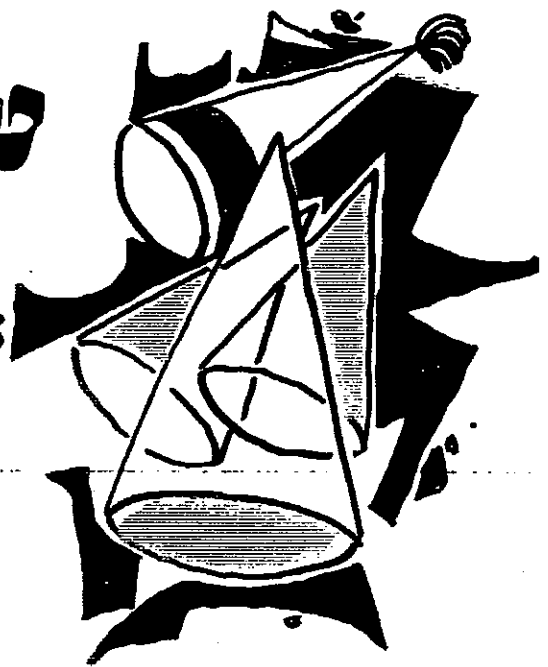


حجم یک مخروط،

بدون کاربرد حساب دیفرانسیل و انتگرال



ام. هیرشهون^۱

ترجمه کریم احمدی دلیر، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تبریز

از این نتیجه می شود که :

$$e = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{A} - \sqrt{a}} h, \quad e + h = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{A} - \sqrt{a}} h$$

و حجم این مخروط ناقص عبارت است از :

$$V = cA \left(\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{A} - \sqrt{a}} h \right) - ca \left(\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{A} - \sqrt{a}} h \right)$$

$$= c \left(\frac{A\sqrt{A} - a\sqrt{a}}{\sqrt{A} - \sqrt{a}} \right) h = c(A + \sqrt{Aa} + a)h.$$

حال ملاحظه می کنیم که همچنان که a به A میل می کند، چه اتفاقی می افتد. این مخروط ناقص به یک استوانه تبدیل می شود و درمی یابیم که $V = 3cAh$. اما می دانیم که برای یک استوانه، $V = Ah$ ، بنابراین $c = \frac{1}{3}$ ، و نتیجه می گیریم که حجم یک مخروط عبارت است از :

$$V = \frac{1}{3} Ah.$$

به عنوان یک جایزه، حجم یک مخروط ناقص را به دست می آوریم :

$$V = \frac{1}{3} (A + \sqrt{Aa} + a)h.$$

دو کاربرد ساده از این فرمول را نتیجه می گیریم.

همه می دانیم که اگر حجم، مساحت قاعده و ارتفاع یک مخروط را به ترتیب با حروف V ، A و h نشان دهیم، حجم آن از فرمول $V = \frac{1}{3} Ah$ به دست می آید. عامل $\frac{1}{3}$ در این فرمول از انتگرالگیری از x^2 نسبت به x ظاهر می شود. هدف این مقاله، با شروع از فرض $V = cAh$ ، نشان دادن بدون کاربرد حساب دیفرانسیل و انتگرال- این مطلب است که $c = \frac{1}{3}$.

با استفاده از این فرمول مخروط، فرمولهای حجم و مساحت سطح یک کره به شعاع R را نیز نتیجه خواهیم گرفت. مخروطی ناقص به ارتفاع h ، مساحت بالایی a و مساحت قاعده A را در نظر بگیرید که از یک مخروط به ارتفاع $e+h$ (« e » برای قسمت «اضافی» است) و مساحت قاعده A بریده شده است. حجم این مخروط ناقص عبارت است از :

$$V = cA(e+h) - cae.$$

حال، مساحت یک برش عرضی این مخروط با مربع فاصله آن از رأس مخروط متناسب است؛ بنابراین :

$$\frac{\sqrt{a}}{e} = \frac{\sqrt{A}}{e+h}.$$