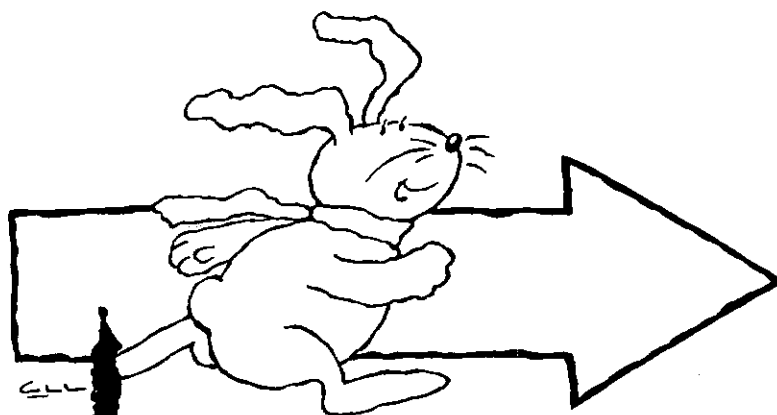
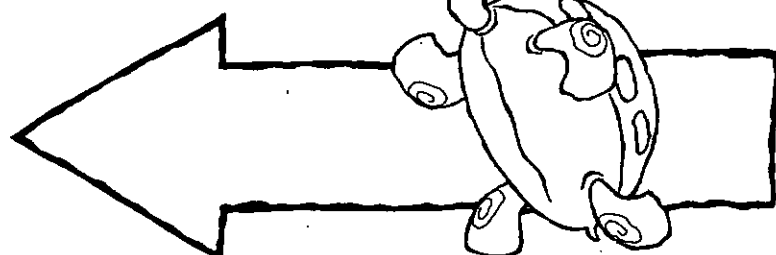


دستگاه



محورهای مختصات

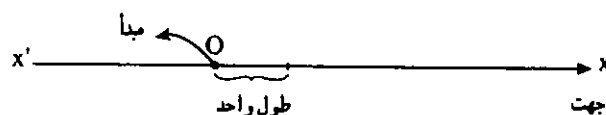
برای دانش آموزان سال اول دبیرستان



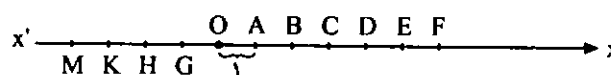
۱-۱ تعریف محور

خطی است جهت دار که روی آن نقطه‌ای به نام مبدأ و طولی به نام واحد اندازه‌گیری در نظر گرفته شده باشد. پس یک محور، سه مشخصه دارد:

۱- جهت، ۲- نقطه‌ای به نام مبدأ، ۳- طولی به نام واحد.



محور زیر را با نقاط روی آن در نظر می‌گیریم.



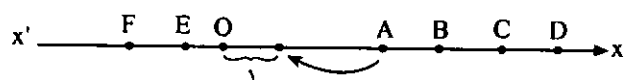
با توجه به شکل می‌توان نوشت:

$\overline{OA} = +1$	$\overline{OF} = +6$
$\overline{OB} = +2$	$\overline{OG} = -1$
$\overline{OC} = +3$	$\overline{OH} = -2$
$\overline{OD} = +4$	$\overline{OK} = -3$
$\overline{OE} = +5$	$\overline{OM} = -4$

بنا به تعریف، $\overline{OA}$ را x_A ، $\overline{OB}$ را x_B ، $\overline{OC}$ را x_C و ... می‌نامیم. پس:

$x_A = +1$	$x_F = +6$
$x_B = +2$	$x_G = -1$
$x_C = +3$	$x_H = -2$
$x_D = +4$	$x_K = -3$
$x_E = +5$	$x_M = -4$

توجه: محورهای فوق را $x'Ox$ می‌نامیم. محور زیر را در نظر می‌گیریم.



می‌توان نوشت:

$\overline{OA} = x_A$	$\overline{OD} = x_D$
$\overline{OB} = x_B$	$\overline{OE} = x_E$
$\overline{OC} = x_C$	$\overline{OF} = x_F$

$$\overline{AB} = 5 - 2$$

$$\overline{AB} = +3$$

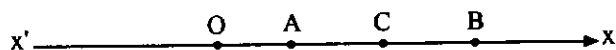
مثال: اگر $\overline{AB} = 5$ و $x_B = 7$ ، طول نقطه A را بیابید.

$$\overline{AB} = x_B - x_A$$

$$5 = 7 - x_A \Rightarrow +x_A = 7 - 5 \Rightarrow x_A = 2$$

۱-۳ طول نقطه C وسط AB

فرض می کنیم نقطه C وسط AB روی محور $x'Ox$



باشد، داریم: $\overline{AC} = \overline{CB}$

با توجه به شکل می توان نوشت:

$$\begin{cases} \overline{OC} = \overline{OA} + \overline{AC} \\ \overline{OC} = \overline{OB} - \overline{CB} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overline{OC} = \overline{OA} + \overline{OB}$$

$$\Rightarrow \overline{OC} = \frac{\overline{OA} + \overline{OB}}{2} \Rightarrow x_C = \frac{x_A + x_B}{2}$$

مثال: اگر $x_A = 5$ و $x_B = -7$ ، آن گاه طول نقطه C وسط AB چه قدر است؟

$$x_C = \frac{x_A + x_B}{2} \Rightarrow x_C = \frac{5 - 7}{2} \Rightarrow x_C = -1$$

مسأله: اگر نقطه C وسط AB باشد و داشته باشیم $x_C = 4$ و $\overline{AB} = 10$ ، x_A و x_B را بیابید.

حل:

$$x_C = \frac{x_A + x_B}{2} \Rightarrow 4 = \frac{x_A + x_B}{2} \Rightarrow x_A + x_B = 8$$

$$\overline{AB} = x_B - x_A \Rightarrow 10 = x_B - x_A \Rightarrow x_B - x_A = 10$$

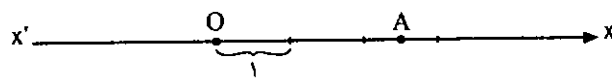
$$\begin{cases} x_A + x_B = 8 \\ x_B - x_A = 10 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع می کنیم}} 2x_B = 18 \Rightarrow x_B = 9$$

$$x_A + x_B = 8 \Rightarrow x_A + 9 = 8 \Rightarrow x_A = -1$$

پس هر نقطه که روی محور $x'Ox$ واقع باشد، دارای (x) ای است. این x را در اصطلاح، طول نقطه گوئیم.

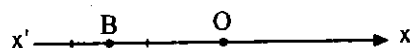
بنابراین، هر نقطه که روی محور $(x'Ox)$ باشد، دارای طول است، که این طول، یک عدد حقیقی است و بعکس، هر عدد حقیقی می تواند یک نقطه را روی محور نشان دهد، که طول آن نقطه برابر همان عدد حقیقی است.
مثلاً روی محور

$$x_A = +2/5$$



و اگر عدد $(-\frac{3}{4})$ را در نظر بگیریم، می توانیم بگوئیم که این عدد،

نقطه ای مانند B را روی

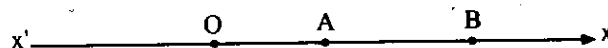


مشخص می کند.

۱-۲ اندازه جبری پاره خط AB

اندازه جبری پاره خط AB را با نماد $\overline{AB}$ نشان می دهیم و طول پاره خط AB را با AB نشان می دهیم؛ یعنی: $|\overline{AB}| = AB$.

فرض می کنیم دو نقطه A و B روی محور $(x'Ox)$ شکل زیر داشته باشیم:



می توانیم بنویسیم:

$$\overline{OA} + \overline{AB} = \overline{OB}$$

$$\Rightarrow x_A + \overline{AB} = x_B$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = x_B - x_A$$

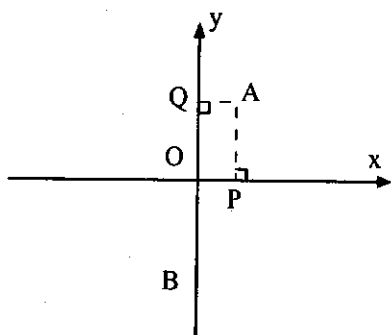
مثال: اگر $x_A = 2$ و $x_B = 5$ باشد، اندازه جبری $\overline{AB}$ را

بیابید.

$$\overline{AB} = x_B - x_A$$

۴-۱ صفحه‌های مختصات

هرگاه دو محور $x'Ox$ و $y'Oy$ در نقطه O بر یکدیگر عمود باشند، آنها را محورها یا صفحه‌های مختصات یا صفحه‌های مختصات گوئیم. معمولاً محور $x'Ox$ را افقی (موازی سطرهای همین مجله برهان) رسم می‌کنیم.



طول و عرض نقطه A را مختصات نقطه A گوئیم. اگر طول مساوی (۳) و عرض A مساوی (۲) باشد، می‌نویسیم:

$$A = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ یا } A(3, 2) \text{ یا } A \begin{vmatrix} 3 \\ 2 \end{vmatrix}$$

اگر $A \begin{vmatrix} 3 \\ 2 \end{vmatrix}$ باشد و بخواهیم جای نقطه A را در صفحه‌های محورها

مختصات مشخص کنیم، باید روی محور x ها (۳) واحد مثبت جدا کنیم و روی محور y ها (۲) واحد مثبت جدا کنیم. از این نقاط، خطوطی عمود بر محورها رسم کنیم، نقطه برخورد این دو عمود، نقطه A را نشان می‌دهد.

توجه: هر نقطه که روی محور x ها باشد، عرض آن صفر است؛

مانند:

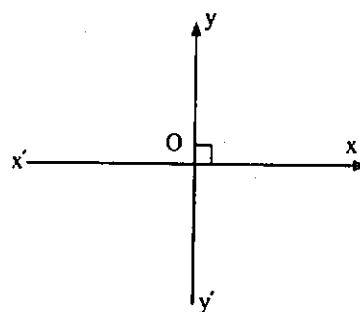
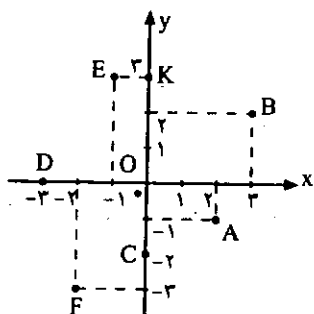
$$A \begin{vmatrix} 2 \\ 0 \end{vmatrix}$$

و هر نقطه که روی محور y ها باشد، طول آن صفر است؛ مانند:

$$B \begin{vmatrix} 0 \\ 3 \end{vmatrix}$$

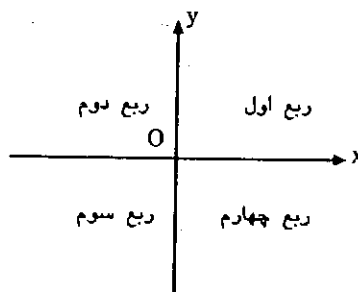
مثال: جای نقاط $A \begin{vmatrix} 2 \\ -1 \end{vmatrix}$ ، $B \begin{vmatrix} 3 \\ 2 \end{vmatrix}$ ، $C \begin{vmatrix} 0 \\ -2 \end{vmatrix}$ ، $D \begin{vmatrix} -3 \\ 0 \end{vmatrix}$ ، $E \begin{vmatrix} -1 \\ 3 \end{vmatrix}$

را در صفحه‌های محورها مشخص کنید.



محور $x'Ox$ را محور x ها یا محور طولها و محور $y'Oy$ را محور y ها یا محور عرضها گوئیم. این دو محور را به صورت (xOy) نشان می‌دهیم.

این دو محور، صفحه کتاب یا دفتر را به چهار ناحیه یا چهار ربع تقسیم می‌کند، که به ربع اول، ربع دوم، ربع سوم و ربع چهارم معروف است.



هر نقطه که در صفحه‌های محورها واقع باشد، دارای طول و عرض است و بعکس، هر نقطه که دارای طول و عرض باشد، یک نقطه از صفحه‌های محورها را مشخص می‌کند. اگر نقطه‌ای مانند A در صفحه‌های محورها داشته باشیم، چنانچه از نقطه A عمودی بر محور x ها رسم کنیم و پای عمود را P بنامیم، داریم:

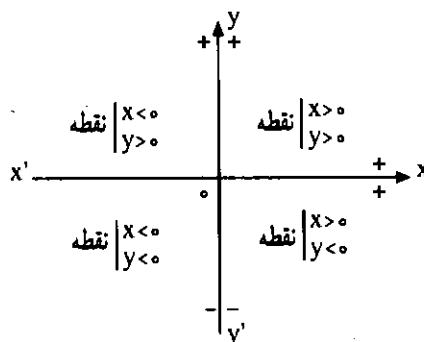
$$\overline{OP} = x_A \text{ (شکل زیر)}$$

و اگر از نقطه A خطی بر محور y ها عمود کنیم و پای عمود را Q بنامیم، داریم:

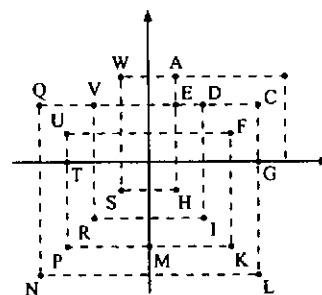
$$\overline{OQ} = y_A \text{ (شکل زیر)}$$

غیر ممکن $\Rightarrow \begin{cases} 2m-6 > 0 \\ m-2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < 2 \end{cases}$: حل ۶

به دستگاه مختصات زیر توجه کنید.
مثبت و منفی بودن مختصات یک نقطه در چهار ربع، مشخص است.



تمرین: مختصات نقاط شکل زیر را بنویسید.



مسئله: نقطه $A \begin{vmatrix} 2m-6 \\ m-2 \end{vmatrix}$ مفروض است، m را چنان بیابید تا

- ۱- نقطه A روی محور x باشد.
- ۲- نقطه A روی محور y ها باشد.
- ۳- نقطه A در ربع اول باشد.
- ۴- نقطه A در ربع دوم باشد.
- ۵- نقطه A در ربع سوم باشد.
- ۶- نقطه A در ربع چهارم باشد.

حل ۱: $y_A = 0 \Rightarrow m-2=0 \Rightarrow m=2$

حل ۲: $x_A = 0 \Rightarrow 2m-6=0 \Rightarrow m=3$

حل ۳: $\begin{cases} x_A > 0 \\ y_A > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2m-6 > 0 \\ m-2 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m > 2 \end{cases} \Rightarrow m > 3$

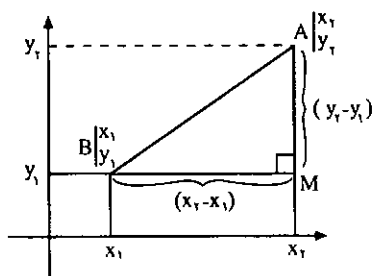
حل ۴:

$\begin{cases} x_A < 0 \\ y_A > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2m-6 < 0 \\ m-2 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m > 2 \end{cases} \Rightarrow 2 < m < 3$

حل ۵: $\begin{cases} x_A < 0 \\ y_A < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2m-6 < 0 \\ m-2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m < 2 \end{cases} \Rightarrow m < 2$

۵-۱ طول پاره خط AB

شکل زیر را در نظر می گیریم.



در مثلث قائم الزاویه $\triangle AMB$ می توان نوشت:

$$AB^2 = BM^2 + AM^2$$

$$AB = \sqrt{BM^2 + AM^2}$$

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

مثال: اگر $A \begin{vmatrix} 5 \\ 1 \end{vmatrix}$ و $B \begin{vmatrix} 1 \\ -2 \end{vmatrix}$ باشد. مطلوب است تعیین طول پاره خط AB .

$$A \begin{vmatrix} 5 \\ 1 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = 5 \\ y_2 = 1 \end{cases} \quad B \begin{vmatrix} 1 \\ -2 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = -2 \end{cases}$$

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(5-1)^2 + (1-(-2))^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} \Rightarrow AB=5$$

مثال: نقطه A به طول (۶) روی محور x ها و نقطه B به عرض (۸) روی محور y ها واقع است. طول پاره خط AB را بیابید.

$$A \begin{vmatrix} 6 \\ 0 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = 6 \\ y_2 = 0 \end{cases} \quad B \begin{vmatrix} 0 \\ 8 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = 8 \end{cases}$$

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(6-0)^2 + (0-8)^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$$

۶-۱ مختصات نقطه C وسط پاره خط AB

شکل زیر را در نظر می گیریم و نقطه C وسط AB است.

فاصله از دو محور باشد. ۲- نقطه A در ربع اول باشد. ۳- نقطه A در ربع دوم باشد. ۴- نقطه A در ربع سوم باشد. ۵- نقطه A در ربع چهارم باشد.

تمرین: نقطه A $\begin{cases} m^2 - 5m + 4 \\ m^2 - 3m + 2 \end{cases}$ در صفحه محورها

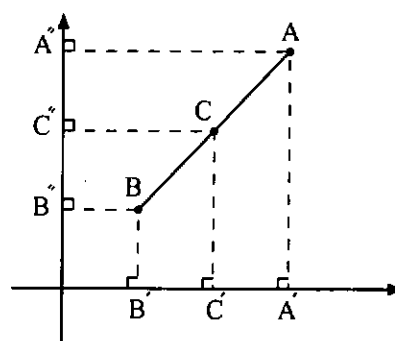
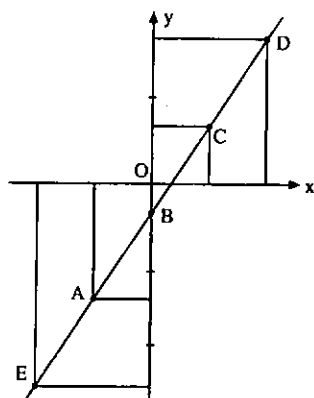
مختصات مفروض است. m را چنان بیابید تا ۱- نقطه A روی محور x ها باشد. ۲- نقطه A روی محور y ها باشد. ۳- نقطه A روی مبدأ مختصات باشد. ۴- نقطه A به یک فاصله از دو محور باشد.

۱-۷ معادله خط

هر رابطه درجه اول بین x و y مانند: $y = x + 2$, $y = 2x - 1$ و $2x + 4y = 8$ را معادله خط گویند.

ممکن است معادله خط به صورت $y = mx + n$ یا $ax + by + c = 0$ باشد که a, n, m, b و c اعداد حقیقی اند (a, b و c با هم صفر نیستند). حال می خواهیم خط $y = 2x - 1$ را رسم کنیم. به x چند عدد دلخواه نسبت می دهیم و y آنها را پیدا می کنیم. زوج مرتبهای به دست می آید که هر کدام، مختصات یک نقطه متعلق به خط است. جای این نقاط را در صفحه محورها مشخص می کنیم و سپس آنها را به هم وصل می کنیم.

x	y	(x, y)
-1	-3	(-1, -3): A
0	-1	(0, -1): B
1	1	(1, 1): C
2	3	(2, 3): D
-2	-5	(-2, -5): E



چون نقطه C وسط پاره خط AB است، به سادگی ثابت می شود که C' وسط A'B' و C'' وسط A''B'' است.

$$x_{C'} = \frac{x_{A'} + x_{B'}}{2} \Rightarrow x_C = \frac{x_A + x_B}{2}$$

$$y_{C''} = \frac{y_{A''} + y_{B''}}{2} \Rightarrow y_C = \frac{y_A + y_B}{2}$$

مثال: اگر $A \begin{vmatrix} 2 \\ 5 \end{vmatrix}$ و $B \begin{vmatrix} 4 \\ 3 \end{vmatrix}$ باشد، مختصات نقطه C وسط پاره خط AB را بیابید.

$$\begin{aligned} x_C &= \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2 + 4}{2} = 3 \\ y_C &= \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{5 + 3}{2} = 4 \end{aligned} \Rightarrow C \begin{vmatrix} 3 \\ 4 \end{vmatrix}$$

مثال: اگر $M \begin{vmatrix} 1 \\ 4 \end{vmatrix}$ نقطه وسط پاره خط KF باشد؛ به طوری که

$K \begin{vmatrix} 0 \\ 3 \end{vmatrix}$ ، آن گاه مختصات نقطه F را بیابید.

$$x_M = \frac{x_K + x_F}{2} \Rightarrow 1 = \frac{0 + x_F}{2} \Rightarrow x_F = 2$$

$$y_M = \frac{y_K + y_F}{2} \Rightarrow 4 = \frac{3 + y_F}{2} \Rightarrow 3 + y_F = 8$$

$$\Rightarrow y_F = 5 \Rightarrow F \begin{vmatrix} 2 \\ 5 \end{vmatrix}$$

تمرین: نقطه A $\begin{vmatrix} -2m + 6 \\ -m + 1 \end{vmatrix}$ در صفحه محورها مختصات

xOy مفروض است. m را چنان بیابید که ۱- نقطه A به یک

۸-۱ شیب یک خط

بنابر تعریف: تفاضل عرضهای دو نقطه از خط را شیب خط
تفاضل طولهای همان دو نقطه

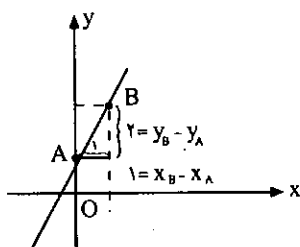
گوئیم.

مثال: شیب خط $y = 2x + 1$ را بیابید.

$$x = 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow A \left| \begin{smallmatrix} 0 \\ 1 \end{smallmatrix} \right|$$

$$x = 1 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow B \left| \begin{smallmatrix} 1 \\ 3 \end{smallmatrix} \right|$$

$$\text{شیب خط} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3 - 1}{1 - 0} = \frac{2}{1} = 2$$



تمرین: شیب خطهای زیر را بیابید.

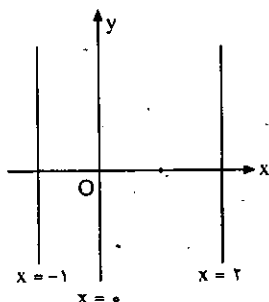
$$y = 4x + 1$$

$$y = -x$$

$$y = \frac{1}{2}x - 5$$

۹-۱ انواع خط

خط نوع اول: به صورت $x = a$ است؛ مانند: $x = 2$ ، $x = 0$ و $x = -1$. شیب این خطها تعریف نشده است و نمودار آنها راستایی است عمود بر محور x ها.

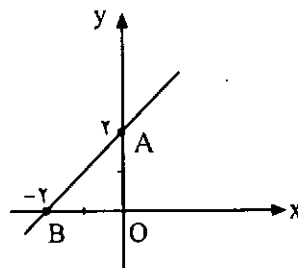
مثال: خطهای $x = 2$ ، $x = 0$ و $x = -1$ را رسم کنید.

توجه: برای رسم یک خط کافی است دو نقطه از آن را پیدا کنیم سپس جای این دو نقطه را در صفحه محورها مختصات مشخص کرده، آنها را به هم وصل کنیم و امتداد دهیم.

مثال: خط $y = x + 2$ را رسم کنید.

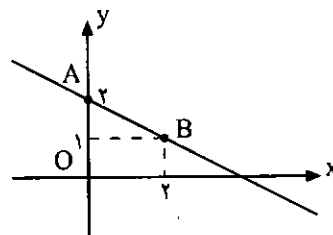
$$x = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow A(0, 2)$$

$$x = -2 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow B(-2, 0)$$

مثال: خط $2x + 4y = 8$ را رسم کنید.

$$x = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow A(0, 2)$$

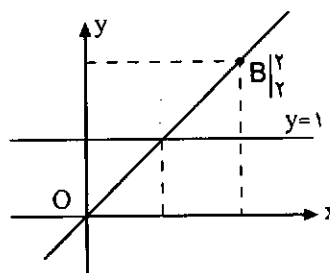
$$x = 2 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow B(2, 1)$$

مثال: نمودار به معادله $xy - y^2 - x + y = 0$ را رسم کنید.

$$xy - y^2 - x + y = 0$$

$$y(x - y) - (x - y) = 0$$

$$(x - y)(y - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = x \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} O \left| \begin{smallmatrix} 0 \\ 0 \end{smallmatrix} \right| \text{ و } B \left| \begin{smallmatrix} 2 \\ 2 \end{smallmatrix} \right| \end{matrix}$$

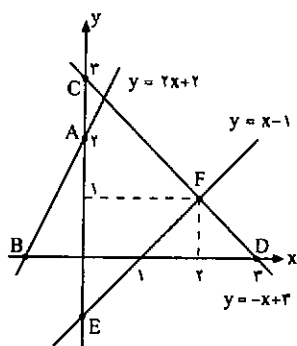


برای رسم آنها باید مختصات دو نقطه آنها را پیدا کرد، سپس آنها را به هم وصل نمود و امتداد داد.
مثال: سه خط فوق را رسم کنید.

$$y = 2x + 2 \Rightarrow A \begin{vmatrix} 0 \\ 2 \end{vmatrix}, B \begin{vmatrix} -1 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$y = -x + 3 \Rightarrow C \begin{vmatrix} 0 \\ 3 \end{vmatrix}, D \begin{vmatrix} 3 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$y = x - 1 \Rightarrow E \begin{vmatrix} 0 \\ -1 \end{vmatrix}, F \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix}$$



توجه: اگر معادله خط به صورت $ax + by + c = 0$ ، آن گاه شیب خط $(-\frac{a}{b})$ است.

۱-۱-۰ مختصات نقطه تقاطع دو خط

در شکل فوق نقطه $F \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix}$ نقطه تقاطع دو خط $y = -x + 3$ و

$y = x - 1$ است. برای تعیین مختصات نقطه تقاطع دو خط، معادله‌های آنها را مانند دستگاه دو معادله دو مجهولی حل می‌کنیم.
مثال: می‌خواهیم مختصات نقطه تقاطع دو خط $y = -x + 3$ و $y = x - 1$ را پیدا کنیم.

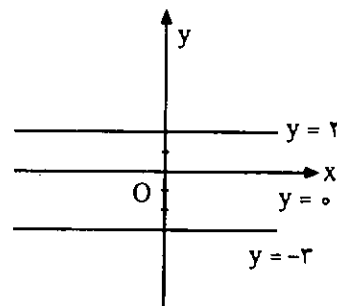
$$\begin{cases} y = -x + 3 \\ y = x - 1 \end{cases} \Rightarrow x - 1 = -x + 3$$

$$\Rightarrow x + x = 3 + 1 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow \boxed{x = 2}$$

$$y = x - 1 \Rightarrow y = 2 - 1 \Rightarrow \boxed{y = 1}$$

$\Rightarrow F \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \end{vmatrix}$ مختصات نقطه تقاطع دو خط است.

خط نوع دوم: به صورت $y = b$ است؛ مانند: $y = 2$ ، $y = 0$ و $y = -3$. شیب این خطها صفر است و نمودار آنها راستایی است موازی محور x ها.



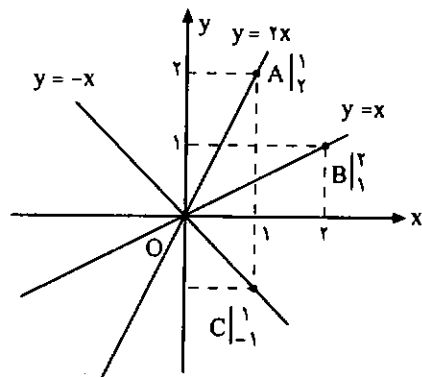
مثال: خطهای $y = 2$ ، $y = 0$ و $y = -3$ را رسم کنید.
خط نوع سوم: به صورت $y = mx$ است؛ مانند: $y = 2x$ ، $y = \frac{1}{2}x$ و $y = -x$.

شیب این خطها عدد (m) است. برای رسم این خطها یک نقطه از خط را پیدا می‌کنیم، سپس آن را به مبدأ مختصات وصل می‌کنیم و امتداد می‌دهیم.
مثال: خطهای مقابل را رسم کنید.

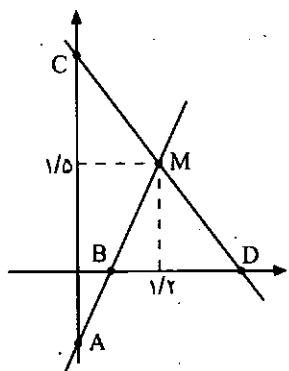
$$y = 2x \quad A \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \end{vmatrix}$$

$$y = -x \quad C \begin{vmatrix} 1 \\ -1 \end{vmatrix}$$

$$y = \frac{1}{2}x \quad B \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \end{vmatrix}$$



خط نوع چهارم: به صورت $y = mx + n$ است؛ مانند: $y = x - 1$ و $y = -x + 3$ ، $y = 2x + 2$ شیب این خطها هم عدد (m) است.



اگر بخواهیم مختصات نقطه تقاطع دو خط را به وسیله رسم پیدا کنیم، باید نمودارهای دو خط را در یک صفحه شطرنجی (اگر دقیقتر بخواهیم باید در یک صفحه میلیمتری) رسم کنیم. سپس مختصات نقطه تقاطع آنها در شکل دیده می شود، مانند مثال زیر.

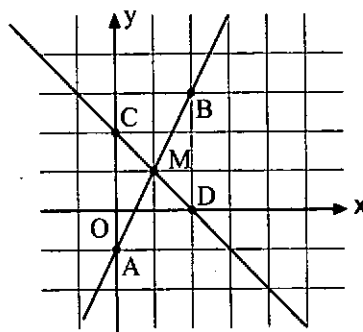
مثال: مختصات نقطه تقاطع دو خط زیر را به کمک شکل بیابید.

مثال: مختصات نقطه تقاطع دو خط به معادله های $y = x - 1$ و $y = -4x + 3$ را بیابید.

$$y = x - 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow A \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \end{vmatrix} \\ x = 0 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow B \begin{vmatrix} 0 \\ -1 \end{vmatrix} \end{cases}$$

$$y = -4x + 3 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow C \begin{vmatrix} 0 \\ 3 \end{vmatrix} \\ x = 1 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow D \begin{vmatrix} 1 \\ -1 \end{vmatrix} \end{cases}$$

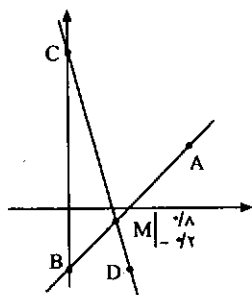
$$\begin{cases} y = 2x - 1 \Rightarrow A \begin{vmatrix} 0 \\ -1 \end{vmatrix}, B \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \end{vmatrix} \\ y = -x + 2 \Rightarrow C \begin{vmatrix} 0 \\ 2 \end{vmatrix}, D \begin{vmatrix} 2 \\ 0 \end{vmatrix} \end{cases}$$



به طوری که در نمودار مشخص شده است، نقطه M نقطه

تقاطع آنهاست که مختصات آن (1, 1) است؛ پس: $M \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}$.

مثال: مختصات نقطه تقاطع دو خط $y = 2x - 1$ و $y = -2x + 4$ را به روش ترسیم بیابید.



مثال: مختصات نقطه تقاطع دو خط به معادله های زیر را بیابید.

$$\begin{cases} y = x - 3 \\ y = -2x \end{cases} \Rightarrow x - 3 = -2x$$

$$\Rightarrow x + 2x = 3 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = -2$$

$$\Rightarrow M \begin{vmatrix} 1 \\ -2 \end{vmatrix} \text{ نقطه تقاطع}$$

و نمودارهای آنها چنین است:

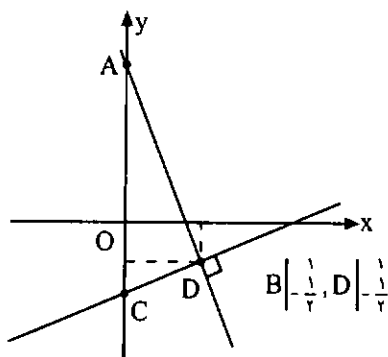
$$y = x - 3 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -3 \Rightarrow A(0, -3) \\ y = 0 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow B(3, 0) \end{cases}$$

$$y = 2x - 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow A \begin{vmatrix} 0 \\ -1 \end{vmatrix} \\ y = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow B \begin{vmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \end{vmatrix} \end{cases}$$

$$y = -2x + 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow C \begin{vmatrix} 0 \\ 4 \end{vmatrix} \\ y = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow D \begin{vmatrix} 2 \\ 0 \end{vmatrix} \end{cases}$$

$$y = -2x + \frac{3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y = \frac{3}{2} \Rightarrow A(0, \frac{3}{2}) \\ x=1 \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \Rightarrow B(1, -\frac{1}{2}) \end{cases}$$

$$y = \frac{1}{2}x - 1 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow C(0, -1) \\ x=1 \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \Rightarrow D(1, -\frac{1}{2}) \end{cases}$$



به طوری که ملاحظه می شود، نقطه D و نقطه B هر دو یکی هستند و مختصات نقطه تقاطع دو خط است.

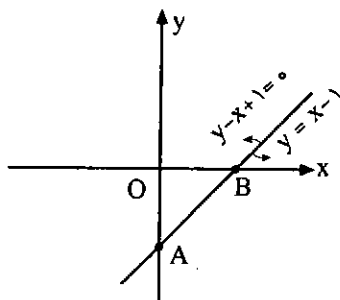
۳- اگر شیبهای دو خط مساوی نباشند، دو خط متقاطعند. (چنانچه شیبهای دو خط عکس یکدیگر با علامت مخالف باشند، هم متقاطعند و هم بر هم عمودند.) مانند دو خط به معادله های $y = -2x$ و $y = x - 3$ که متقاطعند.

۴- اگر هم شیبهای دو خط مساوی و هم عدد ثابت آنها مساوی باشند، آن گاه دو خط بر هم منطبقند و بی شمار نقطه مشترک دارند: مانند:

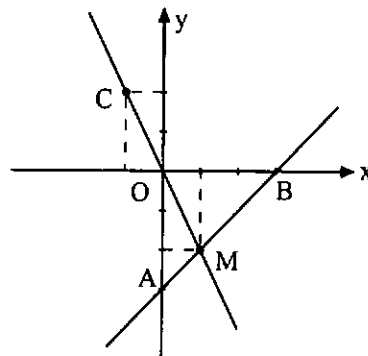
$$y - x + 1 = 0, y = x - 1$$

$$x=0 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow A(0, -1)$$

$$x=1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow B(1, 0)$$



$$y = -2x \Rightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=0 \Rightarrow O(0,0) \\ x=-1 \Rightarrow y=2 \Rightarrow C(-1,2) \end{cases}$$

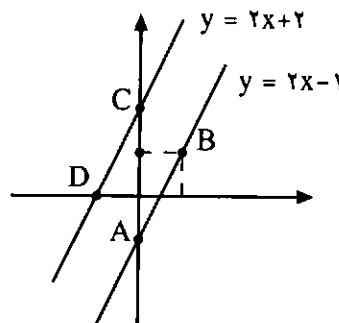


۱-۱۱ مطالبی درباره شیبهای دو خط

۱- اگر شیبهای دو خط برابر باشند، آن گاه آن دو خط موازیند و نقطه تقاطع ندارند؛ مانند دو خط: $y = 2x - 1$ و $y = 2x + 2$.

$$y = 2x - 1 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow A(0, -1) \\ x=1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow B(1, 1) \end{cases}$$

$$y = 2x + 2 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow C(0, 2) \\ x=-1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow D(-1, 0) \end{cases}$$



۲- اگر شیبهای دو خط، عکس یکدیگر باشند، ولی علامتهای آنها یکی مثبت و دیگری منفی باشند، آن گاه دو خط بر هم عمودند و یک نقطه تقاطع دارند (دو خط در نقطه تقاطع بر هم عمودند). مثال: دو خط به معادله های $y = -2x + \frac{1}{2}$ و $y = \frac{1}{2}x - 1$ بر هم عمودند، زیرا شیب اولی -۲ و شیب دومی $(\frac{1}{2})$ است.