



رسم نمودار fog

از روی نمودارهای f و g

برای دانش آموزان سال سوم رشته ریاضی

احمد قندهاری

در این مقاله می خواهیم از روی نمودارهای f و g ، نمودار $f(g(x))$ و از روی نمودار f ، نمودار $f(f(x))$ را رسم کنیم.

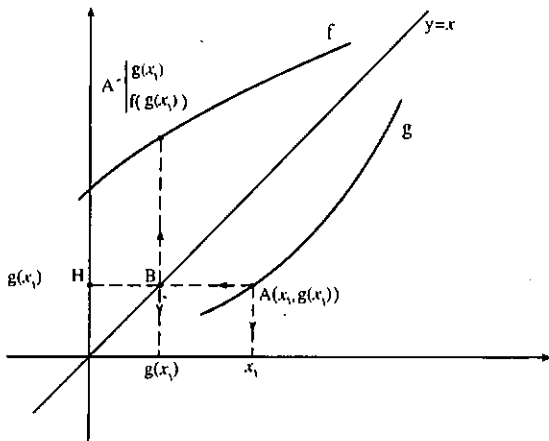
۱. نمودار تابع g در شکل زیر مفروض است. طول آن $g(x_1)$ است. پس $A'(g(x_1), g(g(x_1)))$ است.

می خواهیم نقطه ای روی نمودار g بیابیم که طول آن $g(x_1)$ باشد؛ $x_1 \in Dg$.

۲. نمودارهای دو تابع f و g در شکل رسم شده اند.

می خواهیم نقطه ای روی نمودار f بیابیم که طول آن $g(x_1)$ باشد؛ $x_1 \in Dg$.

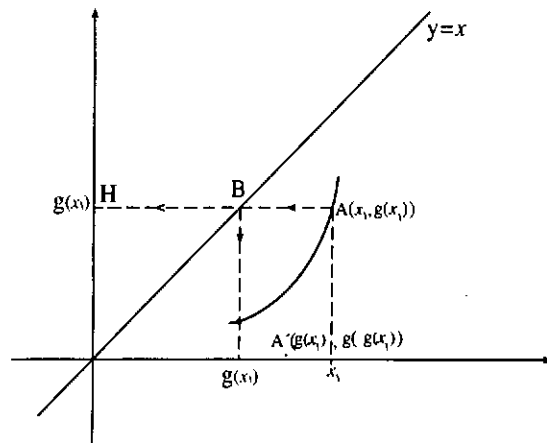
در این جا هم از خط $y=x$ کمک می گیریم.



فرض می کنیم $A(x_1, g(x_1))$ روی نمودار g باشد.

از A رابطی عمود بر محور y ها رسم می کنیم تا خط $y=x$ را در B و محور y ها را در H قطع کند، خواهیم داشت: $x_B = y_B = g(x_1)$ و $y_H = g(x_1)$.

از نقطه B رابطی عمود بر محور x ها رسم می کنیم تا محور x ها را در نقطه ای به طول $g(x_1)$ قطع کند و نمودار f



برای این کار خط $y=x$ را نیز در شکل رسم کرده ایم.

نقطه ای به طول x_1 روی محور x ها انتخاب می کنیم و آن را به کمک رابط تا نمودار g امتداد می دهیم. نقطه A به مختصات $(x_1, g(x_1))$ است.

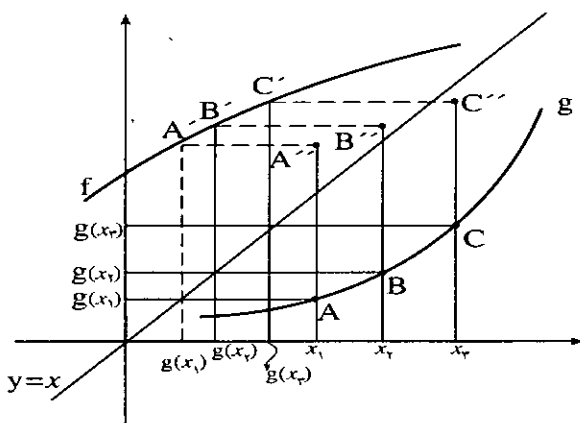
اگر از نقطه A رابطی موازی محور x ها رسم کنیم تا خط $y=x$ را در نقطه B و محور y ها را در نقطه H قطع کند، خواهیم داشت: $x_B = y_B = g(x_1)$ و $y_H = g(x_1)$.

از نقطه B رابطی بر محور x ها عمود می کنیم تا نمودار g را در نقطه A' قطع کند. نقطه A' روی نمودار g است و

شد. بنابراین A'' یک نقطه از تابع $f(g(x))$ است. با تکرار این عمل، نقاط متعدد A'' که روی تابع $f \circ g$ قرار دارند، مشخص می‌شوند.

در شکل زیر سه نقطه از تابع $f \circ g$ را با درست داشتن نمودارهای دو تابع f و g به دست می‌آوریم؛ $x_1, x_2, x_3 \in Dg$.

نقاط A'' ، B'' و C'' ، سه نقطه از تابع $f \circ g$ هستند.



$$A'' \left| \begin{matrix} x_1 \\ f(g(x_1)) \end{matrix} \right. \quad B'' \left| \begin{matrix} x_2 \\ f(g(x_2)) \end{matrix} \right. \quad C'' \left| \begin{matrix} x_3 \\ f(g(x_3)) \end{matrix} \right.$$

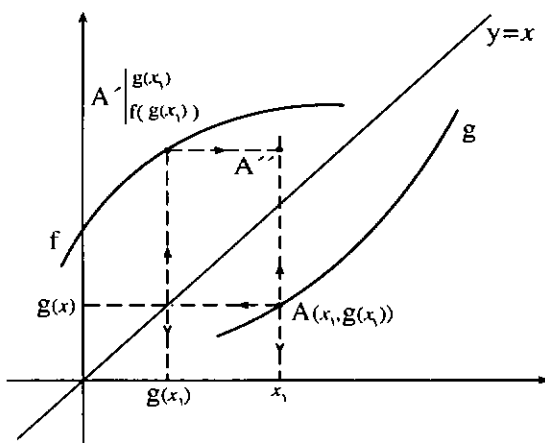
۴. می‌خواهیم از روی نمودار تابع f ، نمودار تابع $f \circ f$ را رسم کنیم.

فرض می‌کنیم در صفحه محورها نمودار تابع f رسم شده است. خط $y=x$ را هم در شکل رسم می‌کنیم. نقطه‌ای به طول x_1 روی نمودار تابع f در نظر می‌گیریم. مانند $A(x_1, f(x_1))$ ، از نقطه A رابطی موازی

را در نقطه A' قطع کند، پس $x_{A'} = g(x_1)$. در نتیجه $A'(g(x_1), f(g(x_1)))$ است.

۳. می‌خواهیم نقطه A'' را در صفحه محورها مختصاتی که نمودارهای دو تابع f و g رسم شده‌اند، طوری بیابیم که $A''(x_1, f(g(x_1)))$ باشد.

مانند دو قسمت قبل خط $y=x$ را رسم می‌کنیم.



نقطه $A(x_1, g(x_1))$ را روی نمودار g در نظر می‌گیریم. با توجه به توضیحات مورد ۲ به نقطه

$$A' \left| \begin{matrix} g(x_1) \\ f(g(x_1)) \end{matrix} \right. \text{ می‌رسم.}$$

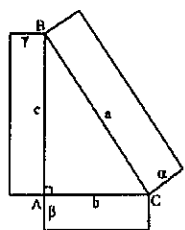
حال اگر از نقطه A' روی نمودار f خطی موازی محور x ها رسم کنیم تا رابط رسم شده از نقطه A (موازی محور

ها) را در نقطه A'' قطع کند، آن‌گاه $A'' \left| \begin{matrix} x_1 \\ f(g(x_1)) \end{matrix} \right.$ خواهد

تعمیم قضیه فیثاغورس

● مجتبیٰ فرهادی

دبیر ریاضی منطقه یونین میاندشت استان اصفهان
طبق قضیه فیثاغورس، در هر مثلث قائم الزاویه، مساحت مربعی که روی وتر ساخته می شود، برابر است با مجموع مساحت های دو مربعی که روی اضلاع زاویه قائمه ساخته می شود. تعمیم اول: اگر روی اضلاع هر مثلث قائم الزاویه، سه شکل متشابه رسم کنیم، مساحت شکلی که روی وتر است، با مجموع مساحت های دو شکل دیگر برابر است.



برای مثال، روی اضلاع مثلث قائم الزاویه $\triangle ABC$ ، سه مستطیل متشابه رسم می کنیم. چون مستطیل ها متشابهند، لذا نسبت طول به عرض، در هر مستطیل مقداری ثابت است که آن را k می نامیم. به عبارت دیگر:

$$\frac{a}{\alpha} = \frac{b}{\beta} = \frac{c}{\gamma} = k \Rightarrow \alpha = \frac{a}{k}, \beta = \frac{b}{k}, \gamma = \frac{c}{k}$$

= مساحت مستطیل روی ضلع AC + مساحت مستطیل روی ضلع AB

$$c\gamma + b\beta = c\left(\frac{c}{k}\right) + b\left(\frac{b}{k}\right) = \frac{c^2}{k} + \frac{b^2}{k}$$

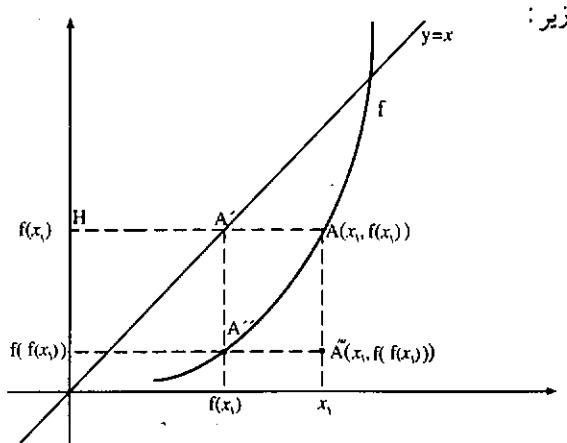
$$= \frac{c^2 + b^2}{k} = \frac{a^2}{k} = a\left(\frac{a}{k}\right) = a\alpha = BC \text{ روی وتر}$$

- تعمیم فوق را برای شکل هایی همچون: دایره، لوزی، مثلث و... تحقیق کنید.

محور x ها بر محور y ها عمود می کنیم. این رابط، خط $y=x$ را در نقطه $A'(f(x_1), f(x_1))$ و محور y ها را در H قطع می کند که $y_H = f(x_1)$.

از نقطه A' به محور x ها عمود می کنیم. طول پای عمود $f(x_1)$ است. این رابط نمودار تابع f را در نقطه $A''(f(x_1), f(f(x_1)))$ قطع می کند که $A''(f(x_1), f(f(x_1)))$ است.

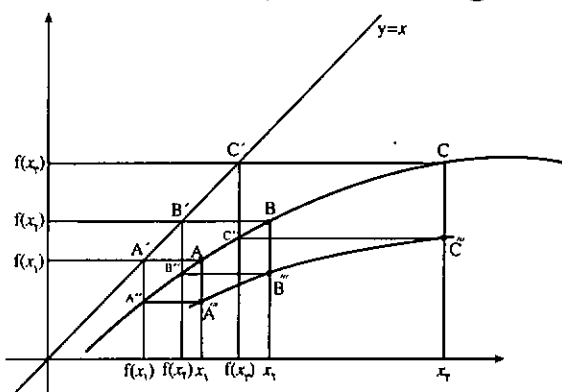
چنانچه از A'' رابطی موازی محور x ها رسم کنیم تا رابط عمود بر محور x ها به طول x_1 را در نقطه $A'''(x_1, f(f(x_1)))$ کند، آن گاه $A'''(x_1, f(f(x_1)))$ خواهد شد؛ مانند شکل زیر:



$$A(x_1, f(x_1)) A'(f(x_1), f(x_1))$$

$$A''(f(x_1), f(f(x_1))) A'''(x_1, f(f(x_1)))$$

برای تمرین، در شکل زیر ۳ نقطه A'' ، B'' و C'' را از تابع $f \circ f$ مشخص می کنیم.



$$A'''(x_1, f(f(x_1)))$$

$$B'''(x_1, f(f(x_1)))$$

$$C'''(x_1, f(f(x_1)))$$



● برای دانش آموزان دوره متوسطه