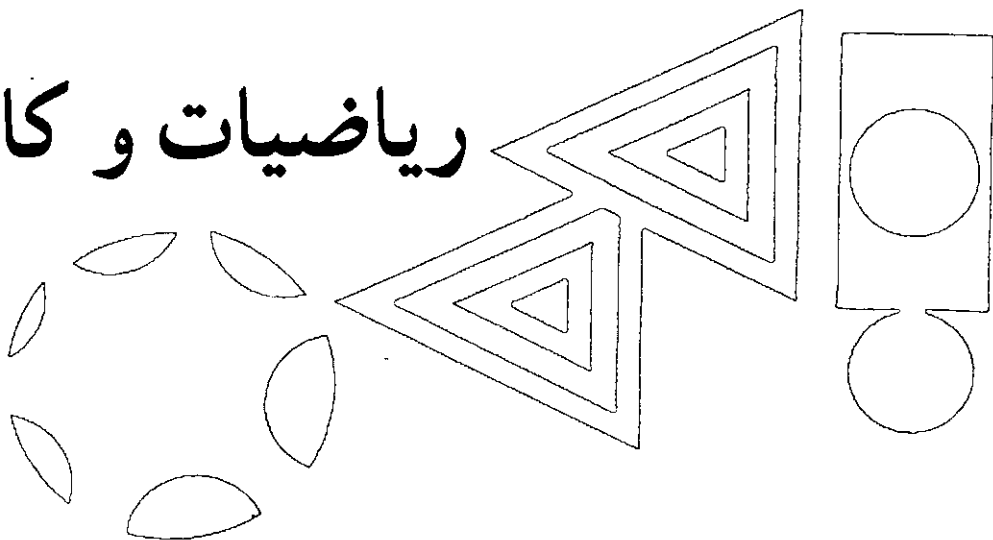


ریاضیات و کاربردهای آن

ترجمه: پرویز امینی



ریاضیات محض و مطالعه نظامهای فیزیکی که به وسیله تئوریهای ریاضی استنباط می شود (دامنه ریاضیات کاربردی) مرز روشن و مشخصی وجود ندارد. در اصل، ممکن است هر شاخه ریاضیات نظامهای خاصی را توصیف کند مانند فیزیکی، اقتصادی، بیولوژی، پزشکی و نظامهای دیگر. نمونه سازی یک نظام فیزیکی مشتمل است بر یافتن تئوری ریاضی صوری که با ویژگیهای نظام فیزیکی مطابقت کند. تئوریهای ریاضی در کامپیوتر متعدد و مختلط است، در صورتی که در بعضی از نمونه سازیها تئوریهها ساده است. بعضی اوقات ریاضیات رفتار یک نظام را پیش بینی و توصیف می کند به طوری که طراحی و مدل سازی منجر به پدید آمدن شاخه های ریاضی جدیدی می شود.

ریاضیات کاربردی شامل دامنه های تخصصی می شود که بین یافته های آزمایشی و تجربی و تئوریهای ریاضی ایجاد شده است. اگر چه این مقوله شامل کاربرد تئوری آماری در علم جامعه شناسی می شود اما معمولاً ریاضیات کاربردی محدود و منحصر به کاربرد روشهای پیشرفته حسابان (حساب دیفرانسیل و انتگرال)، جبر خطی و سایر شاخه های پیشرفته ریاضیات در فرآیندهای فیزیکی و تکنولوژی است.

تصور مردم از ریاضیات برحسب قاعده ها و قوانینی به دست آمده است که به منظور نمادسازی، عددنویسی و شکل دادن به مفاهیم انتزاعی و مجرد پایه ریزی شده است. مفاهیم انتزاعی و مجرد ریاضی به علت عدم وابستگی به مفاهیم دیگر رشد قابل توجهی از خود نشان داده است. اثبات تئوریهای ریاضی برعکس علوم تجربی که از آزمایش و تجربه های مکرر آزمایشگاهی حاصل می شود با کمک روشهای منطقی میسر است. در هر صورت توصیف، تعریف و طراحی فرآیندهای حقیقی دنیای ما یکی از بشمار کاربردهای ریاضیات به حساب می آید و تأثیر متقابل بین ریاضیات محض و ریاضیات کاربردی را به ما نشان می دهد.

مورد توجه قرار گرفتن ریاضیات در مطالعه بسیاری از نظامها، وابسته نبودن آن را به جهان فیزیکی یادآور می شود. برای شمول و عمومیت در رویکرد و استدلال برهان اهدافی مورد استفاده قرار می گیرد، اهدافی که ارتباط سنتی ریاضیدانان را در شاخه های مختلف ریاضیات بیان می کند. به عنوان مثال، رنه دکارت با به کار بردن جبر در هندسه و حل مسایل هندسه با روشهای جبری، هندسه تحلیلی را به وجود آورد تا عمومیت و صحت آن را نشان دهد.

ریاضیات کاربردی و نمونه سازی

بین مطالعه نظامهای ریاضی مجرد یا انتزاعی (دامنه

مثلت بندی، هندسه و توابع مثلثاتی

یک نمونه ساده از روشهای ریاضی، نمایش بخشی از

و کسینوس زاویه، نسبت ضلع مجاور زاویه داده شده به وتر می باشد.

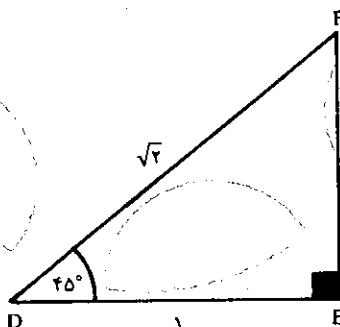
$$\cos \theta = \frac{AB}{AC}$$

و تانژانت زاویه، نسبت ضلع مقابل به ضلع مجاور می باشد.

$$\tan \theta = \frac{BC}{AB}$$

برای به دست آوردن مقادیر $\sin \theta$ ، $\cos \theta$ ، $\tan \theta$

می توان از قضیه فیثاغورس استفاده کرد.



در مثلث DEF، $DE = EF = 1$ و زاویه های D و F هر کدام 45° است (زاویای داخلی مثلث 180°) با استفاده از قضیه فیثاغورس می توان نوشت.

$$DF^2 = 1^2 + 1^2 = 2$$

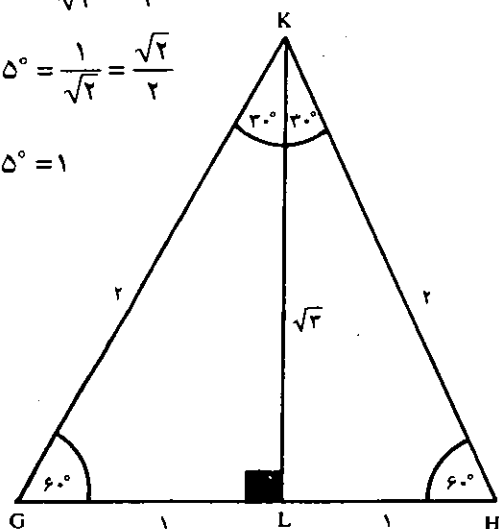
$$DF = \sqrt{2}$$

پس می توان نتیجه گرفت:

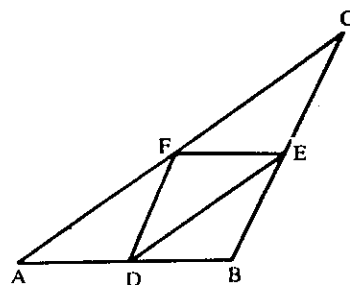
$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 45^\circ = 1$$



سطح زمین بوسیله یک مجموعه بهم پیوسته از مثلثها می باشد. در روش مثلث بندی برای به دست آوردن زوایا و فاصله هایی که قابل اندازه گیری نمی باشند از قوانین هندسی و توابع مثلثاتی استفاده می شود. در استدلالهای هندسی می توان نتیجه گرفت که اگر زاویه های دو مثلث دو بدو متساوی و ضلعهای روبرو زاویه های متساوی متناسب باشند آن دو مثلث متشابهند.

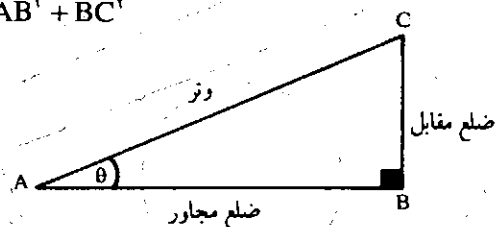


در شکل بالا، نقاط D، E و F به ترتیب در وسط اضلاع AB، BC و CA قرار دارند. DE نصف طول AC، EF نصف طول AB و FD نصف طول BC می باشد.

بنابراین مثلث DEF متشابه مثلث ABC است و زاویه های D و E به ترتیب با زاویه های A و B متساوی است. علاوه بر این، مثلثهای ADF، FEC، DBE و EFD متناسب هستند و بنابراین با مثلث ABC متشابه می باشند.

مثلث قائم الزاویه مثلثی است که یکی از زاویه هایش 90° است و بنابر قضیه فیثاغورس، مربع وتر برابر مجموع مربعات دو ضلع دیگر.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$



در توابع مثلثاتی، نسبت طولهای دو ضلع به اندازه های دو زاویه حاده (تند) مثلث بستگی دارد و این نسبتها با واژه هایی نام برده می شود. برای مثال، نسبت ضلع مقابل زاویه داده شده به وتر را سینوس زاویه می نامند. حرفهای یونانی θ (تا) و ϕ (فی) برای نشان دادن زاویه ها مورد استفاده قرار می گیرد؛ بنابراین زمانی که ما می گوئیم سینوس θ به معنای $\sin \theta = \frac{BC}{AC}$

نکته مهم این که نقشه بردار در اندازه گیری SF دقت لازم را باید انجام دهد.

حالا $\sin \phi = \frac{HF}{SF}$ و HF اندازه قسمت پایین دودکش

است

$$HF = SF \times \sin \phi$$

و $\cos \phi = \frac{SH}{SF}$ مسافت خط افق تا دودکش

است

$$SH = SF \times \cos \phi$$

حالا نقشه بردار می تواند مقدار HT قسمت بالای دودکش را حساب کند. ما قبلاً مقدار SH را به دست آورده ایم.

$$\tan \theta = \frac{HT}{SH}$$

$$HT = \tan \theta \times SH$$

که با $SF \times \cos \phi \times \tan \theta$ برابر است.

ارتفاع دودکش برابر $FT = FH + HT$ است. پس می توان نوشت:

$$FT = (SF \times \sin \phi) + (SF \times \cos \phi \tan \theta)$$

یا:

$$FT = SF(\sin \phi + \cos \phi \tan \theta)$$

نقشه بردار مقدار SF، زاویه θ و ϕ را از قبل به دست آورده و کافی است مقادیر $\sin \phi$ و $\cos \phi$ و $\tan \theta$ را حساب کند تا ارتفاع دودکش را به دست آورد. برای مثال، فرض کنید نقشه بردار اندازه $SF = 30m$ و اندازه زاویه $\theta = 45^\circ$ و اندازه زاویه $\phi = 30^\circ$ را در اختیار دارد.

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 45^\circ = 1$$

با این حساب ارتفاع دودکش برابر است با:

$$FT = 30 \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 40.98 \text{ متر}$$

در مثلث GHK، $GH = HK = KG = 2$ و زاویه های D، E و F هر کدام 60° است. با استفاده از قضیه فیثاغورس می توان نوشت:

$$KL^2 + 1^2 = 2^2$$

$$KL = \sqrt{3}$$

پس می توان نتیجه گرفت:

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos 30^\circ$$

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2} = \sin 30^\circ$$

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

اندازه گیری ارتفاع

مطالب گفته شده کاربردهای گوناگون دارد به طور مثال برای اندازه گیری ارتفاع می توان از قضیه فیثاغورس استفاده کرد. فرض کنید نقشه برداری که موظف است ارتفاع یک دودکش بلند را اندازه بگیرد به یک تئودولیت یا دوربین مهندسی (وسیله ای که دقیقاً زوایا را اندازه می گیرد) و یک نوار مدرج (متر) بلند احتیاج دارد. ابتدا او دوربینش را در محل شیب تپه که نوک و عمق دودکش بوضوح دیده می شود، تراز می کند. سپس به ترتیب زوایای θ و ϕ بین خط افق SH و خطوط بینایی ST و SF در نوک T و عمق F دودکش را اندازه می گیرد. فرض کنید که دودکش عمود است و هر دو زاویه H زاویه راست است. نقشه بردار بر انجام کارش حداقل به اندازه یک قسمت نیاز دارد به همین علت SF را که تنها طول قابل اندازه گیری می باشد را با نوار مدرج اندازه می گیرد.

