

ساقه و برگ

● دکتر عین الله پاشا
دانشگاه تربیت معلم

نمی‌شوند، بلکه به نوعی سامان‌دهی می‌شوند که هم کار نمودارها را انجام می‌دهند و هم برای برخی محاسبات دیگر مورد استفاده قرار می‌گیرند. این نوع نمودارها با عنوان نمودار ساقه و برگ در کتابهای درسی توضیح داده شده است که با چند مثال سعی می‌کنیم ایده‌های موجود در آن را روشنتر کنیم.

مثال: یک نمودار ساقه و برگ برای داده‌های زیر رسم

کنید :

۸، ۶، ۵، ۲، ۱۲، ۱۴، ۱۱، ۱۵، ۱۳، ۱۲،

۲۱، ۲۰، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۵، ۲۶، ۲۶، ۳۱، ۳۲، ۳۵، ۳۷

حل: با افزودن ۰ به سمت چپ عددهای یک رقمی، تمام داده‌ها دورقمی خواهند شد.

برخی از این داده‌ها در فاصله ۰ تا ۹ و برخی دیگر در فاصله ۱۰ تا ۱۹ و تعدادی در فاصله ۲۰ تا ۳۹ و بقیه در فاصله ۳۰ تا ۴۰ قرار دارند. بنابراین ساقه را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت :

۰

۱

۲

۳

نمودارها نقشی اساسی در درک مفاهیم دارند و فهم عمیق‌تر و روشن‌تری از شرایط موجود به ما می‌دهند. نمودارها و حالت کلی‌تر آن، یعنی شکلها، درواقع نوعی زبان ابتدایی برای برقراری ارتباط و انتقال مفاهیم بوده‌اند. به همین سبب است که معمولاً آغاز ارائه هر مفهومی با شکل و نمودار آغاز می‌شود و کم‌کم که مفاهیم جایگاه خود را در ذهن باز کردند، مطالعه و تحقیق به صورت مجرّدتر ادامه می‌یابد. در مبحث آمار، برای روشنتر شدن ساختمان داده‌ها و در نهایت تجسم توزیع جامعه از نمودارها استفاده می‌کنیم. هریک از نمودارها ویژگی‌هایی دارند و حتی برخی برای نوع خاصی از شیرها مناسب‌ترند. در مباحث مقدماتی آمار با نمودارهایی از قبیل چندبر فراوانی، مستطیلی، میله‌ای، و دایره‌ای آشنا شده‌ایم. این نمودارها، در یک نگاه می‌توانند ایده‌های کلی دربارهٔ جامعه را در اختیار بیننده بگذارند. رسالت بیشتر نمودارهای رایج در همین جا به پایان می‌رسد. اگر بخواهیم اطلاعات بیشتری دربارهٔ جامعه و یا نمونه به دست آوریم، لازم است محاسباتی روی داده‌ها و جدول فراوانی انجام دهیم. در این نوع نمودار سعی شده است که با حفظ رسالتهای نمودارهای رایج (مثلاً میله‌ای) بتوان از نمودار استفاده‌های دیگری نیز برد. درواقع، در این نوع نمودار، داده‌ها کنار گذاشته

از ۲۶ تا ۳۱ است.
مثال: نمودار ساقه و برگ و همچنین نمودار جعبه‌ای داده‌های زیر را رسم کنید:

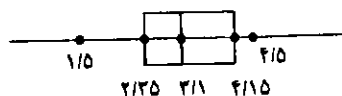
۲/۸ و ۲/۵ و ۲/۴ و ۱/۶ و ۱/۷ و ۲/۳ و ۱/۵
۲/۶ و ۳/۴ و ۳/۵ و ۳/۸ و ۱/۶ و ۳/۲ و ۳/۱
۴/۴ و ۴/۵ و ۴/۳ و ۲/۶ و ۴/۴ و ۴/۲ و ۴/۱

حل: برای رهایی از اعشارها، قرارداد می‌کنیم که اعداد را بدون اعشار بنویسیم.

مثلاً به جای ۲/۲، می‌نویسیم ۳۲. با این تغییر، ساقه عبارت خواهد بود از ۱ و ۲ و ۳ و ۴. در نتیجه نمودار به صورت زیر شکل می‌گیرد:

۱	۵۶۶۷
۲	۳۴۵۶۶۸
۳	۱۲۴۵۸
۴	۱۲۳۴۴۵

این نمودار نشان می‌دهد که داده‌ها تقریباً به‌طور مساوی در فاصله‌های ۱ تا ۲، ۲ تا ۳، ۳ تا ۴ توزیع شده‌اند. میانه داده‌ها عبارت است از ۳۱. میانه داده‌های کمتر از ۳۱ برابر ۲۳/۵ و میانه داده‌های بالاتر از ۳۱ برابر ۴۱/۵ و یا به معیار اصلی داده‌های اولیه، میانه کل برابر ۳/۱ و میانه داده‌های بیش از ۳/۱ برابر ۴/۱۵ و میانه داده‌های کمتر از ۳/۱ برابر ۲/۳۵ است. نمودار جعبه‌ای به شکل زیر خواهد بود:



بنابراین تراکم داده‌ها در سمت چپ میانه بیشتر است.

یادآوری

همان‌طور که در مقدمه بیان شد، هر نموداری مناسب نوعی از داده‌هاست، مثلاً اگر متغیر مورد مطالعه شما، رنگ چشم انسان باشد، نمودار میله‌ای، مستطیلی و یا چندبر فراوانی برای آن مناسب نیست و اصلاً کاربرد و تفسیری در این باره ندارند. نمودار مناسب این‌گونه داده‌ها، نمودار دایره‌ای است. ولی اگر متغیر مورد مطالعه، قد دانش‌آموزان باشد، نمودار مستطیلی و یا چندبر فراوانی نمودار مناسبی است. اگر داده‌ها به گونه‌ای باشند

حال به تشکیل برگ‌ها می‌پردازیم؛ روی ساقه در محل داده‌های یک رقمی قرار می‌گیرند، پس در محل روی ساقه برگ زیر را داریم:

۲۵۶۸

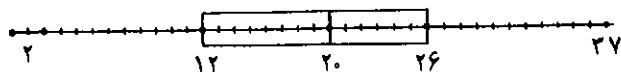
داده‌ها را در برگ‌ها از کوچک به بزرگ قرار می‌دهیم. آنچه که در بالا آمده است، نمایش داده‌های ۲، ۵، ۶، ۸ است. به همین ترتیب می‌توانیم سایر برگ‌ها را نیز تشکیل دهیم. نتیجه نهایی به صورت زیر است:

۰	۲۵۶۸
۱	۱۲۲۳۴۵
۲	۰۰۱۱۲۵۶۶
۳	۱۲۵۷

از روی این نمودار معلوم می‌شود که بیشترین داده‌ها در فاصله ۲۰ تا ۲۹ قرار دارند، به همین دلیل است که برگ مربوطه در محل ۲ از همه بلندتر است. در فاصله ۰ تا ۹ و ۳۰ تا ۳۹ تعداد داده‌ها با هم برابرند. دامنه تغییرات این داده‌ها عبارت است از $35 - 2 = 37$ کوچکترین داده (۲) و بزرگترین داده (۳۷) است. میانه این داده‌ها را به راحتی می‌توان حساب کرد، تعداد داده‌ها برابر ۲۲ است، پس میانه برابر میانگین دو داده‌ای است که در وسط قرار گرفته‌اند. یعنی میانه برابر میانگین یازدهمین و دوازدهمین داده است، و از آنجا که داده‌ها به ترتیب روی ساقه و برگ‌ها قرار گرفته‌اند، پیدا کردن این دو داده به آسانی انجام می‌شود:

$$\text{میانه} = \bar{X} = \frac{20 + 20}{2} = 20$$

میانه داده‌های کمتر از ۲۰ نیز به راحتی از این نمودار برابر K به دست می‌آید. میانه داده‌های بیشتر از ۲۰ نیز برابر ۲۶ می‌باشد. با داشتن این اطلاعات می‌توانیم نمودار جعبه‌ای این داده‌ها را نیز رسم کنیم:



از این نمودار معلوم می‌شود که داده‌ها در سمت راست میانه به هم نزدیکتر و درست چپ میانه از هم دورترند. از نمودار ساقه و برگ، دو بریدگی و فاصله مشخص بین داده‌ها مشاهده می‌شود. یکی از این بریدگی‌ها فاصله از ۱۵ تا ۲۰ است، در این فاصله هیچ داده‌ای نیست، بریدگی دیگر فاصله



تفریح اندیشه ۲

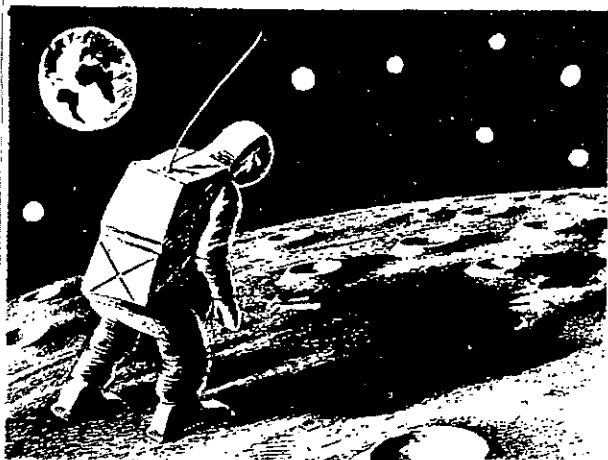
مسافرت به سیاره‌ای دیگر

سیاره توبسیس "Topsis" از این لحاظ غیر متعارف است که هر نیمکره آن مخروط دوآری به ارتفاع ۳۰۰۰ کیلومتر و شعاع قاعده ۴۰۰۰ کیلومتر است. دو مخروط یاد شده قاعده به قاعده چنان به هم وصل شده‌اند که استوا دایره قاعده و فاصله قائم بین قطبها ۶۰۰۰ کیلومتر است.

از آنجا که روزهای سفر در این سیاره خیلی طولانی نیستند، و شما به عنوان یک آدم زمینی، ممکن است در ابتدا و در حرکت به دور این سیاره، با دشواریهایی روبرو شوید، مسأله‌ای آورده‌ایم که برای مشخص کردن دستگاه جهت‌یابی آنها مفید است.

A و B دو شهرند که بر استوا و به فاصله ۱۸۰ درجه از یکدیگر قرار گرفته‌اند. کوتاه‌ترین فاصله بین آنها چیست؟

جواب در صفحه ۸۸



که نتوان یک ساقه مشخص و مناسب برای آن تشخیص داد، نمودار ساقه و برگ مناسب نخواهد بود، مثلاً اگر داده‌ها به صورت زیر باشند:

۱۲، ۱۶/۷۵، ۱۳/۱، ۱۷، ...

در اینجا اگر ساقه را ۱ بگیریم، آن‌گاه برای نمایش ۱۶/۷۵ مشکل داریم، زیرا در برگها ارقام معمولاً از یک نوع خواهند بود. اگر بخواهیم برگ این ساقه را به شکل زیر بنویسیم:

۱ ۲۳۸۶/۷۵۷

نمی‌توان به درستی تشخیص داد که بُرد ممیزها تا کجاست و همچنین این طرز نوشتن باعث می‌شود که این برگ به‌طور کاذب بزرگتر جلوه کند و تفسیر غلط از داده‌ها در اختیار ما بگذارد. بنابراین اگر نتوانیم داده‌ها را یک شکل کنیم، مثلاً هم بادو رقم اعشار و ارقام صحیح برابر، (مثلاً ۱/۶۳، ۱/۴۵، ...، ۱/۷۰) نمودار ساقه و برگ مناسب نخواهد بود.

