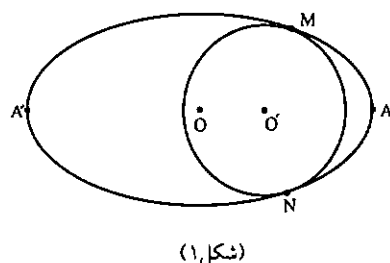


دایره‌های محاط در بیضی

حسین کریمی

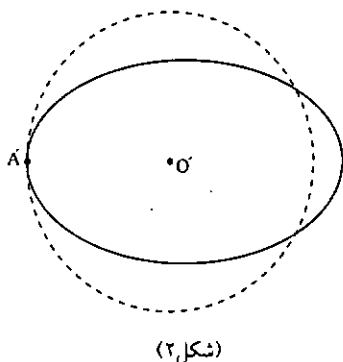
مسأله، بیضی با خروج از مرکز e مفروض است. مطلوب است، احتمال پیدا کردن نقطه‌ای بین دو رأس کانونی که بتوان دایره‌ای به مرکز آن نقطه رسم کرد تا بر بیضی در دو نقطه مماس باشد. (شکل ۱)

پیش نیاز: برای حل مسأله یادآوری چهار مطلب لازم است. اما قبل از بیان آن‌ها ضرورت دارد، به این نکته توجه کنیم که اگر می‌خواستیم دایره در حداقل یک نقطه و یا حداکثر دو نقطه بر بیضی مماس باشد، هر نقطه بین دو رأس کانونی را می‌توانستیم به عنوان مرکز دایره فرض کنیم. زیرا اگر O' نقطه‌ای غیر از مرکز بیضی و بین دو رأس کانونی A و A' باشد، آن‌گاه دایره‌هایی به مرکز O' و به شعاع‌های $O'A$ و $O'A'$ دایره‌هایی بودند که بر بیضی در یک نقطه مماس می‌شوند. در این صورت، احتمال مورد نظر برابر ۱ می‌شد. (شکل‌های ۲، ۳ و ۴)



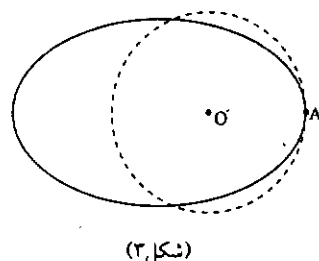
(شکل ۱)

۱. زاویه‌ی بین دو منحنی، زاویه‌ای است که بین خطوط مماس بر دو منحنی در نقطه‌ی تماس حاصل می‌شود. بدین ترتیب، دو منحنی را مماس بر هم گوئیم، هرگاه در نقطه‌ی تماس، دارای خط مماس مشترک باشند. (شکل‌های ۵ و ۶)
۲. اگر M نقطه‌ای از بیضی به کانون‌های F و F' باشد، خطوط مماس و قائم که بر بیضی از نقطه‌ی M رسم شده‌اند، به ترتیب نیمساز زاویه خارجی و داخلی $\angle F'MF$ خواهند بود (خاصیت انعکاسی در بیضی). (شکل ۷)



(شکل ۲)

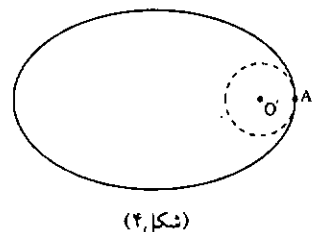
۳. در هر مثلث، نیمساز هر زاویه، ضلع روبه‌رو به آن زاویه را به نسبت دو ضلع زاویه قطع می‌کند. (شکل ۸)



(شکل ۳)

۴. اگر M نقطه‌ای از بیضی به کانون F باشد، در این صورت: $MF \geq a - c$ و $MF \leq a + c$

با توجه به مطالب گفته شده به حل مسأله می‌پردازیم.
حل: فرض کنیم دایره‌ی $C(O', R)$ بر بیضی در دو نقطه‌ی M و N مماس است که در آن، O' (مرکز دایره) نقطه‌ای از قطر اصلی بیضی (بین دو رأس کانونی) است.



(شکل ۴)

