

# خوارزمی (سده‌ی سوم)

## خوارزمی و کتاب جبر و مقابله

بهاء‌الدین عاملی معروف به شیخ بهایی، ریاضی‌دان آغاز سده‌ی یازدهم هجری قمری (سده‌ی شانزدهم میلادی)، دو واژه‌ی جبر و مقابله را این طور تعریف کرده است: «می‌توان بخشی از معادله را که شامل مقدار منفی است، حذف کرد و به سمت دیگر و به همان اندازه اضافه کرد. این عمل جبر نامیده می‌شود. جمله‌های متشابه برابر

بلا بگر داند: سعدی) می‌دانست که به زبان امروزی به معنای جابه‌جایی عددی منفی از یک طرف معادله به طرف دیگر و تبدیل آن به عددی مثبت است. کنار واژه‌ی «جبر»، به واژه‌ی «مقابله» برمی‌خوریم که نشان‌دهنده‌ی عمل دیگری در حل معادله است: مقابل هم قرار دادن جمله‌ی برابر در دو سوی معادله.

«جبر و مقابله»ی خوارزمی مهم‌ترین کتابی است که محمد فرزند موسی خوارزمی در زمینه‌ی جبر نوشته و آن را ادامه‌ی حساب نامیده است. واژه‌ی جبر که خوارزمی برای نامیدن این دانش برگزیده، معرف روشی است که او در کتاب خود، آن را به کار برده است. خوارزمی جبر را به معنای جبران کردن (که جبر خاطر مسکین

برای آن که درک از طبیعت درست و عاقلانه باشد، شناسایی ریاضیات و دانش‌های طبیعی لازم است.

«فیزیک انجمن»

را می‌توان از دو سمت معادله کنار گذاشت. این عمل را هم مقابله گویند. به کمک آموزه‌های امروزی، این دو عمل را می‌توان به روشی در نمونه‌ای شرح داد. این معادله را در نظر می‌گیریم:

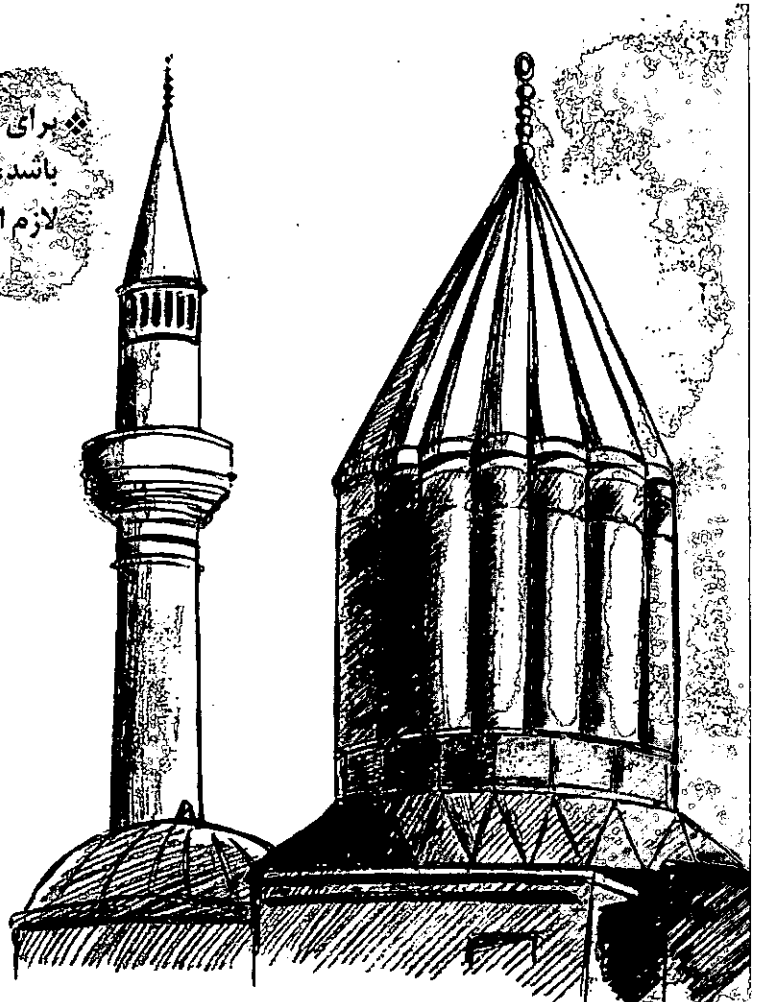
$$5x - 13 = 4x - 9$$

اگر به دو سمت، برابری ۱۳ و ۹ را بیفزاییم، عمل جبر را انجام داده‌ایم.

$$5x + 9 = 4x + 13$$

اگر از دو سمت برابری،  $4x$  و ۹ را کم کنیم، عمل مقابله را انجام داده‌ایم. در نتیجه داریم:  $x = 4$

به این ترتیب، عمل‌های جبر و مقابله



به زبان امروزی عبارت‌اند از: انتقال جمله‌ای از یک سمت معادله به سمت دیگر و سپس جمع جبری جمله‌های متشابه.

در برگردان واژه‌ی جبر به زبان‌های انگلیسی، فرانسه، آلمانی و روسی، حرف اضافه‌ی «ال» را هم گذاشته‌اند و «الجبر» را به کار می‌برند.

در کتاب جبر و مقابله‌ی خوارزمی، راه‌حل معادله‌های درجه اول و درجه دوم شرح داده شده

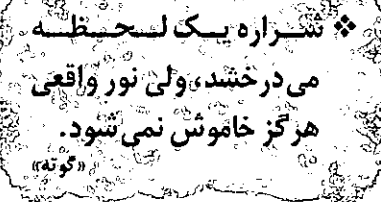
است. کتاب خوارزمی در اساس به روش حل معادله‌های درجه اول و درجه دوم مربوط می‌شود. به این ترتیب، خوارزمی مسیر اصلی این دانش جدید را مشخص می‌کرد و می‌دانیم، مضمون اصلی جبر، دست‌کم تاسده‌ی نوزدهم میلادی عبارت است از همین حل معادله‌ها. آقای خان مهندس در کتاب «اصول علم جبر و مقابله» که در سال ۳۰۵ هجری قمری چاپ شده است، می‌نویسد:

تعمیم و تشکیل این عمل (یعنی علم حساب) با این همه شرف و تغییر، موقوف است به علم جبر و مقابله و استخراج مجهولات از روی حل معادلات به طریقی که معین و مقرر است. ارزش عملی کار خوارزمی در این است که کتاب او تنها رساله‌ای درباره‌ی حل مسئله‌ها نیست (آن‌طور که در آثار یا نوشته‌های هندی دیده می‌شود)، بلکه خوارزمی به جز حل معادله‌ها، کاربرد آن‌ها را طرح می‌کند و بسیاری از قانون‌ها را با روش هندسی هم روشن می‌سازد.

درست است که خوارزمی برای حل معادله‌ی درجه دوم، به ظاهر راه‌حل کلی نمی‌دهد، ولی ضمن آوردن مثال‌های عددی در برخی حالت‌ها، همان دستوری را دنبال می‌کند که امروز برای حل معادله‌ی درجه‌ی دوم می‌شناسیم.

## مسئله‌ی ۱۳۸ باب هفتم کتاب جبر و مقابله‌ی خوارزمی

یک درهم را بر چند مرد بخش کردم، به هر یک چیزی رسید. سپس یک مرد به گرد آنان افزودم و بار دیگر یک درهم را میان آنان بخش کردم. سهم هر یک در بار دوم به اندازه‌ی یک ششم درهم، از مقدار بخش اول کم‌تر شد. در این جا خوارزمی می‌خواهد تعداد مردان را در بار



اول پیدا کند. راه‌حل او را می‌آوریم: اگر تعداد مردان نوبت اول را که عبارت است از شیء (x) در نقصانی که میان آنان است ( $\frac{1}{6}$ ) ضرب کنی و آن‌گاه حاصل ضرب را در تعداد مردان نوبت‌های اول و دوم ضرب کنی  $\left[\frac{1}{6}x(x+1)\right]$ ، مال بخش شده [یعنی یک درهم] به دست می‌آید:  $\left[\frac{1}{6}x(x+1)=1\right]$ . پس از آن، تعداد مردان نوبت اول را که عبارت است از شیء (x)، در یک ششم، که میان آنان اختلاف بود، ضرب کنی، می‌شود یک ششم جذر ( $\frac{1}{6}$ ). سپس آن را در تعداد مردان نوبت دوم، یعنی شیء به اضافه‌ی یک، ضرب می‌کنی. این نتیجه به دست می‌آید: یک ششم مال به اضافه‌ی یک ششم جذر که تقسیم بر یک درهم برابر است با یک درهم  $\left[\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{6}x = 1\right]$ . مالی را که در اختیار داری کامل می‌کنی، یعنی آن را در ۶ ضرب می‌کنی، می‌شود مال به اضافه‌ی جذر  $[x^2 + x]$ . پس یک درهم را در شش ضرب می‌کنی، می‌شود شش درهم. حاصل آن یک مال و یک جذر است که برابر است با شش درهم  $[x^2 + x = 6]$ . آن‌گاه تعداد جذر را پس از نصف کردن در مانند خودش ضرب کن و آن را بر شش بیفز  $\left[\left(\frac{1}{6}\right)^2 + 6\right]$ . جذر حاصل جمع را بگیر و نصف تعداد

جذری را که در مانند خودش ضرب کرده بودی و عبارت است از نصف  $\frac{1}{6}$ ، از آن کم کن  $\left[-\frac{1}{6} + \sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2 + 6}\right]$ . مانده عبارت است از تعداد مردان نوبت اول که در این مسئله دو مرد است.

خوارزمی شش نوع معادله را بررسی می‌کند و برای هر کدام راه‌حل خاصی می‌دهد. این شش نوع معادله به زبان نمادهای امروزی چنین هستند:

$$۱) x^2 = 2x$$

$$۲) x^2 = 36$$

$$۳) 5x = 10$$

$$۴) x^2 + 7x = 128$$

$$۵) 5x^2 + 21 = 10x$$

$$۶) 12x + 288 = x^2$$

معادله‌ی سوم معادله‌ای درجه اول است، ولی خوارزمی در بخش‌بندی خود بر این اساس عمل می‌کند که در معادله‌ی درجه دوم، سه جمله وجود دارد: جمله‌ی درجه دوم، جمله‌ی درجه اول و مقدار ثابت. در ترکیب معادله ممکن است تنها دو جمله از این سه جمله دخالت داشته باشند (حالت‌های ۱، ۲ و ۳) و یا هر سه جمله (حالت‌های ۴، ۵ و ۶). در ضمن، وقتی هر سه جمله از معادله‌ی درجه دوم وجود دارد، ممکن است جمله‌های درجه اول و درجه دوم در یک طرف و مقدار ثابت در طرف دیگر باشد (حالت ۴). یا جمله‌ی درجه دوم و مقدار ثابت در یک طرف و جمله‌ی درجه اول در طرف دیگر باشد (حالت ۵). سرانجام جمله‌ی درجه اول و مقدار ثابت در یک طرف و جمله‌ی درجه دوم در طرف دیگر (حالت ۶).

همان‌طور که ضمن راه‌حل مسئله‌ی نمونه دیدیم، خوارزمی برای حل معادله، نه از دستور و نماد، بلکه از بیان استفاده می‌کند و در ضمن در حالت‌هایی که دو ریشه‌ی معادله مثبت باشند، هر دو ریشه را به دست می‌آورد و از این بابت بر جبر دیوفانتی برتری دارد.

خوارزمی برای حل معادله‌ها از

روش های هندسی هم استفاده می کند. برای نمونه در باب دوم (باب جذر، مال و عدد)، نیز عنوان استدلال در یک مال و ده جذر با سی و نه درهم را برابر می گیرد.

خورازمی درباره ی حساب «کتاب حساب الهند» را هم مطالعه کرده بود. این کتاب در پیشرفت بعدی ریاضیات در اروپایی غربی، نقش بی اندازهای داشته است، زیرا اروپاییان به وسیله ی آن با روش هندی عددنویسی آشنا شدند. سپس دستگاه رقم های هندی، پایه ی کاربردی پیدا کرد. اروپاییان این شکل عددنویسی و شکل موضعی را در واقع از عددنویسی هندی گرفتند و آن را «عددنویسی عربی» نامیدند (حتی امروز هم بعضی از کتاب ها این اصطلاح نادرست را به کار می برند). نام خوارزمی در آغاز با برگردان کتاب حساب الهند به اروپا رفت و به صورت لاتین شده ی آن «الگورتیموس» درآمد.

به تدریج در تمامی اروپای غربی، نخست عنوان الگورتیموس و بعدها الگوریتیم، روش عددنویس هندی، یعنی همین عددنویسی امروزی ما، رواج یافت. ولی به مرور، این عنوان، یعنی الگوریتیم، به هر دستگاه با دنباله ای از محاسبه داده شد؛ هم چون الگوریتیم روش ضرب عددهای چندرقمی که ضرب عدد چندرقمی را به صورت ستونی توضیح می دهد، الگوریتیم اقلیدس برای پیدا کردن

بزرگ ترین

بخش یاب عددها،

الگوریتیم حل

معادله ی درجه ی

دوم، و غیر آن.

به این نکته توجه

داشته باشیم که واژه ی لگاریتم هیچ ربطی با واژه ی الگوریتیم و در نتیجه با نام خوارزمی ندارد.

به جز این، نامی که خوارزمی بر این کتاب جبر گذاشت، امروز در همه ی زبان های جهان باقی مانده است: در زبان فرانسوی ALgeber، در زبان انگلیسی

ALgebra و در زبان روسی الگبر.



از کتاب های خوارزمی تنها کتاب جبر و مقابله ی او با همت زنده یاد حسین خدیوچم به فارسی ترجمه شده است. اگر ارشمیدس و چندتن دیگر را کنار بگذاریم، می توان ادعا کرد که ریاضیات یونانی در دوران شکوفایی خود نتوانست در جهت پیدایش «جبر» یا حتی کمتر از آن «حساب» گامی جدی، بردارد. بیشتر ریاضی دانان در زمینه ی هندسه تلاش می کردند و در این راه توانستند تا درون هندسه ی عالی نفوذ کنند، ولی با آن که صدها سال پیش از ریاضی دان یونانی، دانشمندان سرزمین های میان دورود (بین النهرین) به مرحله های بالایی از ریاضیات محاسبه ای رسیده بودند، یونانی ها حتی توانستند از عهده ی نوشتن عددهای بزرگ و دشوارتر از آن، عمل روی این عددها، به سادگی برآیند.

در واقع در یونان، عددها را به یاری حرف های الفبا (و با بیست و هفت نشانه) می نوشتند و هنوز عددنویسی آن ها شکل موضعی نداشت، عددنویسی موضعی همراه با قبول نمادی برای صفر در میان دو رود وجود داشت و بعدها در سده های نخست میلادی دوباره در هند پیدا شد.

در میان دورود (ماوراءالنهر)، به صورت مقدماتی ترین عیلامی ها از شکل موضعی بودن عدد استفاده می کردند و در

بیشتر حالت ها از

مبنای ۶۰ استفاده

می کردند. تقسیم

محیط دایره به ۳۶۰

درجه و سپس

بخش های شصت

شصتی آن و نیز تقسیم بندی زمان بر اساس ساعت، دقیقه، ثانیه و عمده ی کارهای قوم های ساکن میان دورود بر اساس قبول عددنویسی شصت شصتی بود.

تفاوتی را که دانشمندان بابلی و یونانی در نوع برخورد با ریاضیات داشتند، باید در نیازهای اجتماعی - اقتصاد این دو سرزمین

و در نوع تفاوت های سیاسی - اجتماعی آن ها جست و جو کرد. در هر دو سرزمین، نظام برده داری حاکم بود. برده داری دولتی در بابل و برده داری شخصی در یونان.

نظام دموکراسی یونان تا حدی شامل آزادهای یعنی صاحبان برده می شد. آزادهای هر گونه کار عملی را شایسته ی خود نمی دانستند و آن ها را به عهده ی برده ها می گذاشتند. همین امر در شیوه ی تفکر علمی آزادهای اثر گذاشت. آن ها هر دانشی را که کاربرد عملی داشت، دانشی پست به حساب می آوردند و تحقیر می کردند و چون تصور آن ها بر این بود که هندسه کاربردی عملی ندارد، آن را عزیز می شمردند و تمام همت خود را در کشف رازهای آن مصروف می داشتند. چنین بود که حساب و به طور طبیعی جبر که در واقع از راه تکامل حساب می توان به آن رسید، به خاطر جنبه های عملی و کاربردپذیری آن مورد عنایت آزادهای

نبود. آزادهای کارهای مهم تری داشتند: کشف رازهای طبیعت و ساختمان جهان.

به همین مناسبت، هر دانشمند یونانی

فیلسوف بود و برای گره گشایی رازهای

پنهانی جهان کوشید. کارهای پست و عملی

را برده ها انجام می دادند. این کارها در اعتبار

آزادهای نبود. اگر کسانی هم چون اپانیئوس

در زمینه های مهندسی می اندیشیدند، نه در

همان زمان و نه پس از خودشان مورد توجه

نبودند و اندیشه هایشان دنبال نمی شد.

اپانیئوس توانسته بود با مهارت نخستین،

آب گیری را در یکی از کوه های ساموس

سوراخ کند و در دل کوه مسیری را به طول

یک کیلومتر برای عبور آب به وجود آورد.

البته نباید دانشمندان بزرگی هم چون

ارشمیدس را که در همه ی زمینه های عملی

از حساب تا مکانیک کار می کرد، یا ارسطو

را که تلاشی موفق در جمع آوری همه ی

دانش های منطقی و غیر منطقی زمان خود

کرد، از جمله ی استثناها به شمار آورد؛

به ویژه که کار پرارزش آن ها اثر چندانی بر

روند کلی حرکت دانش زمان آن ها نداشت.

