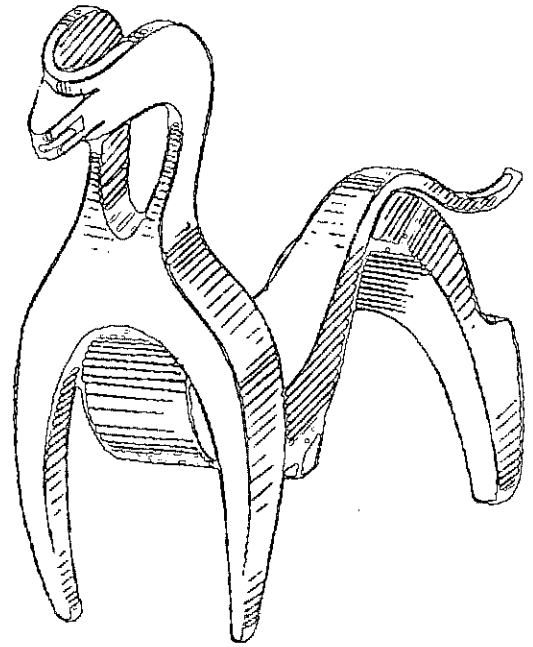
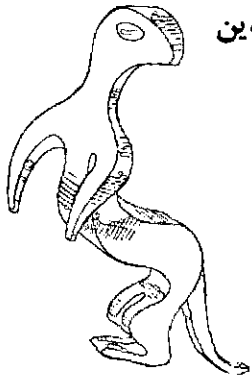


داستان شیر و موش در هندسه



از: دکتر احمد شرف الدین

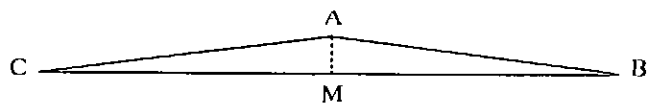


KC را به یک نسبت و در یک جهت تقسیم می‌کنند. نقاط تقاطع اضلاع مثلث ABC را با ضد موازیهای مرسوم از نقاط A' ، B' ، و C' تعیین می‌کنیم. همچنین نقاط تقاطع اضلاع مثلث $A'B'C'$ را با ضد موازیهای مرسوم از نقاط A ، B ، و C تعیین می‌کنیم. بالاخره نقاط تقاطع اضلاع دو مثلث ABC و $A'B'C'$ را به دست می‌آوریم. سه گروه شش نقطه‌ای هم دایره‌ای حاصل می‌شود.

داستان شیر و موش را در کودکی در کتاب دبستانی خوانده‌ایم. اینچنین: «موشی به چنگ شیری افتاد. شیر خواست او را ببلعد. موش از شیر خواست که او را رها کند شاید روزی بتواند شیر را یاری دهد. شیر خندید و گفت از تو حیوان ضعیف چه کاری ساخته است و او را آزاد کرد. روزی شیر در دام صیادی افتاد. موش از آنجا گذشت او را در دام اسیر یافت. فوراً به جویدن طنابهای دام پرداخت و پس از اندکی شیر را آزاد ساخت.»

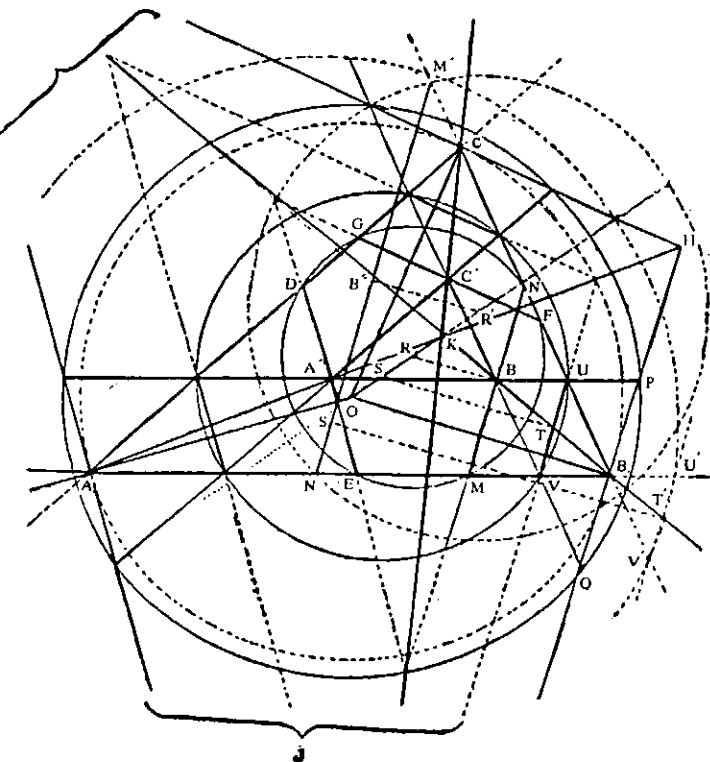
یک حکم مهم هندسی (۱)

در مثلث متساوی الساقین اگر زاویه رأس بسیار نزدیک به 180° باشد، نسبت طول هر ساق به طول میانه مربوط به قاعده بسیار بزرگ است.



خواننده: چرا حکم هندسی بالا را به عنوان یک حکم مهم معرفی کرده‌اید. این حکم بسیار ساده است و در برابر بعضی احکام هندسی بسیار سخت و پیچیده که چون شیراند موشی بیش نیست. چقدر خوب است که حکم (۱) را با حکم هندسی زیر مقایسه کنید تا دیگر آن را به عنوان یک حکم مهم معرفی نکنید.

قضیه: مثلث ABC را در نظر می‌گیریم و نقطه لوموآن مربوط به آن را K می‌نامیم. نقاط A' ، B' ، و C' به ترتیب پاره‌خطهای KA، KB، و



دو نیروی بزرگ ۲۳ تن کشیده می شود احتمال شکسته شدن آن زیاد است.

خواننده از مثال مذکور در بالا به خوبی درمی یابد که حکم هندسی (۱) بسیار مهم است. در صفحات آینده مثالهای دیگری ذکر می کنیم. قبل از ذکر مثالهای بعدی، نسبت اندازه های نیروهای در امتداد دو ساق را به اندازه نیروی در امتداد میانه حساب می کنیم.

محاسبه نسبت اندازه های نیروها. در شکل (۳) چنین داریم:

$$\overline{AP} = \overline{AQ} + \overline{AR}$$

اگر از نقطه M وسط قاعده BC، خط MS را موازی خط AC رسم کنیم، از وسط ساق AB خواهد گذشت. لذا می توان نوشت:

$$(۱) \frac{AP}{AQ} = \frac{AM}{AS} = \frac{2AM}{AB}$$

از طرفی چنین داریم:

$$(۲) \frac{AM}{AB} = \sin MBA$$

هنگامی که زاویه A نزدیک به ۱۸۰° است زاویه MBA کوچک است. فرض کنیم زاویه A مساوی ۱۷۶° باشد آنگاه اندازه زاویه MBA مساوی ۲ درجه است و

$$(۳) \sin MBA = ۰/۰۳۴۹ \dots$$

رابطه (۱) با رعایت رابطه (۳) به صورت زیر درمی آید:

$$\frac{AP}{AQ} = 2 \times ۰/۰۳۴۹ \dots = ۰/۰۶۹۸ \dots \approx ۰/۰۷$$

اگر اندازه نیروی $\overline{AP}$ را مساوی ۵۰ کیلوگرم فرض کنیم، اندازه نیروی $\overline{AQ}$ (یا $\overline{AR}$) در حدود ۷۱۱ کیلوگرم خواهد بود. ملاحظه می شود که نسبت اندازه نیروی $\overline{AQ}$ به اندازه نیروی $\overline{AP}$ بزرگ است.

مثال (۲). یک بازی برای کودکان. مطابق شکل، دو سر یک طناب را احمد و محمود در دست دارند و به سوی خود می کشند. عباس وسط طناب را در دست دارد و آن را چنان می کشد که نیروی آن دو را خنثی کند. آیا عباس می تواند بر آن دو غلبه کند؟

آری. عباس باید در ابتدای بازی طوری قرار گیرد که در وسط طناب باشد و به علاوه زاویه طناب به اندازه کافی بزرگ باشد. سپس طناب را به سوی خود بکشد و در تمام مدت بازی باید توجه داشته باشد که نیروی زیاد و مداوم بر طناب وارد نکند بلکه باید همواره آن اندازه نیرو وارد کند که زاویه طناب به ۱۸۰° نزدیک باشد. اگر

می بیند که حکم (۱) در برابر حکم بالا که چون شیر غرنده است موشی بیش نیست. از حکم (۱) که چون موش ضعیفی است چه کاری ساخته است؟

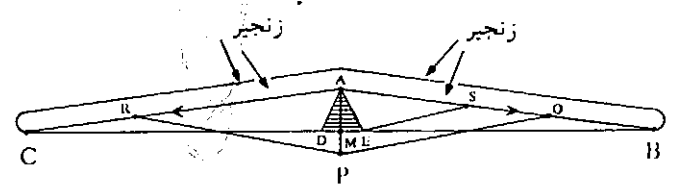
خواننده عزیز اندکی صبر و شکیبایی داشته باشید. بگذارید تا ما کاربردهایی از حکم (۱) عرضه کنیم آن وقت خواهید دید که از این حکم که آن را موش حساب می کنید کارهایی ساخته است که از بسیاری شیرها ساخته نیست!

کاربردهایی از حکم (۱)

حکم (۱) به طور مؤثر در حل بعضی سایل به کار می آید. در ادامه مقاله مثالهای متعددی در این باره عرضه می کنیم.

مثال (۱). یک سنگ می تواند زنجیرهای یک بولدزر را بگسلد. هنگامی که یک بولدزر از روی یک مانع عبور کند، زنجیرهای آن در یک لحظه کوتاه، تماس کامل خود را با زمین از دست می دهند. در این لحظه نیروی کششی بسیار زیاد به زنجیرها وارد می شود به طوری که ممکن است زنجیرها پاره شوند. این مطلب از همان حکم (۱) یعنی خاصیت مثلث متساوی الساقینی که زاویه رأس آن نزدیک ۱۸۰° است نتیجه می شود. اینک توضیح این مطلب:

در شکل زیر، خط افقی BC نمایش زمین و BAC نمایش نیمی از زنجیر بولدزر است و مثلث پرداز شده ADE نمایش یک سنگ است که در نقطه A با زنجیر در تماس است.



قسمتی از وزن یا تمام وزن بولدزر در نقطه A به مانع وارد می شود که آن را با $\overline{AP}$ نمایش می دهیم. این نیرو را می توان به دو نیروی $\overline{AQ}$ و $\overline{AR}$ در امتداد دو ساق مثلث ABC تجزیه کرد. اگر زاویه A نزدیک به ۱۸۰° باشد نسبت اندازه نیروی $\overline{AQ}$ (یا $\overline{AR}$) به اندازه نیروی $\overline{AP}$ بسیار بزرگ است. لذا دو نیروی کششی بزرگ $\overline{AQ}$ و $\overline{AR}$ به زنجیر وارد می شود.

اگر وزن بولدزر ۱۱/۴ تن و سطح تماس هر زنجیر ۴ مترمربع و ارتفاع مانع ۲۵۰ میلی متر باشد اندازه هر یک از دو نیروی $\overline{AQ}$ و $\overline{AR}$ مساوی ۲۳ تن خواهد بود. چون زنجیر در دو طرف نقطه A با

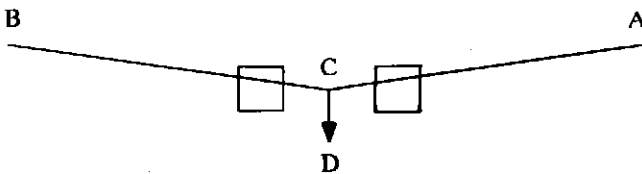
یکدیگر کم کنند.

اگر A و B دو رأس مقابل و O مرکز چادر باشد وقتی چادر را شل کنند مقدار زاویه AOB از 180° دور می شود و لذا مؤلفه های نیرویی که در مرکز چادر به چادر وارد می شود روی دو خط OA و OB کوچکتر خواهد شد.

مثال (۴) خشک کردن لباس روی طناب. دو میخ بزرگ A و B را در دو دیوار موازی هم کاملاً در مقابل هم بکوبید (یعنی به طوری که خط AB افقی باشد و به علاوه عمود بر دو دیوار باشد). سپس دو سر یک طناب را به این دو میخ ببندید به طوری که طناب کاملاً کشیده باشد. اگر تعداد کمی رخت روی طناب آویزان کنیم، در صورتی که جای میخها در دو دیوار کاملاً محکم نباشد (به طور مثال دیوارها گلی باشد یا میخها در بند کشیهای یک دیوار آجری کوبیده شده باشند) پس از اندک مدتی ممکن است دو میخ به تدریج مقداری از دیوارها بیرون بیایند با وجود آنکه وزن رختها چندان زیاد نباشد.

این امر تعجب انگیز به نظر می آید یعنی با وجود آنکه وزن رختها چندان زیاد نیست میخها مقداری از دیوار بیرون می آیند یا کاملاً از دیوار خارج می شوند.

برای توضیح این مطلب حکم هندسی (۱) را به کار می بریم.

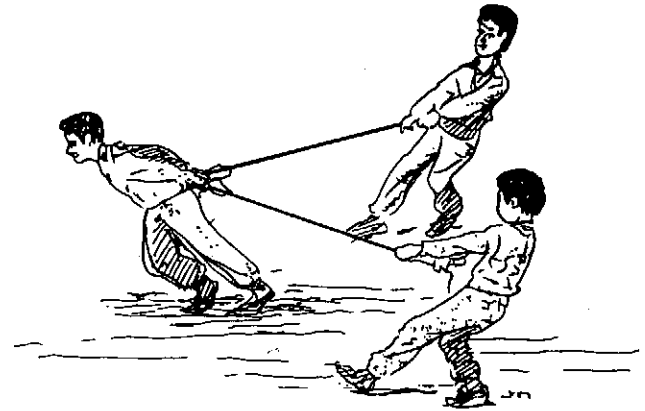


در شکل بالا، بردار $\overrightarrow{CD}$ نمایش نیرویی است که به نقطه C وسط طناب AB وارد می شود. اگر زاویه ACB به 180° نزدیک باشد، مؤلفه های بردار $\overrightarrow{CD}$ روی دو خط CA و CB بزرگ خواهند بود و لذا دو نیروی بزرگ به دو میخ وارد می شود که در صورتی که دیوار محکم نباشد ممکن است میخها بیرون آیند.

از این جهت است که خانهای خانه دار طناب را مقداری شل می بندند.

اکنون درباره مطلب توضیح بیشتری می دهیم: مؤلفه های بردار $\overrightarrow{CD}$ را روی دو خط CA و CB به ترتیب $\vec{a}$ و $\vec{b}$ می نامیم. تصاویر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را روی دو خط CA و CB به ترتیب $\vec{a'}$ و $\vec{b'}$ می نامیم. دو نیروی $\vec{a}$ و $\vec{b'}$ در راستای محورهای دو میخ به آنها وارد می شود و دو میخ را به سوی خارج دیوار می کشند. چون مقدار زاویه های CAB و CBA

عباس نیروی زیاد و مداوم وارد کند زاویه طناب به تدریج کم می شود و لحظه ای فرا می رسد که غلبه خود را نسبت به دو نفر دیگر از دست می دهد.



مثال (۳) توت تکانی. دهقانها برای چیدن توت، از یک چادر (پارچه بزرگ مربعی ضخیم) استفاده می کنند. بدین قرار که چند نفر گوشه های یک چادر را گرفته و در زیر درخت توت می ایستند و یک نفر بالای درخت می رود و شاخه های آن را تکان می دهد تا توتها از درخت به روی چادر بریزد.

در ابتدای کار افرادی که گوشه های چادر را در دست دارند می توانند چادر را با اندک نیرویی به صورت کشیده نگاه دارند (یعنی چادر به صورت یک صفحه باشد). اما همین که مقداری توت به روی چادر ریخته شد و توتها به مرکز چادر رفت نیرویی بزرگ از طرف مرکز چادر به گوشه های آن وارد می شود. به طوری که افرادی که گوشه های چادر را در دست دارند به خوبی احساس می کنند که باید گوشه های چادر را با نیروی بسیاری به طرف خود بکشند تا چادر کمایش کشیده باقی بماند. کسانی که در این کار شرکت کرده باشند به خوبی حس کرده اند که با وجود آنکه مقدار توت در مرکز چادر اندک است نگاهداری گوشه های چادر در دست مشکل است و باید نیرویی زیاد مصرف کنند.

این مطلب با همان حکم شماره (۱) قابل توضیح است.

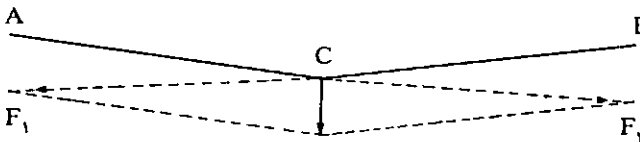
در هنگام توت چینی باید گوشه های چادر را محکم گرفت و چادر را شل کرد. گوشه های چادر را باید محکم در دست بگیرند تا چادر در برابر نیروی زیادی که از مرکز به گوشه ها وارد می شود از دست بیرون نیاید. همچنین چادر را باید شل کنند یعنی هر دو فردی که در برابر هم جای دارند (در دو انتهای یک قطر قرار دارند) باید فاصله خود را از

می‌کنند و هر کدام کامیونها را به طرف جلو هدایت می‌کنند. پهلوان با سینه خود به تخته چرم فشار می‌آورد و با دو دست خود دو کابل CA و CB را با نیرویی که خیلی زیاد نیست، ولی با قیافه ساختگی که نشانگر تلاش بسیار زیاد اوست، به طرف خود می‌کشد.

نیرویی که پهلوان با سینه خود به تخته چرم وارد می‌کند به دو نیروی CF_1 و CF_2 تجزیه می‌شود (شکل زیر) بزرگ بودن این دو نیرو به علت آن است که در مثلث متساوی الساقین CAB ، زاویه رأس C خیلی به ۱۸۰ درجه نزدیک است.

نیروی بزرگ CF_1 نیروی کشش کامیون m و نیروی بزرگ CF_2 نیروی کشش کامیون N را خشی می‌کند.

چون زاویه ACB خیلی به ۱۸۰ درجه نزدیک است تماشاچیان تصور می‌کنند که دو کابل CA و CB در یک امتدادند و این موجب اشتباه در قضاوت آنها می‌شود. آنها تصور می‌کنند که پهلوان نمایش‌دهنده بیش از حد نیرومند است به طوری که با قدرت بازوان خود دو کامیون را به طرف خود می‌کشد و مانع جلو رفتن آنها می‌شود، در حالی که چنین نیست. نیرویی که پهلوان با سینه خود به کابل وارد می‌کند به دو نیروی بزرگ تجزیه می‌شود و این دو نیرو در خلاف نیروهایی است که از طرف دو کامیون به دو انتهای کابل وارد می‌شود.



مثال ۶: نو

نو [= نه نو = ننی = نانو] نوعی گهواره است که از پارچه یا چرم می‌دوزند و از دو طرف آن را با طناب به دو دیوار یا دو درخت متصل می‌کنند.



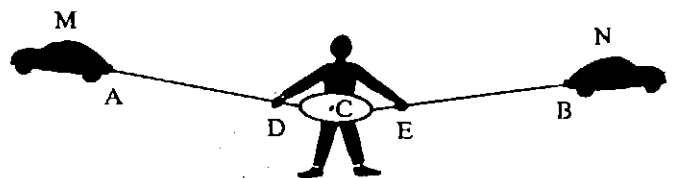
کوچک است پس اندازه‌های دو بردار a و b بزرگ است. اگر دو میخ A و B را در مقابل هم نگویم به طوری که زاویه CAB کوچکتر از زاویه حاصل از خط CA و محور میخ باشد آنگاه نیروی کششی کمتری در امتداد محور میخها به آنها وارد می‌شود و احتمال در آمدن میخها از دیوار کمتر می‌شود.

پس برای آنکه میخها از دیوار بیرون نیایند باید دو میخ را در مقابل هم نگویند (البته دو میخ می‌توانند در یک صفحه افقی باشند) و به علاوه طناب را باید اندکی شل ببندند.

از مثالهای مذکور به خوبی می‌توان دریافت که حکم (۱) که به نظر بسیار ساده می‌رسد چقدر مهم است و قهرمان داستان ماکه یک موش است کارهایی انجام می‌دهد که از بسیاری شیران ساخته نیست.

مثال ۵. یک نمایش پهلوانی

در شکل زیر دو کامیون M و N در خلاف جهت هم قرار گرفته‌اند. کابل AB در نقطه A به شاسی کامیون M و در نقطه B به شاسی کامیون N بسته شده است. نقطه وسط کابل AB را C می‌نامیم. دو تخته چرم را روی هم می‌دوزیم و کابل را از بین دو تخته چرم عبور می‌دهیم به طوری که نقطه C در داخل و وسط چرم باشد.



پهلوان نمایش دهنده، تخته چرم را روی سینه خود می‌گذارد و با سینه خود به آن فشار می‌دهد و با دو دست خود کابل را در دو نقطه D و E می‌گیرد.

طول کابل AB را طوری انتخاب می‌کنیم که نسبت به پهنای سینه پهلوان خیلی بزرگ باشد. پهلوان در جایی قرار می‌گیرد که زاویه دو پاره خط AD و BE به ۱۸۰ درجه خیلی نزدیک باشد.

چون طول کابل AB نسبت به پهنای شانه پهلوان بسیار بزرگ است می‌توان CA و CB را به منزله دو پاره خط راست در نظر گرفت. در این صورت ACB یک مثلث متساوی الساقین است که زاویه رأس آن (یعنی زاویه ACB) خیلی به ۱۸۰ درجه نزدیک است.

نمایش شروع می‌شود. دو راننده کامیون، کامیونها را روشن



ادب ریاضی

چون پیدا و دانسته برابر ناپیدا و نادانسته است، پس همان گونه که گاهی تصور ساده و بدون حکم پیدا و دانسته است مانند شناخت ما به نام مثلث، و زمانی هم تصویری که با او تصدیق همراه است پیدا می باشد مانند باور ما به این که سه زاویه مثلث با دو زاویه قائمه برابر است، همچنین گاهی یک چیز از جهت تصور ناپیدا و ناشناخته است در این صورت معنای آن به ذهن نمی آید، مگر آنکه شناخته شود مانند «ذی الاسمین» و «منفصل» و مانند آن دو، و زمانی یک چیزی از جهت تصدیق ناپیدا و نامعلوم است تا دانسته شود مانند قوی بودن (برابر بودن) قطر دایره نسبت به دو ضلع زاویه قائمه ای که همان قطر، وتر آن زاویه واقع شده است، پس آنچه در علوم و نظایر آن مطلوب ماست یا به سوی تصور ناپیدا و مجهول و یا به سوی تصدیق ناپیدا مطلوب است، که باید به دست آید. >

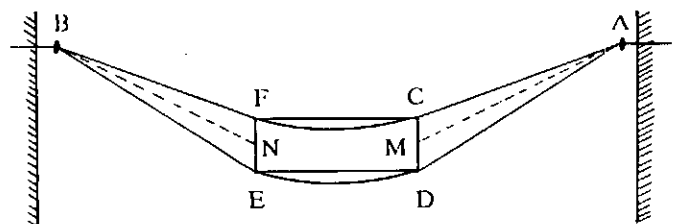
اشارات و تنبیهات

شرح مشکلات و تقریر و باز نمودن مضللات و استخراج علوم و صناعات و بررسی سایل و مباحث و اثبات و استوار کردن آنچه از مباحث محقق می گردد نیاز به تجرید عقل و تمیز ذهن و تصفیه فکر و تدقیق نظر و بریدن از شوائب حیه دارد و نیاز به بریدن و دوری از وسوسهای معتاد و عادی دارد و همه اینها موکول به امان و امان است.

حکمت الاشراف

شیخ شهاب الدین سهروردی

در شکل زیر شمای یک تنو برای بحث هندسی رسم شده است. در این شکل مستطیل CDEF نمایش یک چرم (یا پارچه) نسبتاً گود است. این چرم به دو قطعه چوب CD و EF متصل است. در دو نقطه A و B که دو نقطه مقابل از دو دیوار مقابل یک اتاق اند دو میخ بزرگ A و B به دیوار کوبیده شده اند. دو قطعه چوب CD و EF با طنابهای AC، AD، BE و BF که دارای طولهای مساوی اند، به دو میخ A و B متصل اند. وسطهای دو پاره خط CD و EF را به ترتیب M و N می نامیم. طول طنابها را به اندازه کافی اختیار می کنیم تا زاویه دو خط AM و BN به ۱۸۰ درجه نزدیک نباشد تا دو میخ A و B به آسانی از دو دیوار بیرون نیایند.



مثال ۷. تله کابین

در سیستم حمل و نقل به وسیله تله کابین، کابل تله کابین نباید خیلی کشیده باشد. اگر امتداد کابل در دو طرف غلتک نزدیک ۱۸۰ درجه باشد کشش کابلها در دو طرف غلتک کابین مقدار بزرگی خواهد شد و منجر به بریده شدن کابل می شود.

