

توابع گزاره‌ای و سورها^۲

● غلامرضا یاسی پور

۱. قضایای فردی^۳ و قضایای عمومی^۴

روشهای منطقی^۵ی که تاکنون مورد بحث قرار گرفته‌اند تنها در مورد استدلالهایی^۶ به کار می‌روند که درستی^۷شان به روشی که طبق آن گزاره‌های ساده^۸ به‌طور تابع ارزشی^۹ به گزاره‌های مرکب^{۱۰} ترکیب شده‌اند وابسته است. آن روشها را در مورد استدلالهایی چون استدلال زیر نمی‌توان به کار برد:

تمام انسانها میرا هستند.
سقراط انسان است.
بنابراین سقراط میراست.

به این ترتیب «شهره ترسو است» و «شهره می‌ترسد» همان معنی را دارند که می‌توان آن را با «شهره دارای ترس است» نیز بیان کرد. در علامتی کردن قضایای فردی، حرف کوچک «l» تا «w» را برای نمایش دادن افراد، معمولاً با استفاده از حروف اول نام فرد برای نمایش دادن آن فرد، به کار می‌بریم، به علت این‌که این علائم افراد را نمایش می‌دهند آنها را «ثابتهای فردی»^{۱۸} می‌نامیم. برای معرفی کردن صفات از حروف بزرگی که ابتدای آن صفاتند استفاده می‌کنیم. به این ترتیب در زمینه استدلال قبل «سقراط» را با حرف کوچک «s» و صفات «انسان» و «میرا» را با حروف بزرگ «E» و «M» نمایش می‌دهیم.

برای بیان کردن یک قضیه فردی به صورت علامتی، علامت محمول آن را در سمت چپ علامت موضوع آن می‌نویسیم. به این ترتیب «سقراط انسان است» را به صورت «Es» و «سقراط میراست» را به صورت «Ms» نمایش می‌دهیم.

با بررسی اشکال علامتی قضایای فردی‌ای که دارای یک محمولند، مشاهده می‌کنیم تمام آنها قالب مشترکی دارند، و هریک از اشکال علامتی قضایای فردی «ارسطو انسان است»، «بوستون انسان است»، «کالیفرنیا انسان است»، «دکارت انسان است»، ... که عبارت از «Ea»، «Eb»، «Ec»، «Ed»، ... می‌باشند، شامل علامت صفتی «E» که پس از آن ثابت فردی می‌آید، است. در این صورت عبارت «Ex» را برای علامتی کردن قالب مشترک تمام قضایای فردی‌ای که اظهار می‌کنند افرادی دارای صفت انسانند به کار می‌گیریم. حرف کوچک «x»ی که به متغیر فردی^{۱۹} موسوم است - یک مشخص

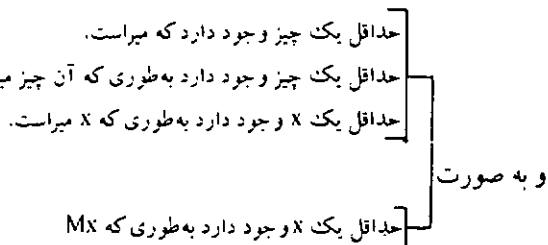
درستی چنین استدلالی به ساختمان منطقی^{۱۱} داخلی گزاره‌های نامرکبی^{۱۲} که استدلال شامل آنهاست بستگی دارد. برای ارزیابی چنین استدلالهایی باید روشهای تحلیل گزاره‌های نامرکب و علامتی کردن ساختارهای^{۱۳} داخلی‌شان را توسعه دهیم.

مقدمه^{۱۴} دوم استدلال قبل یک قضیه فردی (شخصیه) است، که اظهار می‌کند شخص سقراط صفت انسان بودن را داراست. در این مورد «سقراط» را موضوع^{۱۵} و «انسان» را محمول^{۱۶} می‌نامیم. هر قضیه فردی (موجه^{۱۷}) اظهار می‌کند فردی که به آن با عبارت موضوعش اشاره کرده است دارای صفتی که توسط عبارت محمولش معین شده، می‌باشد، و در این مورد افراد را نه تنها به عنوان اشخاص، بلکه هر شیء، چون حیوان، شهر، ملت، سیاره یا ستاره، که به آن صفات را می‌توان به صورت معنی‌داری حمل کرد در نظر می‌گیریم. این صفات را نه تنها با صفت، بلکه با اسم یا حتی فعل نیز، می‌توان معین کرد، و

نوشتن آن به صورت «با معلوم بودن هر x ، Mx » استفاده کنیم. عبارت «با معلوم بودن هر x به «سور عمومی»^{۲۵} موسوم است و به صورت « (x) » علامتی می‌شود. بنابراین با به کار بردن این علامت جدید می‌توانیم به طور کامل قضیهٔ عمومی اولمان را به صورت:

$$(x) Mx$$

علامتی کنیم. به همین ترتیب می‌توانیم قضیهٔ عمومی دومان، یعنی «چیزی میراست» را متوالیاً به صورتهای:



تفسیر کنیم. عبارت «حداقل یک x وجود دارد به طوری که» به «سور وجودی»^{۲۶} موسوم است و به صورت « $(\exists x)$ » علامتی می‌شود. به این ترتیب با به کار بردن این علامت جدید می‌توانیم به طور کامل قضیهٔ عمومی دومان را به صورت:

$$(\exists x) Mx$$

علامتی کنیم. به این ترتیب قضیهٔ عمومی از تابع گزاره‌ای با قراردادن سور عمومی یا سور وجودی در جلو آن ساخته می‌شود. واضح است که تصویر عمومی^{۲۷} یک تابع گزاره‌ای اگر و فقط اگر تمام مثالهای جانشین آن تسایع گزاره‌ای راست باشند، راست است، و تصویر وجودی^{۲۸} یک تابع گزاره‌ای اگر و فقط اگر حداقل یک مثال جانشین راست داشته باشد، راست می‌باشد. اگر قبول داشته باشیم که حداقل یک فرد موجود است در این صورت هر تابع گزاره‌ای حداقل یک مثال جانشین (راست یا دروغ) دارد. تحت این فرض، اگر تصویر عمومی یک تابع گزاره‌ای راست باشد، در این صورت تصویر وجودی آن نیز باید راست باشد.

می‌توانیم با بررسی دو قضیهٔ عمومی اضافی «چیزی میراست» و «هیچ چیز میراست» که نقیضهای^{۲۹} مربوط به دو قضیهٔ عمومی اولی که مورد بررسی قرار گرفته‌اند می‌باشند، نشان دهیم که رابطهٔ

کنندهٔ مکان صرف است که دلالت می‌کند که ثابت فردی را برای به دست آوردن یک قضیهٔ فردی کجا می‌توان نوشت. قضایای فردی « Ea »، « Eb »، « Ec »، « Ed »، ... یا راست یا دروغند؛ اما « Ex » نه راست نه دروغ، و نه قضیه است. عباراتی چون « Ex » را «توابع گزاره‌ای»^{۳۰} می‌نامند. این توابع به صورت عباراتی تعریف می‌شوند که شامل متغیرهای فردی‌اند و زمانی که به جای متغیرهای فردی شان ثابتهای فردی قرار داده شود به صورت قضیه یا گزاره در می‌آیند. هر قضیهٔ فردی را می‌توان به صورت یک مثال جانشین^{۳۱} تابع گزاره‌ای بی که آن قضیه با قراردادن یک ثابت فردی به جای متغیر فردی آن تابع گزاره‌ای از آن به دست می‌آید در نظر گرفت. عمل به دست آوردن یک قضیه از یک تابع گزاره‌ای با قراردادن ثابت به جای متغیر، «تمثیل»^{۳۲} نامیده می‌شود. قضایای فردی منفی «ارسطو انسان نیست» و «بوستون انسان نیست» که به صورت « $\sim Ea$ » و « $\sim Eb$ » نمایش داده می‌شوند، با استفاده از تمثیل از تابع گزاره‌ای « $\sim Ex$ » که این قضایا مثالهای جانشین آنند نتیجه می‌شوند. به این ترتیب ملاحظه می‌کنیم که علائمی غیر از علائم صفت و متغیرهای فردی می‌تواند در توابع گزاره‌ای رخ دهد.

قضایای عمومی‌ای چون «هر چیز میراست» و «چیزی میراست» در این که شامل اسامی افراد نیستند با قضایای فردی تفاوت دارند. اما، آنها را نیز می‌توان به صورت نتیجهٔ توابع گزاره‌ای، گرچه نه با استفاده از تمثیل بلکه با استفاده از عملی موسوم به تعمیم^{۳۳} یا «تصویر»^{۳۴} در نظر گرفت. به این ترتیب، مثال اول، یعنی «هرچیز میراست» را می‌توان به طرق دیگر به صورت

«با معلوم بودن هر شیء فردی هرچه که باشد، آن (شیء) میراست»

بیان کرده در این جا ضمیر موصول «آن» اشاره به کلمهٔ «شیء» که در گزارهٔ پیش از آن آمده است دارد. در این مورد می‌توانیم متغیر فردی « x » را به جای ضمیر «آن» و مقدمش را برای تفسیر قضیهٔ عمومی اول به صورت

«با معلوم بودن هر x ، x میراست»

به کار ببریم. سپس می‌توانیم از علامتی که قبلاً معرفی شده، برای

تمام انسانها میرا هستند.
هیچ انسانی میرا نیست.
بعضی انسانها میرا هستند.
بعضی انسانها میرا نیستند.

این قضایا به ترتیب به صورت «موجبه کلیه»^{۲۴}، «سالبه کلیه»^{۲۵}، «موجبه جزئی»^{۲۶} و «سالبه جزئی»^{۲۷} دسته‌بندی شده‌اند، و نوعشان بار دیگر به ترتیب به صورت «A»، «E»، «I»، «O» مختصر شده است. (فرض بر این است که این نامهای حرفی از لاتین و از «Affirme» و «nEgO» به معنای «تأیید می‌کنم» و «حاشا می‌کنم» آمده باشند.) این چهار صورت مخصوص قضایای موضوع محمولی به کمک توابع گزاره‌ای و سورها بسادگی علامتی می‌شوند.

Symbolic Logic

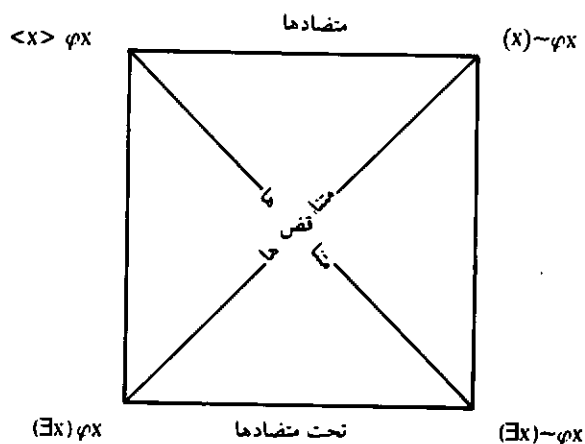
مرجع:

Irving M. Copi

یادداشتها

- | | |
|----------------------------|--------------------------------|
| 1. Propositional Functions | 20. Propositional functions |
| 2. Quantifiers | 21. Substitution instance |
| 3. Singular propositions | 22. Instantiation |
| 4. General propositions | 23. Generalization |
| 5. Logical Techniques | 24. Quantification |
| 6. Arguments | 25. Universal quantifier |
| 7. Validity | 26. Existential quantifier |
| 8. Simple statements | 27. Universal quantification |
| 9. Truth functionally | 28. Existential quantification |
| 10. Compound statements | 29. Negations |
| 11. Logical structure | 30. Equivalent |
| 12. Noncompound statements | 31. Contraries |
| 13. Structures | 32. Subcontraries |
| 14. Second premiss | 33. Contradictories |
| 15. Subject | 34. Universal affirmative |
| 16. Predicate | 35. Universal negative |
| 17. Affirmative | 36. Particular affirmative |
| 18. Individual constants | 37. Particular negative |
| 19. Individual variable | |

دیگری بین تصویر عمومی و وجودی موجود است. «چیزی میرا نیست» به صورت « $(\exists x) \sim Mx$ » و «هیچ چیز میرا نیست» به صورت « $(x) \sim Mx$ » علامتی می‌شود. این دو نشان می‌دهند که نقیض تصویر عمومی (وجودی) یک تابع گزاره‌ای منطقاً هم‌ارز تصویر وجودی (عمومی) تابع گزاره‌ای جدید است که از قراردادن علامت نقیض در جلو تابع گزاره‌ای اول حاصل می‌شود. در این صورت چون حرف یونانی فی را برای نمایش دادن هر علامت صفتی به کار بریم، می‌توانیم روابط عمومی بین تصویر عمومی و وجودی را برحسب جدول مربع شکل زیر توصیف کنیم:



با فرض وجود حداقل یک فرد، می‌توانیم بگوییم که: دو قضیه بالای مربع متضاد^{۲۸} اند، یعنی ممکن است هر دو دروغ باشند اما نمی‌توانند هر دو راست باشند، دو قضیه پایین مربع تحت متضادها^{۲۹} هستند یعنی می‌توانند هر دو راست باشند اما نمی‌توانند هر دو دروغ باشند، قضایایی که در دو سر مقابل اقطار قرار دارند متناقض^{۳۰} اند، که از آنها یکی باید راست و دیگری دروغ باشد، و بالاخره، در هر ضلع، راستی قضیه بالا مستلزم راستی قضیه‌ای است که مستقیماً پایین آن است.

منطق قدیم بر چهار نوع قضیه موضوع محمولی، که با مثالهای زیر توضیح داده شده‌اند، تأکید کرده است: