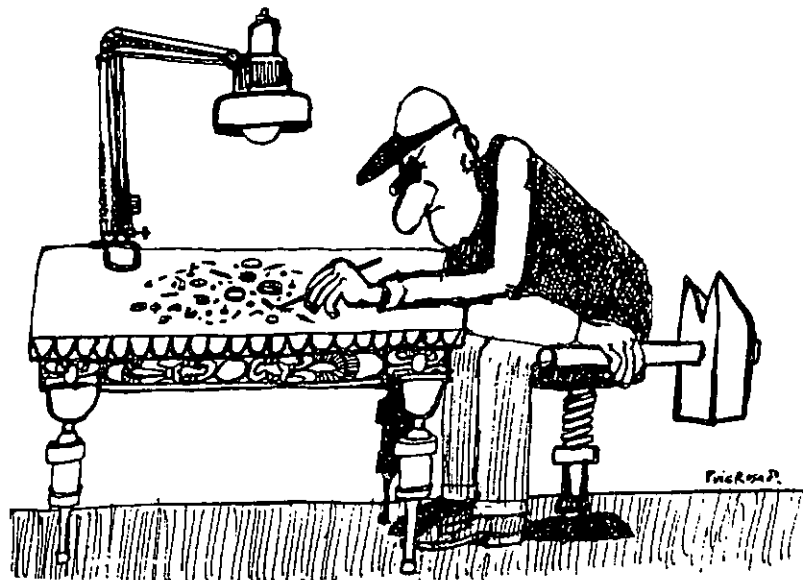


جزء صحیح

(قسمت دوم)

• علی حسن زاده ماکویی



مجموعه جواب $x \in \left[-\frac{1}{3}, 0\right) \cup \left[\frac{3}{4}, 2\right)$

$$\|x - 2[x]\| = 2 \quad 3.$$

$$\text{حل: } [x] \in \mathbb{Z} \Rightarrow \|x - 2[x]\| = \|[x] - 2[x]\| = \|[x]\|$$

$$= 2 \Rightarrow [x] = 2 \Rightarrow x \in [2, 3) \text{ یا } [x] = -2$$

$$\Rightarrow [x] = -2 \text{ یا } [-2, -1)$$

$$x \in [-2, -1) \cup [2, 3) \text{ مجموعه جواب}$$

۴. مجموع x های متعلق به مجموعه $\mathbb{Z}$ که در معادله

$$\left[\frac{x}{3} - x + 1\right] = 1 \text{ صدق می کنند، کدام است؟}$$

$$-4 \quad (4) \quad 3 \quad (3) \quad -1 \quad (2) \quad 2 \quad (1)$$

حل: گزینه دوم صحیح است؛ زیرا:

$$\left[\frac{x}{3} - x + 1\right] = \left[-\frac{2x}{3}\right] + 1 = 1 \text{ یا } \left[-\frac{2x}{3}\right] = 0 \Rightarrow$$

$$0 \leq -\frac{2x}{3} < 1 \text{ یا } -\frac{3}{2} < x \leq 0, x \in \{-1, 0\}, -1 + 0 = -1$$

۵. مجموعه جواب معادله $[2x - 1] + [6 + 2x] = 1$ کدام است؟

$$\left[-\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right) \quad (2) \quad [-2, 1) \quad (1)$$

در شماره ۴ بهار ۷۷ مجله برهان (شماره ۲۴ مسلسل) در مورد جزء صحیح x یعنی $[x]$ (براکت x) مطالبی به اطلاع علاقه مندان رسید. اینک دنباله آن مطالب را با ذکر چند مثال، بی می گیرم.

الف: چند مثال در مورد معادله های براکتی

مجموعه جواب معادله های زیر را تعیین کنید.

$$1. \quad [2x + 1] = -2$$

$$\text{حل: } -2 \leq 2x + 1 < -1 \text{ یا } -3 \leq 2x < -2 \Rightarrow$$

$$-\frac{3}{2} \leq x < -1 \text{ یا } x \in \left[-\frac{3}{2}, -1\right)$$

$$2. \quad \|[2x - 1]\| = 2$$

$$\text{حل: یا } 2 \leq x < \frac{3}{2} \Rightarrow [2x - 1] = 2 \Rightarrow [2x] - 1 = 2 \Rightarrow [2x] = 3 \Rightarrow$$

$$x \in \left[\frac{3}{4}, 2\right) \text{ یا } [2x - 1] = -2 \Rightarrow [2x] = -1 \Rightarrow -1 \leq 2x < 0$$

$$\Rightarrow x \in \left[-\frac{1}{2}, 0\right)$$

$$\left(\frac{1}{2}, 1\right) (2) \quad \left[\frac{1}{2}, 1\right) (1)$$

$$(1, 2) (4) \quad [1, 2) (3)$$

حل: گزینه دوم صحیح است؛ زیرا:

$$2 \times [1 - 2x] - 1 \times 0 = -2 \quad \text{یا} \quad [-2x] = -2$$

$$\Rightarrow -2 \leq -2x < -1 \Rightarrow x \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$$

$$f(3) \text{ اگر } f(x) = \begin{cases} \left[x + \frac{4}{3}\right] & \left[x - \frac{7}{3}\right] \\ -2x + 1 & 3 \end{cases}$$

کدام است؟

$$-12 (4) \quad 20 (3) \quad 19 (2) \quad 7 (1)$$

حل: گزینه اول صحیح است.

$$f(x) = 3 \times \left[x + \frac{4}{3}\right] - (1 - 2x) \times \left[x - \frac{7}{3}\right]$$

$$\Rightarrow f(3) = 3 \times \left[\frac{13}{3}\right] - (-5) \left[-\frac{1}{3}\right] = 3 \times 4 + 5 \times -1 = 7$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -7 \\ 3 & [x+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ 3 & 2[x] \end{bmatrix} \text{ در تساوی}$$

مجموعه جواب x کدام است؟

$$[1, 2) (2) \quad [1, 0) (1)$$

$$[-1, 0) (4) \quad [-2, -1) (3)$$

حل: گزینه دوم صحیح است.

$$[x+1] = 2[x] \quad \text{یا} \quad [x] + 1 = 2[x] \quad \text{یا} \quad [x] = 1$$

$$\Rightarrow 1 \leq x < 2 \quad \text{یا} \quad x \in [1, 2)$$



$$\left[-1, \frac{-1}{2}\right) (4) \quad [-1, 1) (3)$$

حل: گزینه چهارم صحیح است؛ زیرا:

$$[2x] - 1 + [2x] + 6 = 1 \quad \text{یا} \quad 2 \times [2x] = -4$$

$$\Rightarrow -2 \leq 2x < -1 \Rightarrow x \in \left[-1, -\frac{1}{2}\right)$$

$$6. \text{ مجموعه جواب معادله } [1 + \log_2^x] + [2 + \log_2^x] = 5 \text{ کدام}$$

است؟

$$[\sqrt{2}, 3\sqrt{2}) (2) \quad [2, 4) (1)$$

$$[1, 3) (4) \quad [\sqrt{2}, 2\sqrt{2}) (3)$$

حل: گزینه اول صحیح است؛ زیرا:

$$2[\log_2^x] = 2 \quad \text{یا} \quad [\log_2^x] = 1 \Rightarrow 1 \leq \log_2^x < 2$$

$$\Rightarrow 2 \leq x < 4 \quad \text{یا} \quad x \in [2, 4)$$

$$7. \text{ مجموعه ریشه های معادله } \left[\frac{x}{4} - 2\right] = 6 \text{ در مجموعه } Z$$

چند عضو دارد؟

$$3 (4) \quad 4 (3) \quad 1 (2) \quad 2 (1)$$

حل: گزینه سوم صحیح است؛ زیرا:

$$\left[\frac{x}{4}\right] = 8 \Rightarrow 8 \leq \frac{x}{4} < 9 \quad \text{یا} \quad 32 \leq x < 36, \quad x \in Z$$

$$\Rightarrow n = 36 - 32 = 4, \quad (\text{تعداد } x \text{ های صحیح})$$

$$x \in \{32, 33, 34, 35\}$$

$$8. \text{ از مجموعه های زیر، کدام یک در معادله } [1-x] = 3$$

صدق می کند؟

$$(2, 3) (2) \quad (-1, 3) (1)$$

$$(3, 4) (3) \quad (4) \text{ هیچکدام}$$

حل: گزینه سوم صحیح است؛ زیرا:

$$[1-x] = 3 \quad \text{یا} \quad 3 \leq 1-x < 4 \quad \text{یا} \quad -3 < x \leq -2$$

$$[1-x] = -3 \quad \text{یا} \quad -3 \leq 1-x < -2 \quad \text{یا} \quad 3 < x \leq 4$$

$$9. \text{ مجموعه جواب معادله دترمینانی } \begin{vmatrix} [1-2x] & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -2$$

کدام است؟