

دستگاه، محورهای مختصات

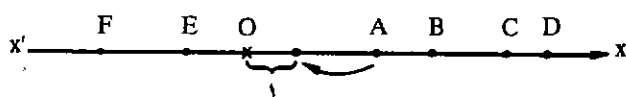
فصل سوم از کتاب: ریاضیات (۱ و ۲) نظام جدید قسمت دوم

♦ احمد قندهاری

می‌نامیم. پس:

$$\begin{array}{ll} x_A = +1 & x_F = +6 \\ x_B = +2 & x_G = -1 \\ x_C = +3 & x_H = -2 \\ x_D = +4 & x_K = -3 \\ x_E = +5 & x_M = -4 \end{array}$$

توجه: محورهای فوق را $x'Ox$ می‌نامیم.
محور زیر را در نظر می‌گیریم.



می‌توان نوشت:

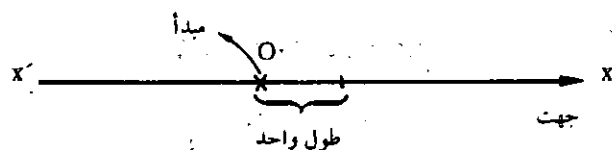
$$\begin{array}{ll} \overline{OA} = x_A & \overline{OD} = x_D \\ \overline{OB} = x_B & \overline{OE} = x_E \\ \overline{OC} = x_C & \overline{OF} = x_F \end{array}$$

پس هر نقطه که روی محور $x'Ox$ واقع باشد دارای (x) ای است. این x را در اصطلاح طول نقطه گوئیم.

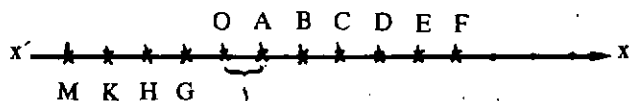
بنابراین؛ هر نقطه که روی محور $(x'Ox)$ باشد، دارای طول است که این طول یک عدد حقیقی است. و برعکس هر عدد حقیقی می‌تواند یک نقطه را روی محور نشان دهد که طول آن نقطه برابر همان عدد حقیقی است.

۱-۱ تعریف محور

خطی است جهت‌دار که در روی آن نقطه‌ای به نام مبدأ و طولی به نام واحد اندازه‌گیری در نظر گرفته شده باشد.
پس یک محور، سه مشخصه دارد:
۱- جهت، ۲- نقطه‌ای به نام مبدأ، ۳- طولی به نام واحد.



محور زیر را با نقاط روی آن در نظر می‌گیریم.

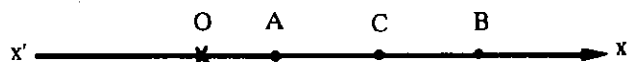


با توجه به شکل می‌توان نوشت:

$$\begin{array}{ll} \overline{OA} = +1 & \overline{OF} = +6 \\ \overline{OB} = +2 & \overline{OG} = -1 \\ \overline{OC} = +3 & \overline{OH} = -2 \\ \overline{OD} = +4 & \overline{OK} = -3 \\ \overline{OE} = +5 & \overline{OM} = -4 \end{array}$$

بنا به تعریف $\overline{OA}$ را x_A ، $\overline{OB}$ را x_B ، $\overline{OC}$ را x_C و...

مثلاً روی محور



باشد داریم: $\overline{AC} = \overline{CB}$
با توجه به شکل می توان نوشت:

$$\begin{cases} \overline{OC} = \overline{OA} + \overline{AC} \\ \overline{OC} = \overline{OB} - \overline{CB} \end{cases}$$

جمع می کنیم $\Rightarrow 2\overline{OC} = \overline{OA} + \overline{OB}$

$$\Rightarrow \overline{OC} = \frac{\overline{OA} + \overline{OB}}{2} \Rightarrow x_c = \frac{x_A + x_B}{2}$$

مثال: اگر $x_A = 5$ و $x_B = -7$ ، آنگاه طول نقطه C وسط AB چقدر است؟

$$x_c = \frac{x_A + x_B}{2} \Rightarrow x_c = \frac{5 - 7}{2} \Rightarrow x_c = -1$$

مساله: اگر نقطه C وسط AB باشد و داشته باشیم $x_C = 4$ و $\overline{AB} = 10$ ، x_A و x_B را بیابید.

حل:

$$x_c = \frac{x_A + x_B}{2} \Rightarrow 4 = \frac{x_A + x_B}{2} \Rightarrow x_A + x_B = 8$$

$$\overline{AB} = x_B - x_A \Rightarrow 10 = x_B - x_A \Rightarrow x_B - x_A = 10$$

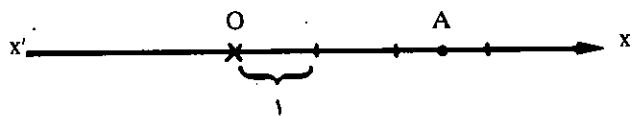
$$\begin{cases} x_A + x_B = 8 \\ x_B - x_A = 10 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع می کنیم}} 2x_B = 18 \Rightarrow x_B = 9$$

$$x_A + x_B = 8 \Rightarrow x_A + 9 = 8 \Rightarrow x_A = -1$$

۴- صفحه محورهای مختصات:

هرگاه دو محور $x'Ox$ و $y'Oy$ در نقطه O بر یکدیگر عمود باشند، آنها را محورهای مختصات یا صفحه محورهای مختصات گوئیم. معمولاً محور $x'Ox$ را افقی (موازی سطرهای همین مجله برهان) رسم می کنیم.

$$x_A = +2/5$$



و اگر عدد $(-\frac{3}{2})$ را در نظر بگیریم می توانیم بگوئیم که این عدد نقطه ای مانند B را روی $x'Ox$ مشخص می کند.

۲- اندازه گیری پاره خط AB

اندازه گیری پاره خط AB را نماد $\overline{AB}$ نشان می دهیم و طول پاره خط AB را با $|AB|$ نشان می دهیم یعنی: $|AB| = \overline{AB}$.
فرض می کنیم دو نقطه A و B روی محور $(x'Ox)$ شکل زیر داشته باشیم.



می توانیم بنویسیم:

$$\overline{OA} + \overline{AB} = \overline{OB}$$

$$\Rightarrow x_A + \overline{AB} = x_B$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = x_B - x_A$$

مثال: اگر $x_A = 2$ و $x_B = 5$ باشد، اندازه گیری $\overline{AB}$ را بیابید.

$$\overline{AB} = x_B - x_A$$

$$\overline{AB} = 5 - 2$$

$$\overline{AB} = +3$$

مثال: اگر $\overline{AB} = 5$ و $x_B = 7$ ، طول نقطه A را بیابید.

$$\overline{AB} = x_B - x_A$$

$$5 = 7 - x_A \Rightarrow +x_A = 7 - 5 \Rightarrow x_A = 2$$

۳- طول نقطه C وسط AB

فرض می کنیم نقطه C وسط AB روی محور

طول و عرض نقطه A را مختصات نقطه A گوئیم. اگر طول A مساوی (۳) و عرض A مساوی (۲) باشد، می نویسیم:

$$A = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ یا } A(3, 2) \text{ یا } A \begin{vmatrix} 3 \\ 2 \end{vmatrix}$$

اگر $A \begin{vmatrix} 3 \\ 2 \end{vmatrix}$ باشد و بخواهیم جای نقطه A را در صفحه محوره‌ای مختصات مشخص کنیم، باید در روی محور x ها (۳) واحد مثبت جدا کنیم و در روی محور y ها (۲) واحد مثبت جدا کنیم، از این نقاط خطوطی عمود بر محورها رسم کنیم، نقطه برخورد این دو عمود، نقطه A را نشان می‌دهد.

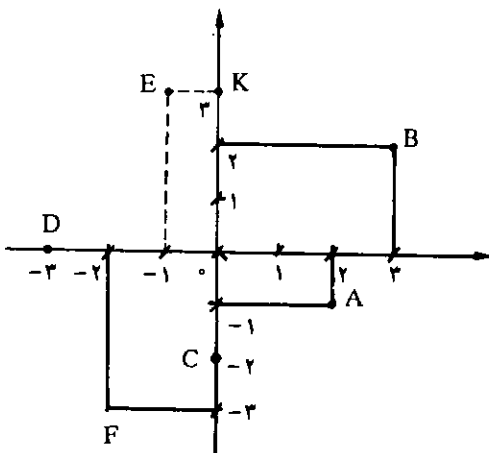
توجه: هر نقطه که روی محور x ها باشد، عرض آن صفر است

$$\text{مانند: } A \begin{vmatrix} 2 \\ 0 \end{vmatrix}$$

و هر نقطه که روی محور y ها باشد، طول آن صفر است مانند:

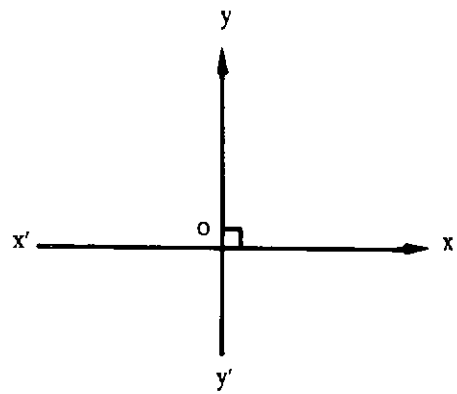
$$B \begin{vmatrix} 0 \\ 3 \end{vmatrix} \text{ مثال: جای نقاط } A \begin{vmatrix} 2 \\ -1 \end{vmatrix} \text{ و } B \begin{vmatrix} 3 \\ 2 \end{vmatrix} \text{ و } C \begin{vmatrix} 0 \\ -2 \end{vmatrix} \text{ و } D \begin{vmatrix} -3 \\ 0 \end{vmatrix}$$

مختصات مشخص کنید. $E \begin{vmatrix} -1 \\ 3 \end{vmatrix}$ و $F \begin{vmatrix} -2 \\ -3 \end{vmatrix}$ و $K \begin{vmatrix} 0 \\ 3 \end{vmatrix}$ را در صفحه محوره‌ای



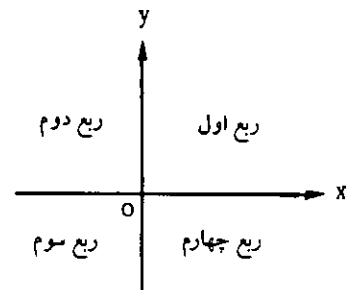
به دستگاه مختصات زیر توجه کنید.

مثبت و منفی بودن مختصات یک نقطه در چهار ربع مشخص است.



محور $x'Ox$ را محور x ها یا محور طولها و محور $y'Oy$ را محور y ها یا محور عرضها گوئیم. این دو محور را به صورت (xoy) نشان می‌دهیم.

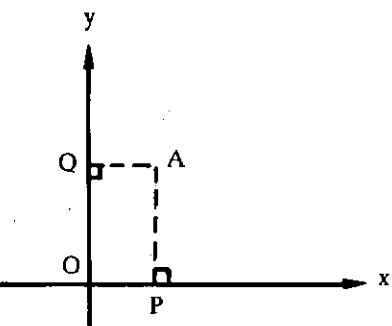
این دو محور صفحه کتاب یا دفتر را به چهار ناحیه یا چهار ربع تقسیم می‌کند که به ربع اول، ربع دوم، ربع سوم و ربع چهارم معروف است.



هر نقطه که در صفحه محوره‌ای مختصات واقع باشد، دارای طول و عرض است. و برعکس هر نقطه که دارای طول و عرض باشد، یک نقطه از صفحه محوره‌ای مختصات را مشخص می‌کند. اگر نقطه‌ای، مانند: A در صفحه محورها داشته باشیم. چنانچه از نقطه A عمودی بر محور x ها رسم کنیم و پای عمود را P بنامیم داریم:

$$\overline{OP} = x_A \text{ (شکل زیر)}$$

و اگر از نقطه A خطی بر محور y ها عمود کنیم و پای عمود را Q بنامیم، داریم:

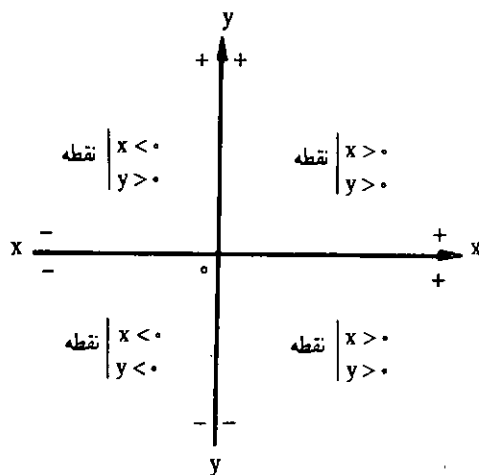


ثالثاً: $\begin{cases} x_A > 0 \\ y_A > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2m - 6 > 0 \\ m - 2 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m > 2 \end{cases} \Rightarrow m > 3$

رابعاً: $\begin{cases} x_A < 0 \\ y_A > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2m - 6 < 0 \\ m - 2 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m > 2 \end{cases} \Rightarrow 2 < m < 3$

خامساً: $\begin{cases} x_A < 0 \\ y_A < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2m - 6 < 0 \\ m - 2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m < 2 \end{cases} \Rightarrow m < 2$

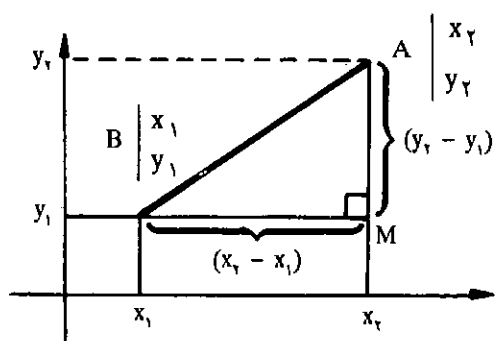
سادساً: $\begin{cases} x_A > 0 \\ y_A < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2m - 6 > 0 \\ m - 2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < 2 \end{cases}$ غیر ممکن



تمرین: مختصات نقاط شکل زیر را بنویسید:

۵- ۱ طول پاره خط AB

شکل مقابل را در نظر می‌گیریم:



در مثلث قائم‌الزاویه AMB می‌توان نوشت:

$$AB^2 = BM^2 + AM^2$$

$$AB = \sqrt{BM^2 + AM^2}$$

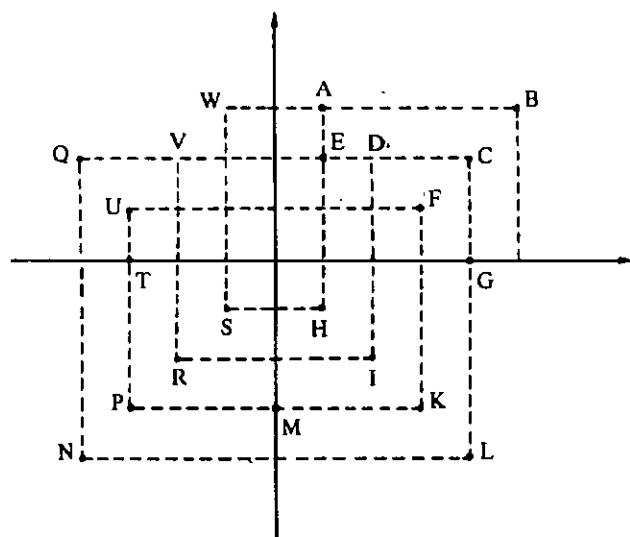
$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

مثال: اگر $A \begin{vmatrix} 5 \\ -2 \end{vmatrix}$ و $B \begin{vmatrix} 1 \\ -2 \end{vmatrix}$ باشد: مطلوب است تعیین طول

پاره خط AB.

$$A \begin{vmatrix} 5 = x_2 \\ 1 = y_2 \end{vmatrix} \quad B \begin{vmatrix} 1 = x_1 \\ -2 = y_1 \end{vmatrix}$$

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(5 - 1)^2 + (1 + 2)^2} \\ = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} \Rightarrow AB = 5$$



مساله: نقطه $A \begin{vmatrix} 2m - 6 \\ m - 2 \end{vmatrix}$ مفروض است. m را چنان بیابید تا

اولاً: نقطه A روی محور x ها باشد.

ثانیاً: نقطه A روی محور y ها باشد.

ثالثاً: نقطه A در ربع اول باشد.

رابعاً: نقطه A در ربع دوم باشد.

خامساً: نقطه A در ربع سوم باشد.

سادساً: نقطه A در ربع چهارم باشد.

اولاً: $y_A = 0 \Rightarrow m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2$

ثانیاً: $x_A = 0 \Rightarrow 2m - 6 = 0 \Rightarrow m = 3$

مثال: اگر $M \begin{vmatrix} 1 \\ 4 \end{vmatrix}$ نقطه وسط پاره خط KF باشد، به طوری که

K، آنگاه مختصات نقطه F را بیابید.

$$x_M = \frac{x_K + x_F}{2} \Rightarrow 1 = \frac{0 + x_F}{2} \Rightarrow x_F = 2$$

$$y_M = \frac{y_K + y_F}{2} \Rightarrow 4 = \frac{3 + y_F}{2} \Rightarrow 3 + y_F = 8$$

$$\Rightarrow y_F = 5 \Rightarrow F \begin{vmatrix} 2 \\ 5 \end{vmatrix}$$

تمرین: نقطه $A \begin{vmatrix} -2m+6 \\ -m+1 \end{vmatrix}$ در صفحه مختصات xoy

مفروض است. m را چنان بیابید که اولاً: نقطه A به یک فاصله از دو محور باشد. ثانیاً: نقطه A در ربع اول باشد. ثالثاً: نقطه A در ربع دوم باشد. رابعاً: نقطه A در ربع سوم باشد. خامساً: نقطه A در ربع چهارم باشد.

تمرین: نقطه $A \begin{vmatrix} m^2-5m+4 \\ m^2-3m+2 \end{vmatrix}$ در صفحه مختصات

مفروض است. m را چنان بیابید تا اولاً: نقطه A روی محور x ها باشد. ثانیاً: نقطه A روی محور y ها باشد. ثالثاً: نقطه A روی مبدأ مختصات باشد. رابعاً: نقطه A به یک فاصله از دو محور باشد.

۷-۱ معادله خط

هر رابطه درجه اول بین x و y مانند: $y = x + 2$ و $y = 2x - 1$ و $2x + 4y = 8$ را معادله خط گویند.

ممکن است معادله خط به صورت $y = mx + n$ یا $ax + 0$ باشد که a, b, c, m, n اعداد حقیقی اند (a و b و c با هم صفر نیستند). حال می خواهیم خط $y = 2x - 1$ را رسم کنیم. به x چند عدد دلخواه نسبت می دهیم و y آنها را پیدا می کنیم. مرتبایی به دست می آید که هر کدام مختصات یک نقطه متعلق به خط است. جای این نقاط را در صفحه محورها مشخص می کنیم. سپس آنها را به هم وصل می کنیم.

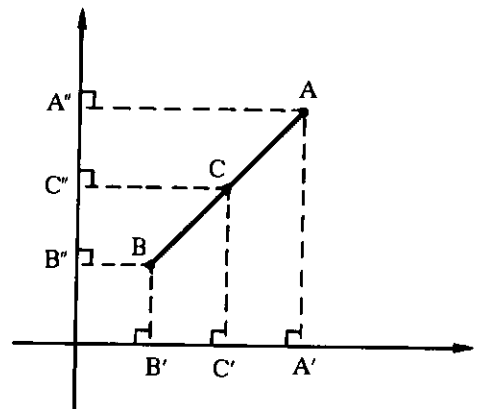
مثال: نقطه A به طول (۶) روی محور x ها و نقطه B به عرض (۸) روی محور y ها واقع است. طول پاره خط AB را بیابید.

$$A \begin{vmatrix} 6 = x_2 \\ 0 = y_2 \end{vmatrix} \quad B \begin{vmatrix} 0 = x_1 \\ 8 = y_1 \end{vmatrix}$$

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(6 - 0)^2 + (0 - 8)^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$$

۶-۱ مختصات نقطه C وسط پاره خط AB

شکل مقابل را در نظر می گیریم و نقطه C وسط AB است.



چون نقطه C وسط پاره خط AB است. بسادگی ثابت می شود که C' وسط A'B' و C'' وسط A'B'' است.

$$\Rightarrow x_{C'} = \frac{x_{A'} + x_{B'}}{2} \Rightarrow \boxed{x_C = \frac{x_A + x_B}{2}}$$

$$y_{C''} = \frac{y_{A''} + y_{B''}}{2} \Rightarrow \boxed{y_C = \frac{y_A + y_B}{2}}$$

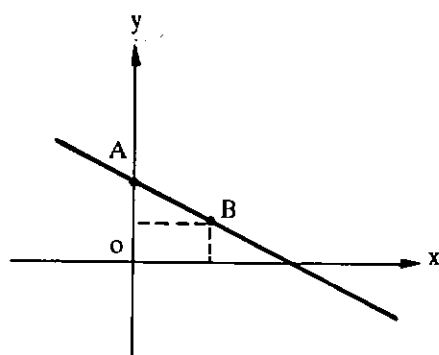
مثال: اگر $A \begin{vmatrix} 2 \\ 5 \end{vmatrix}$ و $B \begin{vmatrix} 4 \\ 3 \end{vmatrix}$ باشد، مختصات نقطه C وسط AB را بیابید.

$$x_C = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2 + 4}{2} = 3$$

$$y_C = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{5 + 3}{2} = 4$$

$$\Rightarrow C \begin{vmatrix} 3 \\ 4 \end{vmatrix}$$

$$x = 2 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow B(2, 1)$$

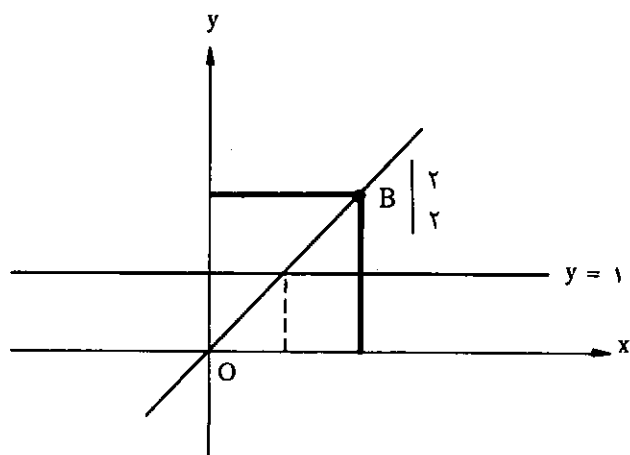


مثال: نمودار $xy - y^2 - x + y = 0$ را رسم کنید.

$$xy - y^2 - x + y = 0$$

$$y(x - y) - (x - y) = 0$$

$$(x - y)(y - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = x \\ y = 1 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \text{ و } B \begin{cases} 2 \\ 2 \end{cases}$$



۸-۱ شیب یک خط

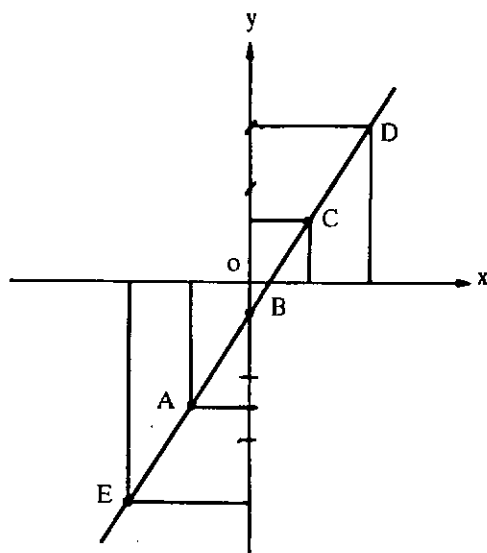
بنا به تعریف $\frac{\text{تفاضل عرضهای دو نقطه از خط}}{\text{تفاضل طولهای همان دو نقطه}}$ را شیب خط گوئیم.

مثال: شیب خط $y = 2x + 1$ را بیابید:

$$x = 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow A \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$$

$$x = 1 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow B \begin{cases} 1 \\ 3 \end{cases}$$

x	y	(x,y)
-۱	-۳	(-۱ و -۳) : A
۰	-۱	(۰ و -۱) : B
۱	۱	(۱ و ۱) : C
۲	۲	(۲ و ۲) : D
-۲	-۵	(-۲ و -۵) : E



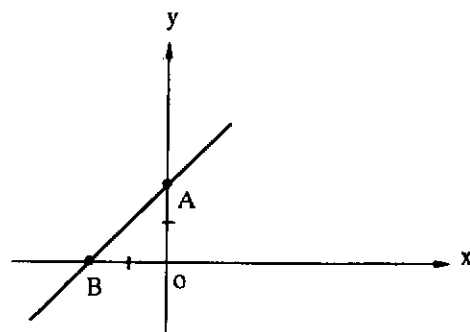
توجه:

برای رسم یک خط کافی است دو نقطه از آن را پیدا کنیم. سپس جای این دو نقطه را در صفحه محاورهای مختصات مشخص می‌کنیم و آنها را به هم وصل می‌کنیم و امتداد می‌دهیم.

مثال: خط $y = x + 2$ را رسم کنید.

$$x = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow A(0 \text{ و } 2)$$

$$x = -2 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow B(-2 \text{ و } 0)$$



مثال: خط $2x + 4y = 8$ را رسم کنید.

$$x = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow A(0 \text{ و } 2)$$

مثال: خطهای $y = 2$ و $y = 0$ و $y = -3$ را رسم کنید.

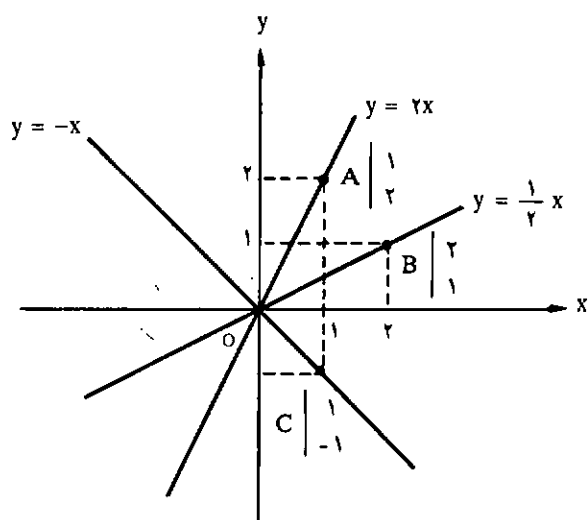
خط نوع سوم: به صورت $y = mx$ است، مانند: $y = 2x$ و $y = -x$ و $y = \frac{1}{2}x$.

شیب این خطها عدد (m) است. برای رسم این خطها یک نقطه از خط را پیدا می‌کنیم سپس آن را به مبدأ مختصات وصل می‌کنیم و امتداد می‌دهیم.

$$y = 2x \quad A \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \end{vmatrix}$$

$$y = -x \quad C \begin{vmatrix} 1 \\ -1 \end{vmatrix}$$

$$y = \frac{1}{2}x \quad B \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \end{vmatrix}$$



خط نوع چهارم: به صورت $y = mx + n$ است، مانند: $y = x - 1$ ، $y = -x + 3$ ، $y = 2x + 2$. شیب این خطها هم عدد (m) است.

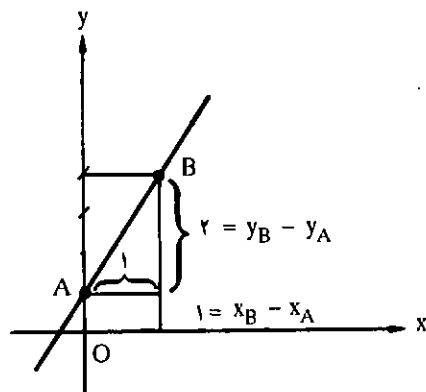
برای رسم آنها باید مختصات دو نقطه آنها را پیدا کرد سپس آنها را به هم وصل کرد و امتداد داد.

مثال: سه خط فوق را رسم کنید.

$$y = 2x + 2 \Rightarrow A \begin{vmatrix} 0 \\ 2 \end{vmatrix} \quad B \begin{vmatrix} -1 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$y = -x + 3 \Rightarrow C \begin{vmatrix} 0 \\ 3 \end{vmatrix} \quad D \begin{vmatrix} 3 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\text{شیب خط} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3 - 1}{1 - 0} = \frac{2}{1} = 2$$



تمرین: شیب خطهای زیر را بیابید:

$$y = 4x + 1$$

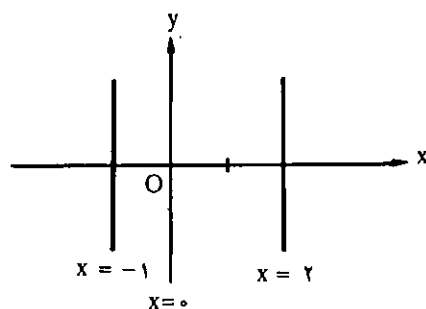
$$y = \frac{1}{2}x - 5$$

$$y = -x$$

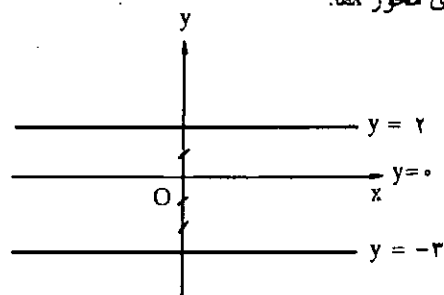
۹-۱ انواع خط

خط نوع اول: به صورت $x = a$ است مانند $x = 2$ ، $x = 0$ ، $x = -1$. شیب این خطها تعریف نشده است و نمودار آنها راستایی است عمود بر محور x ها.

مثال: خطهای $x = 2$ و $x = 0$ و $x = -1$ را رسم کنید.

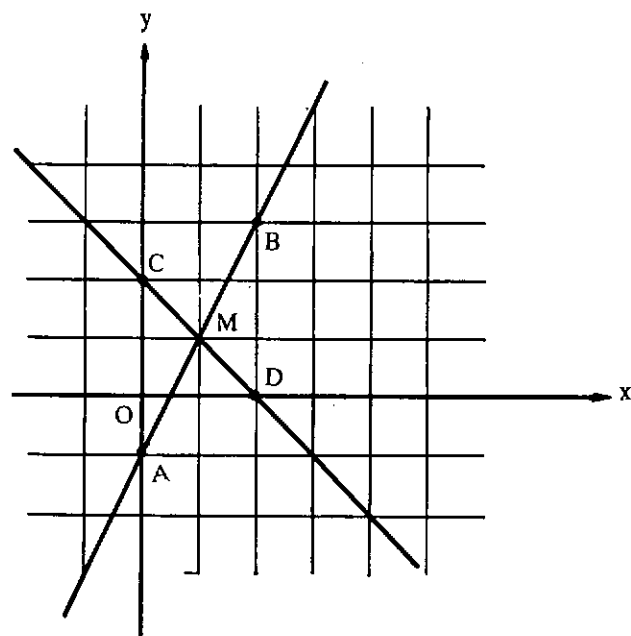


خط نوع دوم: به صورت $y = b$ است مانند: $y = 2$ ، $y = 0$ ، $y = -3$. شیب این خطها صفر است و نمودار آنها راستایی است موازی محور x ها.



$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = -x + 2 \end{cases} \Rightarrow A \begin{vmatrix} 0 \\ -1 \end{vmatrix}, B \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \end{vmatrix}$$

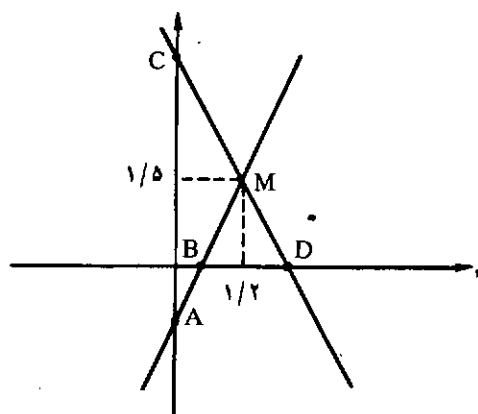
$$\Rightarrow C \begin{vmatrix} 0 \\ 2 \end{vmatrix}, D \begin{vmatrix} 2 \\ 0 \end{vmatrix}$$



به طوری که در نمودار مشخص شده است نقطه M نقطه تقاطع

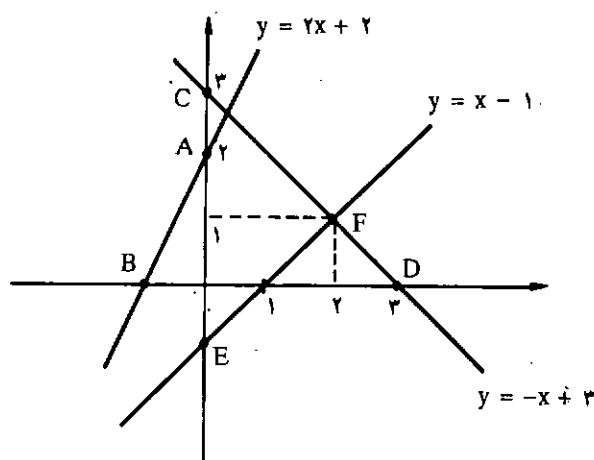
آنهاست که مختصات آن (۱ و ۱) است پس: $M \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}$

مثال: مختصات نقطه تقاطع دو خط $y = 2x - 1$ و $y = -2x + 4$ را به روش ترسیم بیابید.



$$y = 2x - 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow A \begin{vmatrix} 0 \\ -1 \end{vmatrix} \\ y = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow B \begin{vmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \end{vmatrix} \end{cases}$$

$$y = x - 1 \Rightarrow E \begin{vmatrix} 0 \\ -1 \end{vmatrix}, F \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \end{vmatrix}$$



توجه: اگر معادله خط به صورت $ax + by + c = 0$ ، آنگاه شیب خط $(-\frac{a}{b})$ است.

۱۰ - مختصات نقطه تقاطع دو خط

در شکل فوق نقطه $F \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \end{vmatrix}$ نقطه تقاطع دو خط $y = -x + 3$ و $y = x - 1$ است. برای تعیین مختصات نقطه تقاطع دو خط، معادلات آنها را مانند دستگاه دو معادله دو مجهولی حل می‌کنیم.

مثال: می‌خواهیم مختصات نقطه تقاطع دو خط $y = -x + 3$ و $y = x - 1$ را پیدا کنیم.

$$\begin{cases} y = -x + 3 \\ y = x - 1 \end{cases} \Rightarrow x - 1 = -x + 3$$

$$\Rightarrow x + x = 3 + 1 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow \boxed{x = 2}$$

$$y = x - 1 \Rightarrow y = 2 - 1 \Rightarrow \boxed{y = 1}$$

$$\Rightarrow F \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \end{vmatrix} \text{ مختصات نقطه تقاطع دو خط است}$$

اگر بخواهیم، مختصات نقطه تقاطع دو خط را به وسیله رسم پیدا کنیم باید نمودارهای خط را در یک صفحه شطرنجی (اگر دقیقتر بخواهیم باید در یک صفحه میلیمتری) رسم کنیم سپس مختصات نقطه تقاطع آنها در شکل دیده می‌شود. مانند مثال زیر:

مثال: مختصات نقطه تقاطع دو خط زیر را به کمک شکل بیابید:

$$y = 2x - 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow A(0, -1) \\ x = 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow B(1, 1) \end{cases}$$

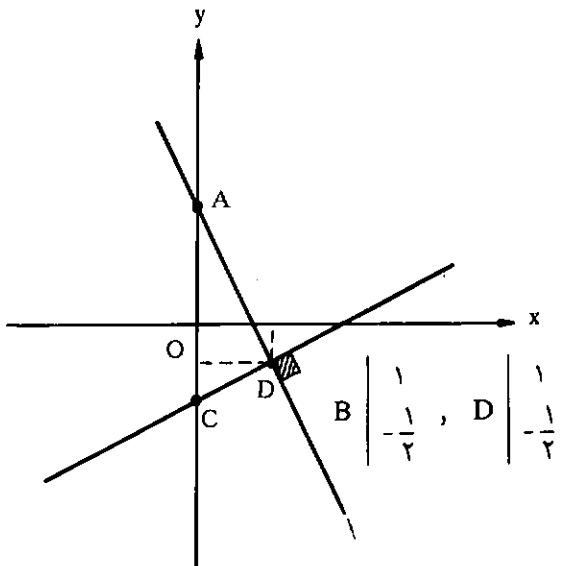
$$y = 2x + 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow C(0, 2) \\ x = -1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow D(-1, 0) \end{cases}$$

۲- اگر شیبهای دو خط عکس یکدیگر باشند، ولی علامتهای آنها یکی مثبت و دیگری منفی باشند، آنگاه دو خط بر هم عمودند و یک نقطه تقاطع دارند (دو خط در نقطه تقاطع بر هم عمودند).

مثال: دو خط $y = \frac{1}{4}x - 1$ و $y = -2x + \frac{1}{4}$ بر هم عمودند، زیرا شیب اولی ۲- و شیب دومی $(\frac{1}{4})$ است.

$$y = -2x + \frac{3}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{4} \Rightarrow A(0, \frac{3}{4}) \\ x = 1 \Rightarrow y = -\frac{1}{4} \Rightarrow B(1, -\frac{1}{4}) \end{cases}$$

$$y = \frac{1}{4}x - 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow C(0, -1) \\ x = 1 \Rightarrow y = -\frac{1}{4} \Rightarrow D(1, -\frac{1}{4}) \end{cases}$$



به طوری که ملاحظه می شود نقطه D و نقطه B هر دو یکی هستند و مختصات نقطه تقاطع دو خط است.

۳- اگر شیبهای دو خط مساوی نباشند:

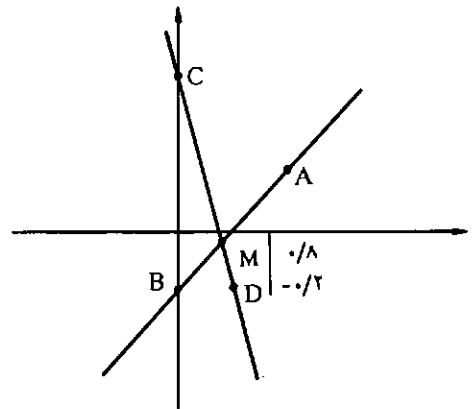
دو خط متقاطعند. (چنانچه شیبهای دو خط عکس یکدیگر با

$$y = -2x + 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow C \mid \frac{4}{4} \\ y = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow D \mid \frac{2}{2} \end{cases}$$

مثال: مختصات نقطه تقاطع دو خط به معادلات $y = x - 1$ و $y = -4x + 3$ را بیابید.

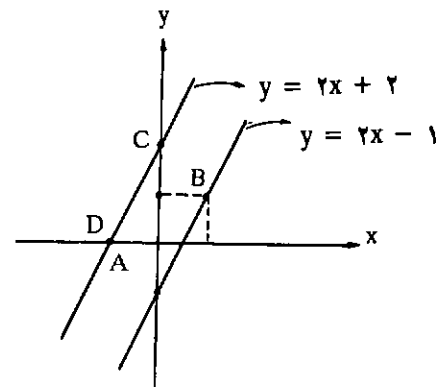
$$y = x - 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow A \mid \frac{2}{1} \\ x = 0 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow B \mid \frac{0}{-1} \end{cases}$$

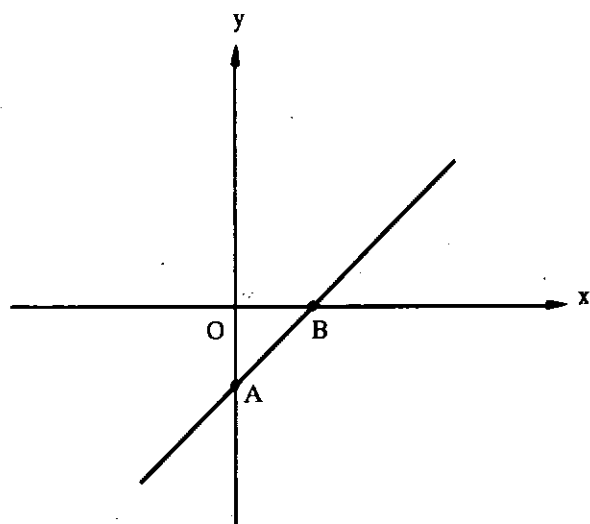
$$y = -4x + 3 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow C \mid \frac{3}{3} \\ x = 1 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow D \mid \frac{1}{-1} \end{cases}$$



۱-۱ مطالبی درباره شیبهای دو خط

۱- اگر شیبهای دو خط برابر باشند، آنگاه آن دو خط موازیند و نقطه تقاطع ندارند، مانند دو خط: $y = 2x - 1$ و $y = 2x + 2$.





علامت مخالف باشند هم متقاطعند و هم بر هم عمودند). مانند دو خط $y = x - 3$ و $y = -2x$ که متقاطعند.

محاسبه نقطه تقاطع دو خط

$$\begin{cases} y = x - 3 \\ y = -2x \end{cases} \Rightarrow x - 3 = -2x$$

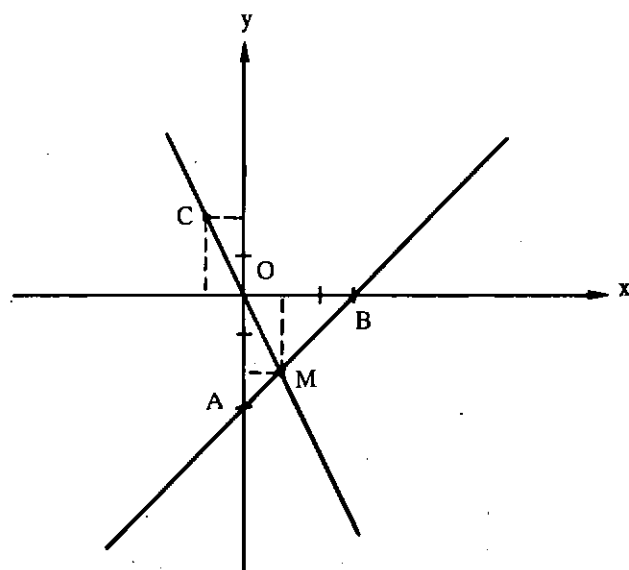
$$\Rightarrow x + 2x = 3 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = -2$$

$$\Rightarrow M \begin{vmatrix} 1 \\ -2 \end{vmatrix} \quad \text{نقطه تقاطع}$$

و نمودارهای آنها چنین است:

$$y = x - 3 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -3 \Rightarrow A(0, -3) \\ y = 0 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow B(3, 0) \end{cases}$$

$$y = -2x \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow O(0, 0) \\ x = -1 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow C(-1, 2) \end{cases}$$



۴- اگر هم شیبهای دو خط مساوی و هم عدد ثابت آنها مساوی باشند، آنگاه دو خط بر هم منطبقند و بی شمار نقطه مشترک دارند. مانند:

$$y - x + 1 = 0 \quad \text{و} \quad y = x - 1$$

$$x = 0 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow A(0, -1)$$

$$x = 1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow B(1, 0)$$

همان طوری که قبلاً گفته شد، برای حل یک دستگاه، به کمک رسم، باید شکل را روی یک صفحه کاغذ میلیمتری رسم کرد و مختصات تقاطع آنها را پیدا کرد.

مثال: دستگاه زیر را به کمک نمودار حل کنید:

$$\begin{cases} x = 2 \\ x + y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow A(0, 3) \\ y = 0 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow B(3, 0) \end{cases}$$

