ندهیم؟ چرا نمی توانیم از «اتحاد»های مثلثاتی، برای ساده تر کردن معادله استفاده کنیم؟ و یا دقیقتر: با چه شرطی می توان از این «اتحادها» استفاده کرد؟ ظاهر امر این است که، استفاده از «اتحادها» نباید موجب ویرانی یک برابری شود! برای رفع دشواری، از خودمان می پرسیم: اتحاد یعنی چه؟ پرسش را به صورت دیگری می آوریم: آیا برابری $\sqrt{x} = \sqrt{-x}$ یک اتحاد است؟ در سمت چپ این برابری، مقدارهای $x \leq 0$ و در سمت راست آن، مقدارهای $x \geq 0$ قابل قبول است، یعنی در این برابری، تنها می توان $x = 0$ گرفت و، به ازای این مقدار هم، برابری برقرار است. پس برابری $\sqrt{x} = \sqrt{-x}$ ، برای همه مقدارهای قابل قبول x برقرار است، یعنی یک اتحاد است. ولی آیا این، به معنای آن است که در هر جا، می توان به جای $\sqrt{x}$ ، عبارت $\sqrt{-x}$ را گذاشت؟ نه! تنها اگر داشته باشیم $x = 0$ ، آن وقت حق داریم $\sqrt{x}$

انسان، در طول زمان، همین دیدگاه‌ها را می‌کاود و از میان سنگلاخ و آشوب دیدگاه‌های مختلف، راه خود را به سمت جلو باز می‌کند.

زنون، یکی از شاگردان پارمنیدس و هوادار نظریه او مبنی بر عدم وجود حرکت، برای اثبات نظریه استاد، چهار استدلال ریاضی آورد که، در تاریخ ریاضیات، مشهورند. او در همه این استدلالها، با استفاده نادرست از دو مفهوم «بی نهایت کوچک» و «بی نهایت بزرگ»، با سرایت دادن «معرفت شهودی» به «استدلال ریاضی» با مخلوط کردن قانونهای مربوط به عمل روی عددهای گویا با عمل روی «بی نهایت کوچکها و بی نهایت بزرگها» و عدم درک درست از مفهومهای «پیوستگی» و «ناپیوستگی»، به گمان خود، یک پارچه بودن و بی حرکت بودن جهان را ثابت کرد. استدلالهای زنون نادرست بود، ولی تأثیری منفی، بر کار ریاضی دانان بعد از خود گذاشت. اگر از ارشمیدس - که شجاع و سنت شکن بود - بگذریم، دیگر ریاضی دانان یونانی، به دلیل عجز خود در پاسخ گویی به «استدلالهای زنون»، از نزدیک شدن به مفهوم «بی نهایت» پرهیز می‌کردند و پرداختن به آن را، بیرون از حیطه ریاضیات تصور می‌کردند. سده‌ها طول کشید تا ریاضی دانان بر این ترس غلبه کردند و قانونهای حاکم بر «بی نهایت کوچکها» و «بی نهایت بزرگها» را کشف کردند.

درباره دیدگاه فیثاغورس و فیثاغوریان، اندکی بیشتر صحبت می‌کنیم. فیثاغوریان تصور می‌کردند، «عدد» سازنده جهان است و بر تمامی جهان حکومت می‌کند. از قبل این را بگویم که «عدد» به معنایی که در آن زمان می‌شناختند، عددهای طبیعی و نسبتهای آنها، یعنی «عدد گویا و مثبت» بود.

گرچه فیثاغورس و هواداران او، به خاطر دلبستگی به «عدد» و اعتقاد به «نیروی عدد» توانستند بسیاری از رازهای درونی عدد را بشناسند و، از این جهت، باید آنها را بنیان گذاران نخستین نظریه عددها دانست، ولی در مجموع، مبلغ نظریه‌ای ذهنی و بی منطق درباره ساختمان جهان و قانونمندیهای حاکم بر

ممکن است درست نباشد. استقرای ناقص، یعنی درست درآمدن «استنباط شهودی» در چند مورد خاص، هرچند که تعداد این موردها زیاد باشد، نمی‌تواند جای استدلال قیاسی ریاضی را بگیرد. اندکی به تاریخ ریاضیات مراجعه کنیم.

در یونان باستان و دوران اعتلای دانش و هنر آن سرزمین، اغلب گمان می‌کردند با فرو رفتن در خود و تنها با اندیشیدن، بدون مراجعه به دنیای واقع و بدون شناخت قانونهای موجود در طبیعت، می‌توان به رمز ساختمان جهان پی برد. تالس گمان می‌کرد، سرچشمه و زیربنای ساختمان جهان «آب» است، دموکریت، ذره‌های کوچک تقسیم ناپذیر را - که «اتم» می‌نامید، اساس ساختمان جهان می‌دانست؛ افلاطون زیبایی را در تئارن می‌دانست و، به تعبیری، «اصل زیبایی» را، اصل حاکم بر جهان می‌دانست | قضیه‌ای در هندسه مسطحه وجود دارد که، امروز، درستی آن ثابت شده است: از بین همه شکلهای مسطحه با محیط برابر، مساحت دایره از همه بیشتر است. افلاطون، برای «اثبات» درستی این قضیه می‌گوید: دایره متقارنترین و، بنابراین، زیباترین شکلهاست، پس حق دایره است که بیشترین مساحت را داشته باشد. |، پارمنیدس، جهان را یک پارچه و بی حرکت می‌دانست و معتقد بود، حرکتهای ظاهری، نتیجه‌ای از تخیل ماست و، در واقع امر، وجود ندارند؛ فیثاغورس و هواداران او، «عدد» را بنیان ساختمان جهان می‌دانستند و ...

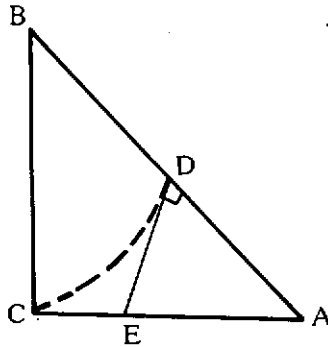
درست است که، برخی از این دیدگاه‌ها، با همه عدم دقتها و نادرستیها، انگیزه‌ای برای بحث و، در نتیجه، وسیله‌ای برای پیشرفت دانش شدند، در برخی موردها هم، به صورت سدی در برابر دانش واقعی درآمدند و حرکت آن را کند و یا منحرف کردند. ولی شکست این دیدگاه‌ها، در ذات آنها نهفته بود: به طبیعت یا به اجتماع نمی‌توان قانونی را تحمیل کرد، باید قانونهای حاکم بر طبیعت و جامعه را شناخت و، با پیروی از آنها، راهی برای تسلط انسان پیدا کرد ... البته، انسان هوشمندتر از آن است که به دیدگاه‌های ناشی از ذهن و گمان، تن در دهد؛

جامعه‌های انسانی بودند ...

و این به معنای آن است که m عددی زوج است $m = 2k$ می‌گیریم، در این صورت به برابری:

$$4k^2 = 2n^2 \Rightarrow n^2 = 2k^2$$

می‌رسیم، یعنی n هم باید عددی زوج باشد. به این ترتیب، m و n عددهایی زوجند و مقسوم علیه مشترکی برابر ۲ دارند که فرض ما را، یعنی بر این که m و n نسبت به هم اولند، نقض می‌کند. $\sqrt{2}$ را نمی‌توان به صورت نسبت دو عدد درست نوشت. گنگ بودن $\sqrt{2}$ راه یاری هندسه هم می‌توان ثابت کرد. وقتی می‌گوییم: $\sqrt{2}$ عددی گنگ است، به این معناست که، برای دو پاره خط راستی که یکی به طول واحد و دیگری به طول $\sqrt{2}$ است، نمی‌توان مقیاس مشترکی پیدا کرد، یعنی نمی‌توان پاره‌خط راستی پیدا کرد که بتوان پاره‌خطهای راست به طولهای واحد و $\sqrt{2}$ را بر حسب طول این پاره‌خط مقیاس، با عددهای درستی بیان کرد.



شکل ۵

مثلث قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین ABC

$\hat{C} = 90^\circ$ ، $|AC| = |BC|$ (را در نظر می‌گیریم و طول هر ضلع مجاور به زاویه قائمه آن را، برابر واحد فرض می‌کنیم. آیا پاره‌خطهای راست BC (به طول واحد) و AB (به طول $\sqrt{2}$) مقیاس مشترکی دارند؟ اگر به مرکز B و به شعاع برابر $|BC|$ ، کماتی از دایره را رسم کنیم تا وتر را در D قطع کند و، سپس، از

افلاطون که، در ضمن، گرایشهای فیثاغوری داشت، در کتاب معروف خود «جمهور» تلاش می‌کند با استفاده از عدد و پهلوی هم چیدن «عددهای زشت و زیبا» آرمان شهر خود را با رنگ و بوی ریاضی بیاراید، ولی در واقع، بخشی از «جمهور» که به این جنبه‌های «رمزگونه عدد» پرداخته است، نه ارزش ریاضی دارد، نه ارزش اجتماعی و نه ارزش تاریخی.

فیثاغوریان، که عدد را به معنای عدد گویا یعنی نسبت دو عدد درست (و مثبت) می‌شناختند، اعتقاد داشتند، می‌توان همه پدیده‌ها و روندهای طبیعی و اجتماعی، و حتی خلق و خو و رفتار احساسی آدمی را، به یاری عدد توضیح داد ... و سرانجام، همین اعتقاد، جمع آنها را متلاشی کرد و به «ضد اعتقاد» آنها تبدیل شد. جریان این است که خود فیثاغورس - و یا به احتمالی قویتر، یکی از هواداران او - قضیه‌ای را که امروز هم، به نام قضیه فیثاغورس می‌شناسیم، کشف کرد: اگر در مثلث قائم‌الزاویه، طول وتر را برابر c و طول ضلعهای مجاور به زاویه قائمه را، برابر a و b بگیریم، همیشه داریم:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

فیثاغوریان با این پرسش روبه رو شدند که: اگر در مثلث قائم‌الزاویه‌ای، طول هریک از ضلعهای مجاور به زاویه قائمه برابر واحد باشد، طول وتر مثلث چقدر است! امروز می‌گوییم، طول وتر این مثلث، برابر است با $\sqrt{2}$. ولی هواداران فیثاغورس - که عددهای گنگ را نمی‌شناختند می‌خواستند $\sqrt{2}$ را، با نسبت دو عدد درست بیان کنند که ممکن نبود. در واقع، اگر m و n را دو عدد درست و نسبت به هم اول بگیریم و فرض کنیم:

$$\sqrt{2} = \frac{m}{n}$$

به تناقض برخورد می‌کنیم. وقتی m و n نسبت به هم اولند، به معنای آن است که مقسوم علیه مشترکی ندارند، ولی از رابطه فرض به دست می‌آید:

$$2 = \frac{m^2}{n^2} \Rightarrow m^2 = 2n^2$$

به هر حال، همه تلاشهای هواداران فیثاغورس، برای بیان وتر مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین (وقتی ضلع مجاور به زاویه قائمه آن، برابر واحد باشد) به شکست انجامید: عدد (یعنی عدد گویا)، که بنا به اعتقاد فیثاغوریان، باید قدرت بیان هر پدیده‌ای را داشته باشد، از عهده بیان طول یک پاره خط راست عاجز ماند... فیثاغوریان تلاش کردند، این کشف را از دیگران مخفی کنند و، برای فاش کننده آن، مجازاتی سخت در نظر گرفتند. ولی هیچ رازی پنهان نمی ماند و بتدریج، همگان از «ناتوانی» عدد در بیان طول یک پاره خط راست، آگاه شدند... هواداران فیثاغورس کوشیدند راهی برای نجات خود پیدا کنند و پدیده‌ها و روندها را به دو گروه تقسیم کردند: گروهی که به کمک عدد قابل بیانند و گروهی که به وسیله عدد بیان نمی شوند. گروه اول را گویا (یا مُنطِق) و گروه دوم را گنگ (یا اَصَم) نامیدند... ولی این تلاش هم، مشکل آنها را حل نکرد و مکتب فلسفی فیثاغوری از هم پاشید.

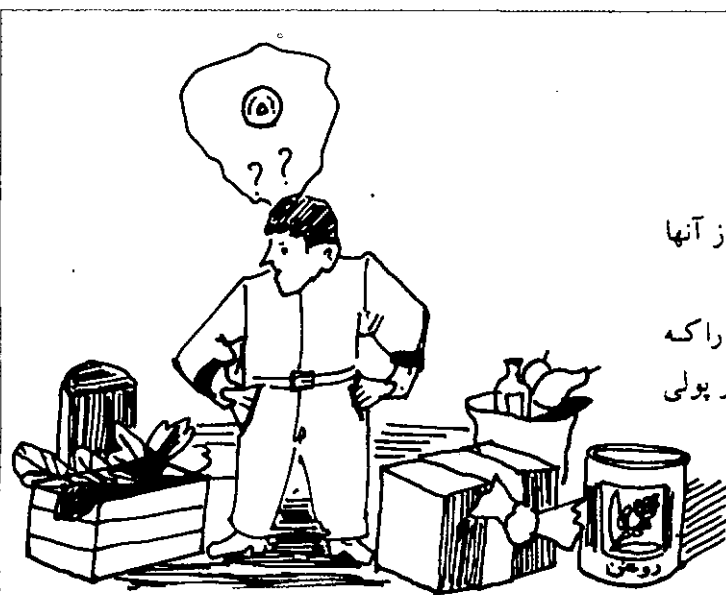
D مماسی بر این کمان رسم کنیم تا AC را در E قطع کند، روشن است که:

$$|CE| = |DE| = |AD|$$

اگر پاره خطهای راست BC و AB مقیاس مشترکی داشته باشند، با توجه به برابری $|BC| = |BD|$ ، باید پاره خطهای راست AD و AE هم مقیاس مشترکی داشته باشند ولی $|AD| < \frac{1}{2} |AB|$ و $|AE| < \frac{1}{2} |AB|$ (چرا؟).

پیدا کردن مقیاس مشترک بین دو پاره خط راست اخیر هم، با همان روش، منجر به پیدا کردن مقیاس مشترک بین دو پاره خط راست دیگری می شود که از نصف پاره خطهای راست نخستین، کوچکترند. اگر این عمل را ادامه دهیم، مرتباً با پاره خطهای راست کوچک و کوچکتری سروکار پیدا می کنیم و هرگز به مقیاس مشترک معینی نمی رسیم.

تا بعد



تقریب افد پشه ۱

مساله - مهرداد تمام پولهای خود را در پنج مغازه‌ای که از آنها خرید کرده بود خرج کرد.
او در هر مغازه پنج ریال بیشتر از نصف مبلغی را که به هنگام ورود به آن مغازه داشت خرج کرده است. مقدار پولی را که مهرداد قبل از خرید داشته است تعیین کنید.

جواب در صفحه ۹۶