

شما هم می‌توانید در

درس ریاضی خود موفق باشید (۲)

• پرویز شهریاری

می‌شود یا بیشتر؟ در مورد استهلاک اتومبیلها چطور؟ آیا می‌توانید راهی برای این «محاسبه‌ها» پیدا کنید و سود یازبان این وضع جدید را بسنجید؟ آیا می‌توانید با استدلال و آمار، درستی یا نادرستی این تعمیم را نشان دهید؟ این، یک مسأله ریاضی است و البته نه چندان ساده، هر وقت، به هر نتیجه‌ای یا محاسبه‌ای، هر چند کوچک رسیدید، در «دفتر خاطره‌های علمی» خود یادداشت کنید و، بعد، به فکر کاملتر کردن بيفتید.

بیشتر ساختمانهایی که در تهران می‌سازند، بعد از ۲۰ یا ۲۵ سال (و گاهی کمتر)، «کلنگی» به حساب می‌آیند؛ آنها را خراب می‌کنند و دوباره، به جای آنها، ساختمانهای تازه‌ای بنا می‌شود. در محله‌ای که زندگی می‌کنید، آمارگیری کنید: متوسط عمر ساختمانهای این محله چند سال است؟ کدام یک به خاطر عریض کردن خیابان بازسازی شده‌است و کدام به خاطر کم دوامی ساختمان یا بی‌سلیقگی در نقشه آن؟ این خراب کردن و دوباره ساختن، چقدر از پول و نیرو را هدر می‌دهد؟ زیان مالی مملکت، از بابت عدم توجه کافی به ساختمانها در این محله، به طور متوسط، سالی چقدر است؟... چه راهی برای این «محاسبه‌ها» و به دست آوردن جواب پیشنهاد می‌کنید؟

در یک شهر بندری زندگی می‌کنید. کشتیهای حامل کالا، مرتباً وارد می‌شوند و، برای تخلیه، نوبت می‌گیرند. به نظر شما کدام راه بهتر است: انبارهای بزرگ برای نگهداری کالاها ساخته شود یا ایستگاه قطار را تا نزدیکی اسکله بیاورند و بار کشتیها را مستقیم از کشتی به قطار منتقل کنند؟ ساختن جاده‌های استاندارد و تدارک کامیونها و ترلیها

از «دفتر خاطره‌های علمی» صحبت می‌کردیم. اگر کار با این دفتر را بدون وقفه و با حوصله ادامه دهید، به تدریج چنان علاقه‌مندی شما را جلب خواهد کرد که در تمامی زندگی علمی خود درآینده، نمی‌توانید از آن دل بکنید و تا آنجا به آن عادت می‌کنید که جزئی از زندگی شما خواهد شد. وجود این دفتر، شما را در همه زمینه‌ها کنجکاو می‌کند و وامی‌دارد تا به هر پیشامدی با دیدی علمی، و در عین حال انتقادی، نگاه کنید. وقتی با کسی درباره موضوعی بحث می‌کنید، به جای آن که، در ذهن خود، در فکر پاسخگویی به او و دفاع از نظر خود باشید، به حرفها و استدلالهای او گوش می‌کنید و در جهت جدا کردن درست از نادرست تلاش می‌ورزید.

فرض کنید، در بخش محل زندگی شما، یا در مسیری که هر روز به مدرسه می‌روید، بعضی از خیابانها را، برای عبور اتومبیل، یک طرفه اعلام کنند. با این مسأله، خیلی ساده و مثل یک حادثه معمولی، برخورد نکنید. سعی کنید، با دیدی علمی، درباره آن بیندیشید. آیا به واقع، به ساده‌تر شدن عبور و مرور کمک کرده‌است؟ آیا تصادف کمتری رخ می‌دهد؟ آیا زودتر و راحت‌تر به منزل یا مدرسه می‌رسید؟ مسیر عبور با اتومبیل، از منزل به مدرسه، یا برعکس، چقدر طولانیتر شده؟ آیا می‌توانید، در وقت بی‌کاری خود، آماری تهیه کنید و معین کنید، به خاطر یک طرفه شدن این خیابانها و، در نتیجه، طولانیتر شدن مسیر برخی اتومبیلها، چقدر به مصرف بنزین اضافه شده‌است؟ شاید، به دلیل این که اتومبیلها کمتر معطل می‌شوند، در مصرف بنزین هم، صرفه‌جویی شود! آیا وقت افراد کمتر تلف

به صرفه نزدیکتر است یا کشیدن راه آهن؟... آیا تصمیم‌گیری در این مورد، تنها باتصور یاتکیه به تجربه ممکن است یا با محاسبه؟ و کدام محاسبه؟ آیا باید به این سؤال، به عنوان یک سؤال ریاضی نگاه کرد؟ اگر چنین است، راه حل آن کدام است؟...

جهان دور و بر ما، یعنی طبیعت و زندگی اجتماعی، پراز سؤال است و بسیاری از این سؤال‌ها، هنوز حل نشده‌اند. درجهان امروز، بدون دانش و بدون دید علمی، نمی‌توان زندگی شایسته‌ای داشت. به هر گوشه‌ای از طبیعت و زندگی نگاه کنید، می‌توانید جنبه‌هایی از آن را پیدا کنید که به دانش، و به خصوص به ریاضیات، مربوط می‌شود، بنابراین، ارزش اندیشیدن دارند و نتیجه این اندیشه‌ها، هرچند کوچک، باید در «دفتر خاطره‌های علمی» شما منعکس شود.

گاه به گاه، دفتر خاطره‌های علمی خود را ورق بزنید. به عقب برگردید، یک سال یا دو سال پیش چگونه فکر می‌کرده‌اید؟ به چه سؤاله‌هایی می‌اندیشیده‌اید؟ با چه دشواریهایی روبرو بوده‌اید؟... آن وقت می‌فهمید که، در همین مدت کوتاه، چقدر رشد کرده‌اید؟ دانش و آگاهی شما تا چه اندازه بالا رفته است؟ ممکن است به برخی اندیشه‌های قبلی خود بخندید، ولی هرگز آنها را دور نریزد و مسیر زندگی علمی خود را، با دقت، برای خود حفظ کنید.

□

خاطره نویسی، علاوه بر آن که ما را وامی‌دارد تا ذهنی کنج‌گاو و نکته سنج و چشمی تیزبین و دقیق داشته باشیم؛ درباره معنای واقعی هر واژه بیندیشیم؛ توجه خود را نه به ظاهر پشامدها و پدیده‌های طبیعی و اجتماعی، بلکه به رابطه متقابل آنها و به ماهیت درونی آنها معطوف کنیم و به ریشه‌یابی استدلالی آنها، به جای روایت ساده و بی‌مضمون، پردازیم و... می‌تواند وظیفه‌ای تاریخی، اجتماعی و میهنی هم به حساب آید.

در شرق، و از آن جمله در ایران، به دلایلی که جای ذکرش در این جانیست، بسیار کم بوده‌اند کسانی که «یادداشت‌های روزانه» و «سفرنامه» یا «دفتر خاطره» ای از خود باقی گذاشته باشند و، به همین مناسبت، در شناخت تاریخ اجتماعی مردم سرزمینمان، دچار دشواریهای فراوان هستیم. اگر از بعضی نوشته‌های رسمی (مثل نوشته‌های منشیایی که در رکاب شاهان و اسیران بوده‌اند) بگذریم، بسختی می‌توانیم مدرکی یا سندی پیدا کنیم که مثلاً زندگی عادی مردم کشورمان را در پانصد

سال پیش به ما نشان دهد و ناچاریم، برای بازایی تاریخ اجتماعی مردم ایران در چهارصدسال اخیر، به سفرنامه‌های بیگانگانی مراجعه کنیم که اغلب، به غرض سیاسی یا به طمع سودمالی با کشور ما رفت و آمد داشته‌اند.

وقتی شما سفرنامه ناصر خسرو را می‌خوانید (و توصیه می‌کنم، حتماً آن را بخوانید) تمامی زندگی مردم شهرهایی که مورد بازدید نویسنده آن قرار گرفته‌است، جلوجشم شما زنده می‌شود و افسوس که نمی‌توانیم شبیه شاهکار ناصر خسرو را، دست‌کم برای هرصدسال یکی، داشته باشیم... و چنین است که مردم شرق، تاریخ و در نتیجه هویت خود را، کم و بیش گم کرده‌اند و ناچارند تنها با حدس و گمان، درباره پدران خود و درباره شیوه زندگی اجتماعی آنها داوری کنند.

اگر از همین روزهایی که پشت نیمکتهای دبیرستان نشسته‌ایم، به‌خاطرده نویسی عادت کنیم، دست کم از امروز به بعد، این کمبود را از بین برده‌ایم و وظیفه خود را در برابر تاریخ، مردم و کشورمان انجام داده‌ایم.

وقتی که بیش از پانصدسال پیش، دریانوردان ماجراجوی اسپانیایی و پرتغالی، سرزمینهای ناشناخته آمریکا را کشف کردند و مردم بومی ساکن در آن را از دم تیغ گذراندند، به نحوی که در مدتی بسیار کوتاه، جمعیت بیش از پنجاه میلیونی آن را، به کمتر از پنج میلیون رساندند، ادعا می‌کردند با مردمی وحشی روبرو بوده‌اند و، به همین بهانه، همه آثار ساختمانی و هنری آنها را از بین بردند، کتابها و نوشته‌های آنها را نابود کردند و باقی مانده مردمشان را، به بردگی در کشتزارها واداشتند. ولی امروز که اندک آثار باقی مانده قومهای ساکن آمریکای قبل از کشف - مثل قومهای آزتک، اینکا و مایا - مورد بررسی دانشمندان قرار گرفته، روشن شده‌است که در مرحله کم و بیش پیشرفته‌ای از تمدن و فرهنگ به سر می‌برده‌اند: به بسیاری از کشفهای ریاضی و اخترشناسی دست یافته بودند؛ در صنایع دستی و هنرهای گوناگون، پیشرفت داشته‌اند و از بسیاری کشورهای آن روز این طرف دنیا، حتی برخی کشورهای اروپایی آن روزگار، عقب‌تر نبودند. اصولاً عنوان «انسان وحشی» ساخته و پرداخته ذهن استعمارگرانی است که می‌خواستند و می‌خواهند وحشی‌گرایی خود را در غارت و کشتار مردم سرزمینهای دیگر، توجیه کنند... خود اصطلاح «کشف آمریکا»

پخته‌اید، ولی در لحظه بیان آن، دچار دشواری می‌شوید و در می‌مانید. دشوارتر از بیان یک مطلب، به روی کاغذ آوردن آن است: از کجا باید آغاز کرد؟ با چه مقدمه‌ای؟ آیا اصلاً به مقدمه‌ای نیاز دارد یا بهتر است، بدون هیچ توضیح اضافی، اصل مطلب به‌طور مستقیم مطرح شود؟... چرا جمله‌ها ساده و زیبا از آب در نمی‌آیند؟ چرا واژه‌ها نرمش ندارند؟ به دلخواه آدم در بین جمله‌ها جانی گیرند؟ این «نوشته» چقدر خشک است، هیچ کس را جلب نمی‌کند!... و سرانجام، بعد از ساعت‌ها کشش و کوشش، باز هم از نوشته خود راضی نیستید: آن چه در ذهن خود داشتید، روی کاغذ نیامده؛ حرف شما چیز دیگری بود و این نوشته چیز دیگری از آب درآمد...

بله، از اندیشیدن درباره یک مطلب و فهمیدن آن، تا بیان آن به‌صورت یک نوشته برای دیگران، سیری پریچ و خم وجود دارد که جز با تمرین مستمر شناخته نمی‌شود... و «خاطره نویسی» یکی از راههای این تمرین و احتمالاً بهترین آنهاست. ضمن نوشتن خاطره یا یادداشت روزانه، به این نکته‌ها توجه داشته باشید:

۱- همان طور که می‌اندیشید و همان‌گونه که برای دیگران تعریف می‌کنید، بنویسید. به خودتان فشار نیاورید که جمله‌ها تان «ادیانه» باشد. تاجایی که می‌توانید، از جمله‌های دراز پرهیز کنید. از همان واژه‌هایی استفاده کنید که ضمن صحبت با دوستانتان به کار می‌برید. کافی است معنا و مفهوم جمله روشن باشد و منظور شما را برساند. ساده نویسی، هنر است، درحالی که به کاربردن واژه‌ها و جمله‌های پیچیده و دور از ذهن، موجب دور شدن از مطلب و، در نتیجه، گمراهی خواننده می‌شود. جمله‌های پر پیرایه ممکن است خواننده را دچار شگفتی لحظه‌ای کند، ولی چیزی به او نمی‌دهد و، به همین جهت، خیلی زود فراموش می‌شود. هرگز از واژه، اصطلاح یا ضرب‌المثلی که معنای درست و دقیق آن را نمی‌دانید، استفاده نکنید.

۲- تلاش کنید، در نوشته‌های خود، از جاده انصاف خارج نشوید. حادثه‌ها را همان‌طور که پیش آمده‌اند روایت کنید، نه آن‌طور که شما و در آرزوهای خود انتظار داشته‌اید. عیبی ندارد آرزوهای خودتان را هم روی کاغذ بیاورید، ولی مرز آنها را با پشامدهای واقعی، به روشنی معین کنید؛ مثلاً به این صورت: «من انتظار داشتم... ولی در واقع این طور نشد و...». اگر می‌خواهید شخصیتی را بسازید یا

هم، تاحد زیادی خود خواهانه و بی‌معنی است. وقتی، چند سال پیش، یکی از رهبران سرخپوستان امریکا، در فرودگاه رُم از هواپیما پیاده می‌شد، با طنز پردردی به خبرنگاران گفت، می‌توانید نام مرا، به عنوان کسی که ایتالیا را کشف کرد، ثبت کنید. زیرا نخستین سرخپوستی هستم که قدم به خاک ایتالیا می‌گذارم... ولی توجه کنیم، اگر قومهای بومی ساکن امریکا، اندیشه‌ها و پیشرفتهای خود را، به‌صورت نوشته باقی نمی‌گذاشتند و اگر این چند اثر اندک، از دستبرد مهاجمان مصون نمی‌ماند، چگونه می‌شد به مظلومیت و حقانیت مردم بومی امریکا پی‌برد؟...

عادت به خاطره نویسی و ثبت یادداشتهای روزانه، نقش سازنده دیگری هم دارد. وقتی حادثه‌ای در یک خیابان اتفاق می‌افتد، دهها و گاهی صدها نفر آن را می‌بینند، ولی همه، خیلی زود آن را فراموش می‌کنند و، جز خاطره‌ای مبهم و سطحی، چیزی در ذهن‌شان باقی نمی‌ماند. تنها اگر در بین این دهها و صدها نفر، نویسنده یا شاعری تیزبین وجود داشته باشد، از آن حادثه، شاهکاری می‌آفریند و برای همیشه آن را زنده نگه می‌دارد. چرا؟ برای این که نویسنده یا شاعر، اگر نویسنده یا شاعر به معنای واقعی کلمه باشد، به دقت و تیزبینی عادت کرده است، نکته‌هایی را می‌بیند که دیگران نمی‌بینند، صداهایی را می‌شنود که به گوش دیگران نمی‌رسد. او ناله گلی را که زیر پاله می‌شود، فریاد درختی را که از تشنگی رنج می‌برد و غرش درون مردی را که آرام و بی‌صدا، ولی گیج و مات از خیابان می‌گذرد، می‌شنود... و شما هم، اگر بخواهید قدرت شنیدن آواهای پنهان و زخمهای نهان را داشته باشید، اگر بخواهید خود را صاحب قلمی کنید که دیگران را تکان دهد و به فکر وادارد، اگر بخواهید نیروی آن را پیدا کنید که بتوانید اندیشه‌های خود را، به‌صورتی گویا و پرجذبه، برای دیگران بنویسید و یا... حتی اگر بخواهید امکان پیدا کنید که راه حل مسأله‌های دشوار را، به زبانی ساده و قابل فهم روی کاغذ بیاورید، باید خود را به «نوشتن» و به‌خصوص «خاطره نویسی» عادت دهید...

اندیشه معمولاً جرقه می‌زند و در ذهن پدید می‌آید، ولی باید از مرحله‌هایی بگذرد تا پخته و قابل عرضه شود... ولی اندیشه را باید بیان کرد و شما حتماً تجربه کرده‌اید که «بیان» یک مطلب، دشوارتر از «اندیشیدن» درباره آن است. شما مطلب را می‌دانید و در ذهن خود

مورد بی‌مهری قرار دهید، یادآوری کنید که عقیده خود را بیان می‌کنید و چه بهتر که نظردیگران را هم، بادقت و بی‌طرفی بیاورید. نویسد «فلانی چنین است»، بنویسد «آن طور که من تصور می‌کنم، فلانی این طور است».

انسان، موجود پیچیده و گاه متضادی است، در زندگی خود، همه جا و همیشه رفتاری یکسان ندارد و زیر تأثیر پشامدها و به‌انگیزه‌های عاطفی یا اجتماعی تغییر می‌کند. برای داوری درباره یک انسان، باید تمامی زندگی او، مجموعه رفتارهای او و همه انگیزه‌های درونی و بیرونی او را شناخت. بایک برخورد کوتاه و مقطعی، نمی‌توان درباره شخصیت و اعتبار کسی، داوری قاطع و بی‌چون و چرا کرد.

۳- پاکیزه بنویسد. حتی وقتی که برای خودتان یادداشت برمی‌دارید، سعی کنید نوشته شما، چه از نظر دستوری و جمله‌بندی و چه از نظر زیبایی و خوش نویسی، بالاترین حد توانایی شما را منعکس کند. به موقع نقطه‌گذاری کنید، به جای خود، سرسطر بیاید و تاریخ و محل نوشته خود را فراموش نکنید. نوشته هرکس، معرف سلیقه، اخلاق و رفتار اوست و پاکیزگی و نظم، باید یکی از ویژگیهای هر انسان امروزی باشد.

۴- وقتی در یک مجلس سخنرانی یا کلاس درس یا گفت و گوی با دوستان، به مطلبی برخوردید که در خور ثبت در دفتر خاطرات علمی شما بود، همان جا برخی نکته‌های اساسی آن را یادداشت کنید؛ حافظه همه چیز را و همان‌گونه که مایلید، نگه نمی‌دارد. به این مناسبت، دفتر یادداشت کوچکی در جیب داشته باشید که هر وقت چیزی به ذهنتان رسید، به موقع یادداشت کنید تا تفصیل آن را، سرفرصت، در دفتر خاطره‌های خود بنویسد.

□

واژه نامه ریاضی

از دانش آموز خوبی که در سال سوم دبیرستان، رشته ریاضی - فیزیک تحصیل می‌کرد، خواستم روی تخته سیاه بنویسد: $a^2 - b^2$ بعد از او پرسیدم: «این چه؟ درجبر، به $a^2 - b^2$ چه می‌گویند؟» و دانش آموز پاسخ داد: «این، یک اتحاد مزدوج است.» کلاس اعتراضی نکرد، من هم مخالفت نکردم. به او گفتم: «بسیار خوب، ولی اول

اتحاد را تعریف کن. اتحاد یعنی چه؟»

بعد از گفت و شنود کم و بیش طولانی با کلاس، به این نتیجه رسیدیم که: اتحاد، نوعی برابری است. پرسیدم: «چه نوع برابری؟» و باز هم، بعد از اظهار نظرهای متفاوت، با چند تعریف که کم و بیش هم ارز یکدیگر بودند، با هم توافق کردیم:

- در اتحاد، در دو طرف برابری، یک عبارت، منتهی به دو صورت مختلف نوشته شده است.

- اتحاد یک برابری است که، به کمک تبدیلهای عملهای مجاز، بتوان یکی از دو طرف را، به طرف دیگر منجر کرد.

- اتحاد به چنان برابری گویند که، با انجام عملهای مجاز، بتوان از آن، به یک برابری واضح، مثل $x = x$ رسید.

- برابری اتحاد، باید به ازای هر مقدار دلخواه مجهول یا مجهولها، برقرار باشد.

پرسیدم: «چند اتحاد جبری داریم؟» یکی گفت ۱۲ تا، دیگری گفت ۱۳ تا، ... پرسیدم: « $2x - x = x$ ، چه نوع برابری است؟ آیا اتحاد است؟» این جابود که همه به اشتباه خود پی بردند: «آقا! بی نهایت اتحاد جبری وجود دارد.»

- بسیار خوب، حال به من بگویند، آیا برابری $\frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1$ یک اتحاد است؟
- بله!

- ولی قرار شد، اتحاد به ازای همه مقادیرهای مجهول برقرار باشد. آیا می‌توان در دو طرف این برابری $x = 1$ قرارداد؟
- نه! مخرج نمی‌تواند برابر صفر باشد؛ به جای x نمی‌توان عدد ۱ را قرارداد.

بنابراین، باید در تعریفهای خود تجدیدنظر کنیم؛ آنها به دقت بیشتری نیاز دارند. عبارت $\frac{x^2 - 1}{x - 1}$ ، تنها با شرط $x \neq 1$ ، با عبارت $x + 1$ متحداست. سرانجام، روشن شد که، در تعریف اتحاد باید شرط «برای مقادیر قابل قبول مجهول یا مجهولها» ذکر شود. به زبان دیگر، در یک اتحاد، باید عبارتهایی که در دو طرف برابری قرار دارند، حوزه تعریف یادمانه مشترکی داشته باشند.

پرسیدم: «بالاخره، تکلیف ما بابرابری $\frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1$ چیست؟

اتحاد است یا یک برابری از نوع دیگری؟

وبعد از گفت و گوها و ذکر مثالها، به این نتیجه رسیدیم که این، یک اتحاد مشروط است:

$$\frac{x^2-1}{x-1} = x+1, \text{ با شرط } x \neq 1, \text{ یک اتحاد است.}$$

همچنین روشن شد که، مثلاً، می توان گفت:

برابری $x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$ ، با شرط $x+y+z=0$ ، یک اتحاد است. می دانید چرا؟! ... اگر سمت چپ برابری را، به ازای

$$z = -(x+y)$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + z^2 &= x^2 + y^2 - (x+y)^2 = x^2 + y^2 - (x^2 + 2xy + y^2) \\ &= -2xy = -2xy(-z) = 2xyz \end{aligned}$$

سمت چپ برابری، با توجه به شرط $x+y+z=0$ با انجام عملهای مجاز، به سمت راست برابری تبدیل شد.

[یادتان باشد که باید معنای «انجام عملهای مجاز» را روشن کنیم؛ درضمن به این مطلب هم پردازیم که، اگر یک برابری اتحاد نباشد، چه نامی دارد؟! ... در فرستهای بعدی به آنها خواهیم پرداخت.]

گفتم: بحث اتحاد اندکی طولانی شد، به مطلب خود برگردیم. دوباره پرسش اول خود را، منتهی به صورت دیگری، تکرار می کنم:

$$a^2 - b^2 \text{ یک برابری است؟}$$

نه.

- پس، اتحاد هم نمی تواند باشد. حداقل شرطی که باید یک

«اتحاد» داشته باشد، وجود یک برابری است: «اتحاد نوعی برابری است که...» $a^2 - b^2$ اتحاد نیست.

به واژه «مزدوج» پردازیم. در ریاضیات، و به خصوص در جبر، در کجا از واژه «مزدوج» استفاده می کنیم؟ «مزدوج» یعنی چه؟

سرانجام معلوم شد، برای استفاده از واژه «مزدوج» باید با دو عبارت دوجمله ای سروکار داشته باشیم: دو عبارت دوجمله ای را وقتی مزدوج هم گویند که، در آنها، یکی از جمله ها برابر دوجمله های دوم قرینه یکدیگر باشند، مثلاً $a+b$ و $a-b$ مزدوج یکدیگرند.

$$x+y \text{ چند مزدوج دارد؟}$$

$$-x+y \text{ و } x-y.$$

$$x+y+z \text{ چند مزدوج دارد؟}$$

- آقا، این سه جمله ای است نه دو جمله ای!

و دانش آموزی دیگر:

- می توان $(x+y)$ را، یک جمله به حساب آورد.

- فقط $(x+y)$ را!

- نه! $(x+z)$ یا $(y+z)$ را هم می توان به عنوان یک جمله در نظر

گرفت.

- بالاخره $x+y+z$ چند مزدوج دارد؟

- شش تا:

$$(x+y)-z, \quad -(x+y)+z,$$

$$(x+z)-y, \quad -(x+z)+y,$$

$$x-(y+z), \quad -x+(y+z),$$

- بسیار خوب، دوباره به $a^2 - b^2$ برگردیم. آیا در این جا با

دو عبارت سروکار داریم؟

- نه!

- ولی شرط اصلی استفاده از واژه مزدوج این است که دو عبارت

داشته باشیم:

$$a+b \text{ و } a-b \text{ یا } x+y+z \text{ و } x+y-z. \text{ به این ترتیب، برای}$$

$$a^2 - b^2 \text{ که یک عبارت است و نه دو عبارت، نمی توان از واژه}$$

مزدوج استفاده کرد.

به دانش آموزی که کنار تخته سیاه ایستاده بود، بالحنی شامت بار

گفتم:

- شما، برای معرفی $a^2 - b^2$ ، از دو واژه استفاده کردید: «اتحاد»

و «مزدوج». ولی $a^2 - b^2$ نه اتحاد است و نه مزدوج. پس چیست؟ و

توضیح دادم:

- چرا به چشماهای خود اعتماد نمی کنید؟ هر چه می بینید، همان را

به زبان بیاورید.

- آقا، این یک عبارت جبری است.

- درست است. ولی «عبارت جبری» خیلی کلی و مبهم است.

سعی کنید، بیشتر و بهتر آن را معرفی کنید.

- این، یک دوجمله ای جبری است.

- چه نوع دوجمله ای؟

- تفاضل دوم جذور کامل.

- بله، کاملاً درست است. $a^2 - b^2$ ، نه اتحاد است و نه مزدوج؟

تفاضل دو مجذور کامل است. و اگر بخواهیم، ویژگیهای بیشتری از آن را بیان کنیم، می توانیم بگوییم:

$a^2 - b^2$ ، یک دوجمله ای و به صورت تفاضل دو مجذور کامل است و، بنابراین، می توان آن را به ضرب دو عبارت مزدوج تجزیه کرد:

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) \quad (1)$$

و برابری (1)، یک اتحاد است. حالا دیگر، رابطه $a^2 - b^2$ با واژه های «اتحاد» و «مزدوج» روشن شد.

□

می بینید، حتی در ساده ترین موضوعها، اگر معنا و تعریف درست واژه ها را ندانیم، ممکن است دچار چه گمراهیهایی بشویم! شما معمولاً، ضمن عملهایی که انجام می دهید، اغلب از این جمله ها استفاده می کنید:

«معلوم و مجهول می کنیم»، «طرفین وسطین می کنیم»، «دور در دور، نزدیک در نزدیک»، ... این جمله ها، به خودی خود، هیچ معنایی ندارند؛ آنها را روی کاغذ بنویسید و به کسی نشان دهید که با زبان فارسی آشناست، ولی ریاضیات نمی داند. بدون تردید، به شما خواهد گفت: این جمله ها بی معنی اند؛ «طرفین وسطین می کنیم»، هیچ معنای روشنی ندارد. اصلاً «طرفین» یا «وسطین» یعنی چه؟

توصیه من این است که، هرگز از این گونه جمله ها استفاده نکنید. سعی کنید، معنای ریاضی عملی را که انجام می دهید، برای خودتان روشن کنید و، بعد، چیزی را بر زبان بیاورید که معرف آن عمل ریاضی باشد. شما، عمل را درست انجام می دهید، ولی معنای آن را نمی دانید، یعنی نمی دانید از کدام عمل ریاضی، به چه دلیل و با چه شرطی استفاده می کنید.

عمل «طرفین وسطین کردن» را بشکافیم.

اگر a و b ، دو عدد و، در ضمن، b مخالف صفر باشد، $\frac{a}{b}$ را نسبت هندسی دو عدد a و b گویند. اکنون اگر دو نسبت هندسی برابر داشته باشیم:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad (2)$$

بایک تناسب هندسی سروکار داریم. برابری (2)، با شرط $b \neq 0$ و $d \neq 0$ ، یک تناسب هندسی است که می توان آن را،

این طور هم نوشت:

$$a:b=c:d \quad (2')$$

وقتی تناسب هندسی را به صورت (2') بنویسیم، عددهای a و d در دو طرف و عددهای b و c در وسط قرار می گیرند؛ به همین جهت a و d را «طرفین» و b و c را «وسطین» گویند. اگر دو طرف برابری (2) یا (2') را در عدد bd ضرب کنیم، به برابری $ad=bc$ می رسیم؛ یعنی در هر تناسب هندسی، حاصل ضرب دو عدد «طرفین»، برابر است با حاصل ضرب دو عدد «وسطین». این، یک ویژگی تناسب هندسی است و وقتی می گوئیم «طرفین وسطین می کنیم»، از این ویژگی استفاده می کنیم.

بنابراین، اگر هم می خواهیم از همین جمله استفاده کنیم، لااقل به این صورت بیان کنیم:

«حاصل ضرب طرفین را مساوی حاصل ضرب وسطین قرار می دهیم».

خلاصه نویسی و خلاصه گویی، کار درستی است، ولی نباید به قیمت از دست رفتن معنای جمله تمام شود. می گویند «وقت ارزش دارد» یا «وقت طلاست» ولی اگر شما وظیفه تهیه کالایی را به عهده دارید، حق ندارید به بهانه «صرفه جویی در وقت» کالای ناقص یا معیوبی تهیه کنید.

باجه اینها، بهترین روش این است که اصلاً از واژه های «طرفین» و «وسطین» استفاده نکنید و همان عمل ریاضی را که انجام می دهید، بیان کنید و بگویید: در برابری (2)، می دانیم b و d مخالف صفرند؛ بنابراین می توانیم دو طرف برابری را در bd ضرب کنیم.

زمانی در راهرو یکی از دبیرستانها، به دختر دانش آموزی برخوردیم که چیزی را، به زبانی کاملاً نا آشنا، تکرار می کرد. جلو رفتیم و پرسیدم چه می خوانی! گفت: «فرمولهای مثلثات را حفظ می کنم» خواهش کردم، یکبار دیگر تکرار کند و او گفت:

- وقتی سینوس باشد، می شود «سن کو سن کو» و وقتی کسینوس باشد می شود «کو کو سن سن».

پرسیدم یعنی چه؟ این چه زبانی است؟ چینی یا ژاپنی؟

- نه آقا، به این فرمولها نگاه کنید:

$$\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b,$$

$$\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \pm \sin a \sin b$$

است...»، اگر چه هر شکلی که او رسم می‌کرد، به همه چیز شباهت داشت به جز دایره.

... در ریاضیات (و نه تنها در ریاضیات)، کمتر حفظ کنید و بیشتر بفهمید... اغلب، چیزهایی می‌گوییم و از واژه‌هایی استفاده می‌کنیم که معنای درست، و به خصوص، معنای ریاضی آنها را نمی‌دانیم و این، سرچشمه اصلی ناکامیهای ما در درسهای ریاضی است. بسیار دیده شده است که جوانی یا حتی نوجوان یا کودکی، غزلی از حافظ را از حفظ می‌خواند، ولی حتی یک بیت آن را نمی‌تواند معنی کند. این، نوعی تحمیل به حافظه است و، به خصوص، موجب تضعیف نیروی استدلالی فرد می‌شود، به نحوی که بتدریج، به جای «اندیشیدن و انتخاب کردن»، به «پذیرفتن» عادت می‌کند... تأکید می‌کنم: تنها وقتی جمله‌ای را بر زبان بیاورید که معنای آن و معنای تک تک واژه‌های آن را بدانید.

این کمبودها را چگونه جبران کنیم؟
در هر کلاسی که هستید، حتی اگر گمان می‌کنید فهم موضوعهای ریاضی برای شما دشوار است، از همین امروز تصمیم بگیرید، یک «واژه نامه ریاضی» برای خودتان درست کنید.
وقتی سر کلاس به درس معلم گوش می‌دهید، وقتی مسأله‌ای را حل می‌کنید یا یک کتاب ریاضی را می‌خوانید، به واژه‌هایی که معنای ریاضی دارند، توجه کنید و همه آنها را روی ورق کاغذی بنویسید: «ضرب»، «جمله»، «معادله»، «دایره»، «چند ضلعی منتظم»، «مخروط ناقص»، «کسر»، «تأبری»...
بعد، در منزل، سعی کنید، درباره معنای ریاضی آنها بیندیشید؛ به کتاب مراجعه کنید، از دوستان و یا دیران خود پرسید، جست و جو کنید تا معنا و تعریف درست هر واژه را پیدا کنید، اگر لازم است چند مثال مربوط به آن را بیابید، چند مسأله مربوط به آن را حل کنید و، بعد، در دفتر «واژه نامه ریاضی» خود بنویسید. برای هر واژه، چند صفحه اختصاص بدهید تا اگر، بعدها، باز هم مطلبی درباره آن داشتید و یا بنظرتان رسید که باید مطلب قبلی را اصلاح کنید، جاداشته باشید.

مثلاً:

معادله، یعنی یک برابری که...

آن وقت چند مثال بیاورید، مثالها را حل کنید، راه شناسایی معادله را توضیح دهید؛ چند نوع معادله می‌شناسید؟ و چگونه باید آنها را

وقتی سینوس را بخواهیم، حاصل آن از دو جمله تشکیل شده است که هر کدام حاصل ضرب یک سینوس در یک کسینوس است، یعنی $\sin - \cos$ (سن کو)، یعنی برای سینوس داریم «سن کو سن کو» و همچنین برای کسینوس.

از این نوع یادگیری ریاضیات، چیزی عاید شما نمی‌شود ریاضیات «سن کو سن کو - کو کو سن سن»، تنها به درد شوخی و طعنه روی صحنه و برای خنداندن شنونده می‌خورد.

سالها قبل، وقتی که دوره دبستان شش سال و دوره دبیرستان هم شش سال بود، در یکی از دبیرستانها، در ساعت فراغت خود، به کلاس دوم دبیرستان (که در آن ساعت، معلم نداشت) رفتم. هنده داشتند. پرسیدم: «کسی می‌تواند دایره را تعریف کند».

تقریباً همه دانش آموزان دست خود را بلند کردند. یکی از آنها را انتخاب کردم و او آغاز کرد:

«دایره، منحنی مسدودی است که همه نقطه‌های آن از نقطه‌ای به نام مرکز، به یک فاصله باشند».

به سرعت برق و باد حرف می‌زد و واژه‌ها همچون تگرگ از زبان او بیرون می‌ریخت و مغز شنونده را بمباران می‌کرد.

گفتم: پسر، من باید بتوانم سخن تو را در مغز خود حلاجی کنم. مغز من قدرت جذب این همه سرعت و شتاب را ندارد. شمرده تر و آرام تر تکرار کن.

مثل نواری که حرکت آن را کند کرده باشند، تکرار کرد:

«دایره... منحنی... مسدودی...»

او را نگه داشتم:

«می‌گویی «منحنی مسدوده» یعنی چه؟»

نوار به دور افتاد. دانش آموز مرتباً تکرار می‌کرد:

«منحنی مسدودی است که... منحنی مسدودی است که...»

پرسیدم «مسدوده یعنی چه؟ معنای واژه «مسدوده» را می‌خواهم. معلوم شد معنای این واژه را نمی‌داند. از دیگران پرسیدم و سرانجام یکی گفت «مسدود، یعنی بسته».

از همان دانش آموزی که معنای «مسدوده» را گفته بود، خواستم پای تخته سیاه بیاید و یک منحنی یا یک شکل رسم کند که مسدود باشد، ولی دایره نباشد. و او درماند. مگر می‌شود چیز دیگری، غیر از دایره، مسدود باشد. او حفظ کرده بود: «دایره، منحنی مسدودی

حل کرد؟ چه گمراهیهایی در حل معادله وجود دارد؟...

به یاد داشته باشید که، هر «اصطلاحی» معنای خاصی دارد و ممکن است، این معنا، در دانشهای مختلف، متفاوت باشد: «آنالیز ریاضی»، غیر از «آنالیز شیمی» است. «عدد گنگ» مفهومی غیر از «آدم گنگ» دارد. در ریاضیات «اول» با «نخست» فرق دارد و به «عدد اول» نمی توان گفت «عدد نخست» یا به جای «عدد گویا» نمی توان «عدد زبان دار» به کار برد.

شما در ریاضیات، با «تصادف نزولی» سروکار دارید. معنای تحت اللفظی آن، چیزی به شما نمی دهد: «تصادف» حکایت از «صعودی بودن» می کند و با «نزولی» سازگار نیست، مثل این که کسی بگوید «مرتفع عمیق» یا «ستمکار عادل». پس، اصطلاح «تصادف نزولی»، معنایی ریاضی دارد، غیر از آن چه از ظاهر واژه ها به دست می آید. همه «اصطلاحها» کم و بیش چنین اند: وقتی می گوید «فرودگاه»، در واقع از یک اصطلاح استفاده کرده اید؛ فرودگاه، تنها محل فرود آمدن هواپیما نیست؛ در فرودگاه، پرواز و بلند شدن هواپیما هم اتفاق می افتد. در این جا، قصد شما از واژه «فرودگاه»، مشخص کردن محلی است که همگان معنای آن را می دانند. در ریاضیات هم، باید معنای هر اصطلاحی، برای کسی که با ریاضیات کار می کند، معلوم باشد. در غیر این صورت، نمی توان بر ریاضیات مسلط شد. اصطلاحهای ریاضی، «الفبای» زبان ریاضیات اند و، بدون آشنایی کامل با الفبا، نمی توان از «زبان» سردر آورد.

«واژه نامه» ریاضی، شما، باید هر روز غنی و غنی تر شود و، اگر به ریاضیات علاقه مندید، بعد از پایان تحصیل هم ادامه پیدا کند. نه تنها هر روز باید واژه یا واژه های تازه ای به آن اضافه شود، بلکه باید دایم در واژه های قبلی هم تجدید نظر کرد و اگر بی دقتی و کمبودی در آنها وجود دارد و یا اگر مطلب تازه ای درباره آنها پیدا کرده اید، به اصلاح و تکمیل آنها بپردازید.

در بحث بعدی، نمونه کوچکی از این «واژه نامه» را می آوریم، ولی حتی درباره این نمونه هم، کار را تمام شده نپندارید، درباره تعریفها و سئالهای آن بیندیشید، شاید در آنها ابهامها یا کمبودهایی وجود داشته باشد. هر کسی که اهل دانش باشد، در همان حال که به نوشته ها و کارهای دیگران ارجح می گذارد، نباید درست به آنها تسلیم شود؛ اگر تسلیم به کارهای علمی گذشتگان کار درستی بود، دانش

در یک جا متوقف می شد و پیش نمی رفت. به این سخن رنه دکارت، ریاضیدان و فیلسوف فرانسوی توجه کنید:

«وقتی زوی موضوعی بررسی می کنیم، نباید چیزی را جست و جو کنیم که دیگران فکر می کنند یا خودمان تصور می کنیم، بلکه باید در جست و جوی چیزی بیاشیم که یا آشکارا و به روشنی دیده می شود و یا با استدلال قیاسی قابل اثبات است، زیرا دانش به صورت دیگری به دست نمی آید.» و یاحتی روشتر از آن، این سخن بود:

«ما نباید گفته ای را، به صرف این که دیگران گفته اند، باور کنیم؛ نباید اخبار دیگران را، به صرف این که از قدیم به ما رسیده اند، باور کنیم؛ نباید بدون فکر به گفته و نوشته دانشمندان و خردمندان، تنها چون گفته و نوشته دانشمندان و خردمندان است، تسلیم شویم...؛ نباید به ملاحظه شباهت و قیاس، چیزی را بپذیریم؛ نباید کلام استاد را، تنها چون کلام استاد است قبول کنیم. ما باید، باتکیه به عقل و فهم و ادراک خود، چیزی را بپذیریم که درستی آن برایمان روشن و آشکار است، خواه کلام باشد، خواه نوشته یا هر چیز دیگری. می دانید چرا؟ به این خاطر که به قول رژه گودسان، استاد دانشکده علوم دانشگاه پاریس:

«نخستین وظیفه ریاضیدان، ساختن و تحویل دادن چیزی است که، شاید امروز، کمتر کسی طالب آن باشد، یعنی «انسان»، انسانی که می اندیشد، انسانی که می تواند درست را از نادرست تشخیص دهد، انسانی که برایش شناخت و انتشار حقیقت، برخیلی چیزها و مثلاً بریک تلویزیون دو بعدی برتری دارد، انسانی آزاد نه آدم واره ای آهنی.»

تابع

