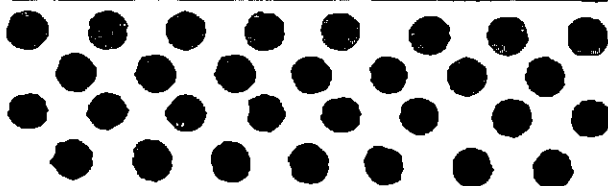


# توان (نما)

(قسمت دوم)

(سال اول نظام جدید و قدیم)

● سید محمدرضا هائسی موسوی



$$(-2)^2 = (-2)(-2) = +4$$

$$(-2)^3 = (-2)(-2)(-2) = -8$$

$$(-2)^4 = (-2)(-2)(-2)(-2) = +16$$

$$(-2)^5 = (-2)(-2)(-2)(-2)(-2) = -32$$

با توجه به تساویهای اخیر دستور زیر را می‌توان بیان

کرد:

(۶) هر عدد حقیقی منفی به توان عددی زوج (مضربی از

۲) برسد حاصل عددی مثبت، و به توان عددی فرد (مضربی از

۲ نباشد) برسد حاصل عددی منفی خواهد شد.

اگر  $a$  عددی حقیقی و  $k$  عدد صحیح دلخواهی باشد،

بیان ریاضی دستور (۶) چنین است: (هر عدد زوج را می‌توان به

صورت  $2k$  و هر عدد فرد را به شکل  $2k+1$  یا  $2k-1$  نشان

داد)

$$(-a)^{2k} = a^{2k}, \quad (-a)^{2k+1} = -a^{2k+1}$$

در آینده مفهوم توانهای گویا و اعمال روی آنها بیان خواهد شد.

برهان:

$$(-a)^{2k} = ((-1) \times (a))^{2k}$$

$$= (-1)^{2k} \times a^{2k} = (+1)a^{2k} = a^{2k}$$

تمرین: اگر  $a$  و  $b$  و  $c$  اعداد حقیقی مخالف صفر و

$m$  و  $n$  اعداد صحیح باشند. حاصل عبارتهای زیر را به دست

آورید.

$$۱) \frac{a^{m+n} \times a^{m-n} \times a^{-m}}{b^{m-n} \times b^{m+n} \times b^{-m}}$$

(جواب:  $(\frac{a}{b})^m$ )

$$۲) \frac{a^{m+n} \div a^{m-n}}{b^{m+n} \div b^{m-n}} \times \frac{b^{n-m} \times b^{n+m}}{c^{n+m} \times c^{n-m}}$$

(جواب:  $(\frac{a}{c})^{2n}$ )

تمرین: عبارت  $(2x^2 - 2)^{-2}$  به ازای چه مقادیری از  $x$

تعریف نشده (مبهم) و به ازای چه مقادیری از  $x$  تعریف شده

است؟

(جواب: به ازای  $x = \pm 1$  تعریف نشده (مبهم) و به ازای بقیه

عددهای حقیقی تعریف شده است.)

● اعداد منفی تواندار

به تساویهای زیر توجه کنید:

$$(-2)^1 = -2$$

به دست آورید.

و همچنین:

$$۱) ((-a)^k)^r \times (-a)^k \times (-a)^k \times (-a)$$

$$(-a)^{rk+1} = (-a)^{rk} \times (-a) =$$

$$a^{rk}(-a) = -a \times a^{rk} = -a^{rk+1}$$

مثال ۱۲: با فرض این که  $a$  یک عدد حقیقی مخالف

صفر باشد، حاصل هر یک از عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$۱) a \times (-a)^{rf} \times (-a)^v \times (-a)^{-5} \times (-a)^{-r}$$

$$۲) ((-a)^5)^{-f} \times ((-a)^{-r})^{-v} \times (-1)^{1374} \times (-1)^{1375}$$

حل:

با استفاده از دستور (۶) داریم:

$$۱) (-a)^{rf} = a^{rf}, (-a)^v = -a^v$$

$$(-a)^{-5} = \frac{1}{(-a)^5} = \frac{1}{-a^5} = -\frac{1}{a^5} = -\left(\frac{1}{a}\right)^5$$

$$(-a)^{-r} = \frac{1}{(-a)^r} = \frac{1}{-a^r} = -\frac{1}{a^r} = -\left(\frac{1}{a}\right)^r$$

پس خواهیم داشت:

$$a \times (-a)^{rf} \times (-a)^v \times (-a)^{-5} \times (-a)^{-r}$$

$$= a \times a^{rf} \times (-a^v) \times \left(-\frac{1}{a^5}\right) \times \left(-\frac{1}{a^r}\right)$$

$$= (-a^{r5+v}) \times \left(\frac{1}{a^{\wedge}}\right) = -\frac{a^{rf}}{a^{\wedge}} = -a^{rf-r-5} = -a^{rf}$$

داریم:

$$((-a)^5)^{-f} = ((-a))^{-r0} =$$

$$(-a)^{-r0} = \frac{1}{(-a)^{r0}} = \frac{1}{a^{r0}} = \left(\frac{1}{a}\right)^{r0}$$

$$((-a)^{-r})^{-v} = (-a)^{(-r) \times (-v)} = (-a)^{r1} = -a^{r1}$$

$$(-1)^{1374} = +1, (-1)^{1375} = -1$$

پس خواهیم داشت:

$$((-a)^5)^{-f} \times ((-a)^{-r})^{-v} \times (-1)^{1374} \times (-1)^{1375} =$$

$$\left(\frac{1}{a^{r0}}\right) \times (-a^{r1}) \times (+1) \times (-1) = \left(\frac{1}{a^{r0}}\right) \times (a^{r1}) = \frac{a^{r1}}{a^{r0}}$$

$$= a^{r1-r0} = a^1 = a$$

تمرین: با فرض این که  $a$  یک عدد حقیقی مخالف صفر

و  $k$  یک عدد صحیح باشد، حاصل هر یک از عبارتهای زیر را

● مجموع و تفاضل اعداد تواندار

برای ساده کردن عبارتهایی مانند:

$$6 \times 2^8 + 5 \times 2^9 + 6 \times 2^7 - 24 \times 2^5$$

ابتدا باید توان اعداد نمایی با پایه یکسان را مساوی کرد. در

عبارت اخیر می توان نمای تمام اعداد توانی با پایه ۲ را به ۸

رساند. یعنی اعداد تواندار با پایه یکسان را مشابه کرد:

$$5 \times 2^9 = 5 \times 2 \times 2^8 = 10 \times 2^8,$$

$$6 \times 2^7 = 3 \times 2 \times 2^7 = 3 \times 2^8,$$

$$24 \times 2^5 = 3 \times 8 \times 2^5 =$$

$$3 \times 2^7 \times 2^5 = 3 \times 2^8$$

بنابراین داریم:

$$6 \times 2^8 + 5 \times 2^9 + 6 \times 2^7 - 24 \times 2^5$$

$$= 6 \times 2^8 + 10 \times 2^8 + 3 \times 2^8 - 3 \times 2^8$$

$$= (6 + 10 + 3 - 3) \times 2^8 = 16 \times 2^8 = 2^4 \times 2^8 = 2^{12}$$

همچنین عبارتی مانند:

$$4 \times 3^{34} + 9 \times 3^{32} - 15 \times 3^{33} + 27 \times 3^{31}$$

را به شکل زیر می توان ساده کرد:

$$4 \times 3^{34} + 9 \times 3^{32} - 15 \times 3^{33} + 27 \times 3^{31}$$

$$= 4 \times 3^{34} + 3^2 \times 3^{32} - 5 \times 3 \times 3^{33} + 3^3 \times 3^{31}$$

$$= 4 \times 3^{34} + 3^{34} - 5 \times 3^{34} + 3^{34} = (4 + 1 - 5 + 1) \times 3^{34}$$

$$= 3^{34}$$

همین طور عبارتی مانند:

$$A = 20(a^7)^2 + 5(-a^7)^3 - 3(-a^7)^2$$

$$+ (-a)^2 \times (2a^7)(-a^7)$$

$$\begin{aligned}
 &= 5^{2x} + 5 \times 5^{2x} - 25 \times 5^{2x} + 25 \times 5^{2x} - 5^{2x} \\
 &= (1 + 5 - 25 + 25 - 1) \times 5^{2x} = 5 \times 5^{2x} = 5^{2x+1} \\
 C &= 9 \times 3^{2x} - 3^{2x} + 27 \times \frac{3^{2x}}{3^2} - 6 \times \frac{3^{2x}}{3} + 2 \times 9^x \times 9 \\
 &= 9 \times 3^{2x} - 3^{2x} + \frac{27}{9} \times 3^{2x} - \frac{6}{3} \times 3^{2x} + 18 \times 3^{2x} \\
 &= (9 - 1 + 3 - 2 + 18) \times 3^{2x} \\
 &= 27 \times 3^{2x} = 3^3 \times 3^{2x} = 3^{2x+3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D &= \frac{2^x + 2 \times 2^x + 2^2 \times 2^x + 2^3 \times 2^x}{4 \times 2^2 \times 2^x - 2 \times 2^2 \times 2^x - 2^2 \times 2^x} \\
 &= \frac{2^x(1+2+4+8)}{2^x(32-16-4)} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}
 \end{aligned}$$

تمرین: با فرض این که  $x$  یک عدد حقیقی است.

حاصل هریک از عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$1) A = 9^x - 2 \times 9^x + 5 \times 3^{2x}$$

$$- 4 \times 3^{2x} + 9 \times 3^{2x} \quad (A = 3^{2x+2} \text{ جواب})$$

$$2) B = 25^x + 5^6 \times 5^{2x+1}$$

$$- 4 \times 25^{x+1} + 4 \times 5^{2x+2} - 5^{2x} \quad (B = 5^{2x+7} \text{ جواب})$$

$$3) C = \frac{3^x + 4 \times 3^x + 3^{x+1} - 5 \times 3^{x+1} + 3^{x+2}}{3 \times 3^{x-1} \times 3^x \times 3^{2-x} + 3^{x+1}} \quad (C = \frac{1}{6} \text{ جواب})$$

$$4) D = \frac{2^{x+2} + 2^{x+2} - 2^{x+2} + 5 \times 2^x}{3 \times 2^x - 2^{x+1} + 2^{x+2} - 5 \times 2^{x+1}} \quad (D = \frac{17}{4} \text{ جواب})$$

### ● حل معادله‌های توانی (نمایی)

معادله توانی، معادله‌ای است که در آن مجهول به

صورت توان ظاهر شده است، مانند:

$$2^x = 16$$

برای حل چنین معادله‌ای باید دو طرف معادله را به دو

عدد تواندار با پایه‌های یکسان تبدیل کنیم:

$$2^x = 2^4$$

که در آن  $a$  عدد حقیقی است را می‌توان به شکل زیر ساده کرد:

$$\begin{aligned}
 A &= 2 \cdot a^6 - 5a^6 - 3a^6 - 2a^6 \\
 &= (2 - 5 - 3 - 2) \times a^6 = -8a^6
 \end{aligned}$$

بنابراین حاصل عبارت  $A$  برابر  $-8a^6$  است.

با توجه به مثالهای اخیر دستور زیر را می‌توان بیان کرد:

۷) برای مجموع یا تفاضل اعداد توانی ابتدا عددهای تواندار با پایه یکسان را متشابه می‌کنیم. و سپس مانند جمع جبری جملات متشابه عمل می‌کنیم. (جمع جبری عبارتهایی با پایه یکسان که غیر متشابه می‌باشند: مانند:  $3a^4 + 4a^3 + 2a^2 - a$  ساده نمی‌شوند).

مثال ۱۳: با فرض این که  $a$  یک عدد حقیقی است.

حاصل هر یک از عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$1) A = 5(a^2)^2 - 4(a^2)^2$$

$$2) B = 7(a^2)^2 + (-a^6)^2 - 3a^{12} + (-a)^{12} - 5(-a^2)^4$$

حل:

$$1) A = 5a^4 - 4a^4 = (5 - 4) \times a^4 = a^4$$

$$\begin{aligned}
 2) B &= 7a^{12} + a^{12} - 3a^{12} + a^{12} - 5a^{12} \\
 &= (7 + 1 - 3 + 1 - 5) \times a^{12} = a^{12}
 \end{aligned}$$

مثال ۱۴: با فرض این که  $x$  یک عدد حقیقی است.

حاصل هریک از عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$1) A = 3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2}$$

$$2) B = 25^x + 5^{2x+1} - 5^{2x+2} + 25^{x+1} - 5^{2x}$$

$$3) C = 9 \times 3^{2x} - 9^x + 27 \times 3^{2x-2} - 6 \times 3^{2x-1} + 2 \times 9^{x+1}$$

$$4) D = \frac{2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3}}{4 \times 2^{x+2} - 2 \times 2^{x+3} - 2^{x+2}}$$

حل:

$$A = 3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2}$$

$$= \frac{3^x}{3} + 3^x + 3 \times 3^x + 3^2 \times 3^x$$

$$= \left(\frac{1}{3} + 1 + 3 + 9\right) \times 3^x = \frac{40}{3} \times 3^x = 40 \times \frac{3^x}{3} = 40 \times 3^{x-1}$$

$$B = 25^x + 5^{2x} \times 5 - 5^{2x} \times 5^2 + 25^x \times 25 - 5^{2x}$$

$$۱۲) 5^{2x+1} + 25^x - 5^{2x+2} + 25^{x+1} - 5^{2x} = 5^{101}$$

$$۱۳) \frac{3^{2x} + 3^{2x-1}}{2 \times 8^x + 8 \times 2^{2x}} = \frac{3}{20}$$

$$۱۴) 3^x \times \left(2\frac{2}{3}\right)^x \times \left(\frac{9}{64}\right)^{x-1} = \frac{9}{8}$$

$$۱۵) (0/5)^{x-2} \times \left(\frac{1}{0/125}\right)^{2-x} = (0/25)^2$$

$$۱۶) 2^{x+1} - 2^{6-x} = 8$$

$$۱۷) 2^{x+1} + 2^{2-x} = 6$$

$$۱۸) 3 \times 9 \times 27 \times 81 \times 3^{2x} - 3^{2x+9} = 2 \times 3^{19}$$

حل:

$$۱) 4^{2x} = 256 \Rightarrow 4^{2x} = 4^4 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow \boxed{x=2}$$

$$۲) 9^{x+1} = 27 \times 3^{x+2} \Rightarrow 3^{2x+2}$$

$$= 3^2 \times 3^{x+1} \Rightarrow 3^{2x+2} = 3^{x+3} \Rightarrow 2x+2 = x+3 \Rightarrow$$

$$2x - x = 3 - 2 \Rightarrow \boxed{x=1}$$

$$۳) 5^x + 5^{x+1} = 6 \Rightarrow 5^x + 5 \times 5^x = 6 \Rightarrow (1+5) \times 5^x = 6$$

$$\Rightarrow 6 \times 5^x = 6 \Rightarrow 5^x = 1 \Rightarrow 5^x = 5^0 \Rightarrow \boxed{x=0}$$

$$۴) 5^{2x+2} \times 2^{2x} = 0/0025 \Rightarrow$$

$$5^2 \times 5^{2x} \times 2^{2x} = \frac{25}{10000} = \frac{25}{10^4}$$

$$\Rightarrow 25 \times (5 \times 2)^{2x} = 25 \times 10^{-4} \Rightarrow$$

$$10^{2x} = 10^{-4} \Rightarrow 2x = -4 \Rightarrow \boxed{x=-2}$$

$$۵) 8 \times 2^{2x^2} + 2 = 2050 \Rightarrow 2^2 \times 2^{2x^2} = 2050 - 2 \Rightarrow$$

$$2^{2x^2+2} = 2048 \Rightarrow 2^{2x^2+2} = 2^{11} \Rightarrow 2x^2 + 2 = 11$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 9 \Rightarrow x^2 = \frac{9}{2} \Rightarrow \boxed{x=\pm\frac{3}{\sqrt{2}}}$$

$$۶) \left(\frac{1}{3}\right)^{2-x} = 243 \Rightarrow (3^{-1})^{2-x} = 3^5$$

$$\Rightarrow 3^{x-2} = 3^5 \Rightarrow x-2=5 \Rightarrow \boxed{x=7}$$

$$۷) \left(\frac{1}{25}\right)^{2x} \times 5^{x-2} = 5 \Rightarrow (5^{-2})^{2x} \times 5^{x-2} = 5$$

$$\Rightarrow 5^{-4x} \times 5^{x-2} = 5 \Rightarrow 5^{-4x+x-2} = 5 \Rightarrow 5^{-3x-2} = 5$$

$$= 5^1 \Rightarrow -3x-2=1 \Rightarrow -3x=3 \Rightarrow \boxed{x=-1}$$

$$۸) 2^{2x-1} + 1 = 9 \Rightarrow 2^{2x-1} = 8$$

$$\Rightarrow 2^{2x-1} = 2^3 \Rightarrow 2x-1=3 \Rightarrow 2x=4$$

$$\Rightarrow 2x=4 \Rightarrow x=2 \Rightarrow \boxed{x=2}$$

سپس توانهای دو طرف تساوی را مساوی هم قرار دهیم

و جواب معادله را به دست آوریم:

$$x=4$$

این تذکر لازم است که برای حل معادلات توانی باید

آگاهی کافی از تعاریف و دستورات و عملیات توانی داشته

باشیم. زیرا غالباً برای حل کردن یک معادله توانی باید اعمال

جبری مختلفی انجام دهیم تا به یک تساوی قابل حل برسیم.

(حل معادلات توانی از نوع دیگر را در مبحث لگاریتم خواهید

دید.)

مثال ۱۵: معادله توانی زیر را حل کنید.

$$2^{2x+1} + 4^{x+2} + 2 = 74$$

حل:

$$2^{2x+1} + 4^{x+2} = 74 - 2 \Rightarrow 2^{2x} \times 2 + 4^2 \times 4^x = 72 \Rightarrow$$

$$2 \times 2^{2x} + 16 \times 2^{2x} = 72 \Rightarrow (2+16) \times 2^{2x} = 72 \Rightarrow$$

$$18 \times 2^{2x} = 72 \Rightarrow 2^{2x} = \frac{72}{18} = 4$$

$$\Rightarrow 2^{2x} = 2^2 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow \boxed{x=1}$$

بنابراین تنها جواب معادله  $x=1$  است.

مثال ۱۶: معادله های نمایی زیر را حل کنید.

$$۱) 4^{2x} = 256$$

$$۲) 9^{x+1} = 27 \times 3^{x+2}$$

$$۳) 5^x + 5^{x+1} = 6$$

$$۴) 5^{2x+2} \times 2^{2x} = 0/0025$$

$$۵) 8 \times 2^{2x^2} + 2 = 2050$$

$$۶) \left(\frac{1}{3}\right)^{2-x} = 243$$

$$۷) \left(\frac{1}{25}\right)^{2x} \times 5^{x-2} = 5$$

$$۸) 2^{2x-1} + 1 = 9$$

$$۹) \left(\frac{1}{49}\right)^{x-\frac{7}{2}} \times 7^x = 7^4$$

$$۱۰) 8^{x+2} = 8 \times 3^{4x+4}$$

$$۱۱) 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} = 360$$

$$\Rightarrow \left(\frac{8 \times 9^2}{64 \times 64}\right)^x = \frac{9^2}{64 \times 8}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{9^2}{64 \times 8}\right)^x = \left(\frac{9^2}{64 \times 8}\right)^1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{81}{512}\right)^x = \left(\frac{81}{512}\right)^1 \Rightarrow \boxed{x=1}$$

$$15) (0/5)^{x-2} \times \left(\frac{1}{0/125}\right)^{2-x} =$$

$$(0/25)^2 \Rightarrow (0/5)^{x-2} \times (0/125)^{x-2} = (0/5)^2$$

$$\Rightarrow (0/5)^{x-2} \times (0/5)^{2x-12} = (0/5)^2 \Rightarrow (0/5)^{x-2+2x-12} = (0/5)^2$$

$$= (0/5)^2 \Rightarrow (0/5)^{3x-14} = (0/5)^2 \Rightarrow$$

$$3x-14=2 \Rightarrow 3x=16 \Rightarrow \boxed{x=5}$$

$$16) 2^{x+1} - 2^{6-x} = 8 \Rightarrow 2 \times 2^x - 2^6 \times 2^{-x} = 8$$

طرفین معادله را بر ۲ تقسیم و در  $2^x$  ضرب می‌کنیم:

$$\frac{2^x}{2} (2 \times 2^x - 2^6 \times 2^{-x}) = 8 \times \frac{2^x}{2} \Rightarrow 2^{2x} - 2^5 = 4 \times 2^x$$

یا فرض  $2^x = A$  داریم:

$$A^2 - 32 = 4A \Rightarrow A^2 - 4A - 32 = 0$$

$$\Rightarrow (A+4)(A-8) = 0$$

$$\Rightarrow A+4=0 \quad \text{یا} \quad A-8=0$$

$$\Rightarrow 2^x+4=0 \quad \text{یا} \quad 2^x-8=0 \Rightarrow 2^x=-4$$

$$\text{یا} \quad 2^x=8=2^3 \Rightarrow \boxed{x=3}$$

معادله  $2^x = -4$  جواب ندارد.

$$17) 2^{x+1} + 2^{2-x} = 6 \Rightarrow$$

$$2 \times 2^x + 2^2 \times 2^{-x} = 6$$

طرفین معادله را بر ۲ تقسیم و در  $2^x$  ضرب می‌کنیم:

$$\frac{2^x}{2} (2 \times 2^x + 4 \times 2^{-x}) = \frac{2^x}{2} \times 6$$

$$\Rightarrow 2^{2x} + 2 = 3 \times 2^x$$

با فرض  $2^x = A$  داریم:

$$A^2 + 2 = 3A \Rightarrow A^2 - 3A + 2 = 0$$

$$\Rightarrow (A-1)(A-2) = 0$$

$$\Rightarrow A-1=0 \quad \text{یا} \quad A-2=0 \Rightarrow A=1 \quad \text{یا}$$

$$A=2 \Rightarrow 2^x=1 \quad \text{یا} \quad 2^x=2$$

$$\Rightarrow 2^x=2^0 \quad \text{یا} \quad 2^x=2^1 \Rightarrow \boxed{x=0} \quad \text{یا} \quad \boxed{x=1}$$

$$9) \left(\frac{1}{49}\right)^{x-\frac{2}{3}} \times 7^x = 7^2 \Rightarrow (7^{-2})^{x-\frac{2}{3}} \times 7^x = 7^2$$

$$\Rightarrow 7^{-2x+\frac{4}{3}} \times 7^x = 7^2 \Rightarrow 7^{-2x+\frac{4}{3}+x} = 7^2 \Rightarrow 7^{-x+\frac{4}{3}} = 7^2$$

$$\Rightarrow -x+\frac{4}{3}=2 \Rightarrow -x=1 \Rightarrow \boxed{x=-1}$$

$$10) 8^{x+2} = 8 \times 3^{4x+2} \Rightarrow \frac{8^{x+2}}{8} = \frac{8 \times 3^{4x+2}}{8} \Rightarrow$$

$$8^{x+2-1} = 3^{4(x+1)} \Rightarrow 8^{x+1} = (3^4)^{x+1} \Rightarrow 8^{x+1} = 81^{x+1}$$

در معادله اخیر، نماهای طرفین مساوی است، ولی پایه‌ها مساوی نیست. بنابراین معادله وقتی جواب دارد که نمای طرفین معادله برابر صفر شود:

$$x+1=0 \Rightarrow \boxed{x=-1}$$

معادله به ازای  $x=-1$  به تساوی عددی  $8^0=81^0$

تبدیل می‌شود، که یک تساوی درست است.

$$11) 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} = 360$$

$$\Rightarrow 3^x + 3 \times 3^x + 3^2 \times 3^x + 3^3 \times 3^x = 360$$

$$\Rightarrow (1+3+9+27) \times 3^x = 360 \Rightarrow 40 \times 3^x = 360$$

$$\Rightarrow 3^x = \frac{360}{40} = 9 \Rightarrow 3^x = 3^2 \Rightarrow \boxed{x=2}$$

$$12) 5^{2x+1} + 25^x - 5^{2x+2} + 25^{x+1} - 5^{2x} = 5^{101} \Rightarrow$$

$$5 \times 5^{2x} + 5^{2x} - 5^2 \times 5^{2x} + 25 \times 5^{2x} - 5^{2x} = 5^{101}$$

$$\Rightarrow (5+1-25+25-1) \times 5^{2x} = 5^{101} \Rightarrow 5 \times 5^{2x} = 5^{101}$$

$$\Rightarrow 5^{2x+1} = 5^{101} \Rightarrow 2x+1=101 \Rightarrow 2x=100$$

$$\Rightarrow \boxed{x=50}$$

$$13) \frac{3^{2x} + 3^{2x-1}}{2 \times 8^x + 8 \times 2^{2x}} = \frac{3}{20} \Rightarrow \frac{3^{2x} + \frac{1}{3} \times 3^{2x}}{2 \times 8^x + 8 \times 8^x} = \frac{3}{20}$$

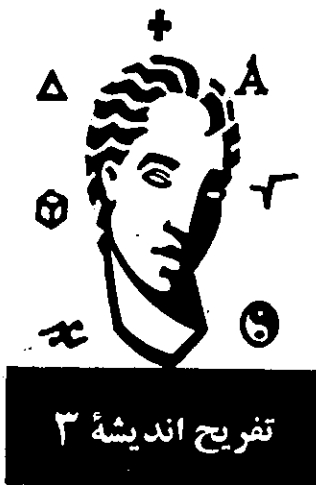
$$\Rightarrow \frac{(1+\frac{1}{3}) \times 3^{2x}}{(2+8) \times 8^x} = \frac{3}{20} \Rightarrow \frac{\frac{4}{3} \times 9^x}{10 \times 8^x} = \frac{3}{20} \Rightarrow \frac{4}{30} \times \left(\frac{9}{8}\right)^x =$$

$$\frac{3}{20} \Rightarrow \left(\frac{9}{8}\right)^x = \frac{9}{8} \Rightarrow \left(\frac{9}{8}\right)^x = \left(\frac{9}{8}\right)^1 \Rightarrow \boxed{x=1}$$

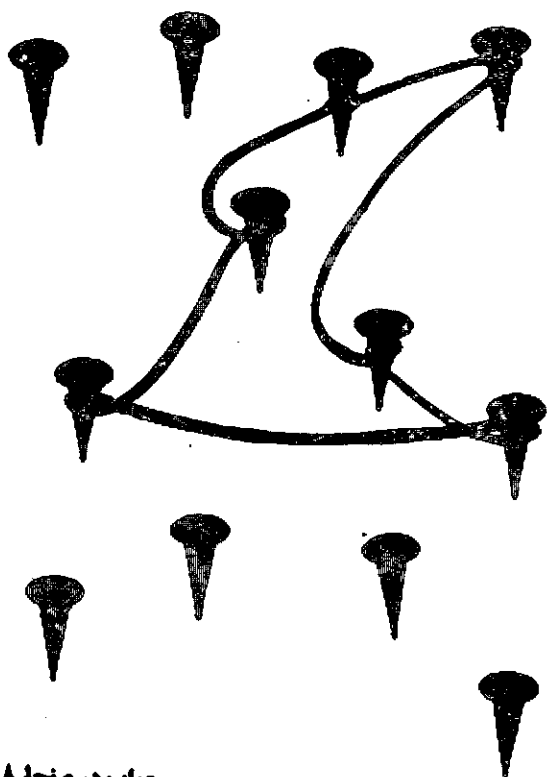
$$14) 3^x \times \left(2\frac{2}{3}\right)^x \times \left(\frac{9}{64}\right)^{2x-1} = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow 3^x \times \left(\frac{8}{3}\right)^x \times \left(\frac{9}{64}\right)^{2x} \times \left(\frac{9}{64}\right)^{-1} = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow \left(3 \times \frac{8}{3}\right)^x \times \left(\frac{9^2}{64^2}\right)^x \times \frac{64}{9} = \frac{9}{8}$$



تعدادی میخ چوبی را در زمین فرو کرده‌ایم، و دو بازیکن مقداری نخ دارند. هر بازیکن به نوبت، جفت میخهایی را که قبلاً به هم وصل نشده‌اند می‌بندد. بازیکنی که شکلی بسته را ایجاد کند می‌برد.



جواب در صفحه ۸۸

بنابراین معادله دارای دو جواب  $x=0$  و  $x=1$  می‌باشد.

$$\begin{aligned}
 18) \quad & 3 \times 9 \times 27 \times 81 \times 3^{2x} - 3^{2x+9} = \\
 & 2 \times 3^{19} \Rightarrow 3 \times 3^2 \times 3^3 \times 3^4 \times 3^{2x} - 3^{2x+9} = 2 \times 3^{19} \\
 & \Rightarrow 3 \times 3^9 \times 3^{2x} - 3^{2x+9} = 2 \times 3^{19} \Rightarrow 3 \times 3^{2x+9} - 3^{2x+9} \\
 & = 2 \times 3^{19} \Rightarrow (3-1) \times 3^{2x+9} = 2 \times 3^{19} \Rightarrow \\
 & 2 \times 3^{2x+9} = 2 \times 3^{19} \Rightarrow 3^{2x+9} = 3^{19} \\
 & \Rightarrow 2x+9=19 \Rightarrow 2x=10 \Rightarrow \boxed{x=5}
 \end{aligned}$$

تمرین: معادله‌های زیر را حل کنید.

- ۱)  $5^{5x} = 5^{100}$
- ۲)  $4^{5x+1} = 2^{762}$
- ۳)  $3^{3x-1} + 1 = 10$
- ۴)  $9^{3x} = 3 \times 3^{x+4} \times 3^{x-1}$
- ۵)  $3^{x+1} + 3^{x-1} = 30$
- ۶)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{5-x} = 2^{95}$
- ۷)  $3^{10} \times 3^{20} \times 3^{30} \times 3^{40} \times 3^x - 3^{x+99} = 2 \times 3^9$
- ۸)  $2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 15$
- ۹)  $\frac{3^{2x+1} + 3^{2x}}{4 \times 8^x + 2^{2x+2}} = \frac{9}{40}$
- ۱۰)  $3^{x-2} \times 2^x \times \left(2\frac{2}{3}\right)^x \times \left(\frac{9}{64}\right)^{2x} = \frac{9}{64}$
- ۱۱)  $\left(\frac{1}{49}\right)^{x-\frac{7}{2}} = 7^{2-x}$
- ۱۲)  $5^{x+2} = 25 \times 2^{5x+5}$
- ۱۳)  $7^{2x^2+1} - 49^{x^2} = 6 \times 7^x \times 49^2$
- ۱۴)  $4 \times 8^{2x} \times \left(\frac{1000}{125}\right)^{2-x} = 0.0625$
- ۱۵)  $2^{x+2} = 16 + 2^{7-x}$
- ۱۶)  $25^{2x+2} + 5^{2x+1} + 5^{2x+2} + 21 =$   
 $25^{x+2} + 5^{2x+2} + 5^{2x} + 5^2$
- ۱۷)  $7^{x+1} + 7^{2-x} = 56$
- ۱۸)  $2^{2x} + 2 = 17 + (1274)^x \times (1274)^{-x}$