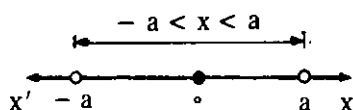


تعیین علامت عبارتهای جبری و حل نامعادلات و دستگاه توأم

(مورد استفاده دانش آموزان سال اول و دوم ریاضیات ۴ نظام جدید)

سید محمد رضا هاشمی موسوی

$$۷) x^2 < a^2 \text{ و } a > 0 \Rightarrow -a < x < a$$

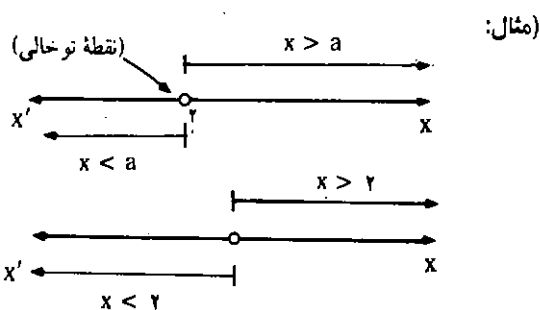
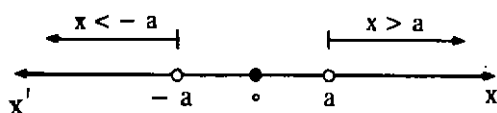


تعریف: هر رابطه با نماد « $>$ » یا « $<$ » در مجموعه عددهای حقیقی را یک نامساوی می‌نامیم. مانند: $b < a$ یا $a > b$.

نامساوی و محور اعداد

به طور کلی می‌نویسیم $x > a$ یا $x < a$ و در این صورت روی محور چنین نمایش می‌دهیم:

$$۸) x^2 > a^2 \text{ و } a > 0 \Rightarrow x > a \text{ یا } x < -a$$



$$۹) ab > 0 \Rightarrow (a > 0 \text{ و } b > 0) \text{ یا } (a < 0 \text{ و } b < 0)$$

$$۱۰) ab < 0 \Rightarrow (a > 0 \text{ و } b < 0) \text{ یا } (a < 0 \text{ و } b > 0)$$

$$۱۱) a < b, \begin{cases} a > 0, b > 0 \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b} \\ a < 0, b < 0 \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b} \end{cases}$$

$$۱۲) ab < 0 \text{ و } a < b \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$$

قوانین و خواص نامساویها

اگر a, b, c, d اعداد حقیقی دلخواهی باشند:

$$\forall a, b, c, d \in \mathbb{R}$$

داریم:

$$۱) a < b \text{ و } b < c \Rightarrow a < c$$

$$۲) a < b \Leftrightarrow a \pm c < b \pm c$$

$$۳) a < b, \begin{cases} c > 0 \Rightarrow ac < bc \text{ یا } \frac{a}{c} < \frac{b}{c} \\ c < 0 \Rightarrow ac > bc \text{ یا } \frac{a}{c} > \frac{b}{c} \end{cases}$$

$$۴) a < b \text{ و } c < d \Rightarrow a + c < b + d$$

$$۵) 0 < a < b \text{ و } 0 < c < d \Rightarrow ac < bd$$

$$۶) |a| < |b| \Rightarrow a^2 < b^2$$

تعیین علامت دو جمله‌ای درجه اول

دو جمله‌ای درجه اول را به حالت عمومی $(ax + b)$ نمایش

مقادیر x	کوچکتر از $-\frac{b}{a}$	$-\frac{b}{a}$	بزرگتر از $-\frac{b}{a}$
علامت			
$ax+b$	مخالف علامت a		موافق علامت a

مثال ۱: عبارت $3x+6$ را تعیین علامت کنید.

حل: ابتدا ریشه عبارت را به دست می آوریم:

$$3x+6=0 \Rightarrow 3x=-6 \Rightarrow x=\frac{-6}{3} \Rightarrow x=-2$$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$3x+6$	-		+

مثال ۲: عبارت $\frac{5x-10}{3-6x}$ را تعیین علامت کنید.

حل: ابتدا ریشه هر یک از عبارتهای صورت و مخرج را به دست می آوریم:

$$5x-10=0 \Rightarrow 5x=10 \Rightarrow x=\frac{10}{5}=2 \Rightarrow x=2$$

$$3-6x=0 \Rightarrow -6x=-3 \Rightarrow x=\frac{-3}{-6}=\frac{1}{2} \Rightarrow x=\frac{1}{2}$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
$5x-10$	-	-		+
$-6x+3$	+		-	-
$\frac{5x-10}{3-6x}$	-	+		-

تعریف نشده

تعیین علامت عبارتهای متشکل از عاملهای درجه

اول

مثال ۳: عبارت $P = \frac{-x(3-6x)(x+1)}{(x-1)(2x-3)}$ را تعیین علامت کنید.

حل: برای تعیین عباراتی نظیر عبارت P ابتدا هر یک از عاملهای موجود را برابر صفر قرار می دهیم و ریشه هر کدام از عاملها را به دست می آوریم. سپس جدولی رسم می کنیم و در سطر اول آن مقادیر جوابهای به دست آمده را به ترتیب صعودی از چپ به راست

می دهیم. منظور از علامت دو جمله ای، تعیین مقداری از x است که به ازای این مقادیر مقدار دو جمله ای مثبت یا منفی و در یک مورد صفر باشد.

مثال: برای دو جمله ای $(2x-4)$ عددهای مختلف را طبق جدول زیر به x نسبت داده ایم و نظیر هر کدام از آنها را برای عبارت فوق حساب کرده ایم:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$2x-4$	-12	-10	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6

از این مثال ستوجه می شویم که برای تعیین علامت یک دو جمله ای کافی است دو جمله ای را برابر صفر قرار دهیم، در این صورت با به دست آوردن ریشه دو جمله ای (مقداری که عبارت را صفر می کند) مرز مقادیر منفی و مثبت دو جمله ای مورد نظر به دست خواهد آمد. در نتیجه به ازای مقادیر بزرگتر از ریشه (مرز) دو جمله ای علامتش مثبت و به ازای مقادیر کوچکتر از ریشه، علامت دو جمله ای مفروض منفی خواهد بود. به طور کلی علامت دو جمله ای $(ax+b)$ در دو حالت $a > 0$ و $a < 0$ چنین است:

$$ax+b=0 \Rightarrow x=\frac{-b}{a}$$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax+b$			
$a > 0$:	-		+
	(مخالف علامت a)		(موافق علامت a)

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax+b$			
$a < 0$:	+		-
	(مخالف علامت a)		(موافق علامت a)

به طور کلی اگر دو جمله ای $(ax+b)$ را به صورت زیر بنویسیم:

$$ax+b=a\left(x+\frac{b}{a}\right)=a\left[x-\left(-\frac{b}{a}\right)\right]$$

ملاحظه می شود که برای $x > -\frac{b}{a}$ مقدار داخل کروشه مثبت و در این صورت علامت دو جمله ای با علامت a یکی بوده و اصطلاحاً گوئیم علامت دو جمله ای موافق علامت a است. برای $x < -\frac{b}{a}$ مقدار داخل کروشه منفی است و در این صورت علامت دو جمله ای مخالف با علامت a است. بنابراین به طور خلاصه داریم:

است که در دامنه معینی از متغیر یا متغیرها، مجموعه جواب نامعادله تهی باشد. اگر برای نامعادله‌ای دامنه متغیر مشخص نشده باشد، دامنه آن را مجموعه عددهای حقیقی (IR) اختیار می‌کنیم. نامعادله را یک مجهولی یا یک متغیری درجه اول گوئیم هرگاه پس از اختصار لازم به یکی از صورتهای زیر برسیم:

$$ax + b \leq 0 \text{ یا } ax + b < 0 \text{ یا } ax + b \geq 0 \text{ یا } ax + b > 0$$

(در نامعادلات اخیر x متغیر و a و b پارامترهای حقیقی می‌باشند.)

حل نامعادله یک مجهولی درجه اول

در حالت کلی نامعادله درجه اول را به شکل $ax + b > 0$ یا $ax + b < 0$ در نظر می‌گیریم. حل یک نامعادله در واقع به دست آوردن مجموعه جواب آن نامعادله است که ممکن است مجموعه جواب آن دارای هیچ و یا تعداد محدودی و یا بی‌شمار عضو داشته باشد. به‌طور کلی حل نامعادلات فوق چنین است:

$$ax + b < 0 \Rightarrow ax + b - b < -b \Rightarrow ax < -b$$

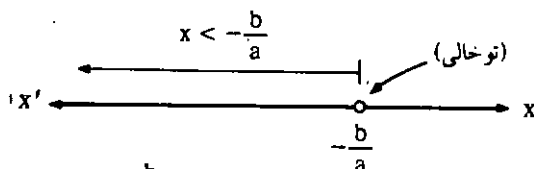
$$ax < -b, \begin{cases} a > 0 \Rightarrow x < -\frac{b}{a} \\ a < 0 \Rightarrow x > -\frac{b}{a} \end{cases}$$

$$a > 0: \{x \mid x < -\frac{b}{a}\} \text{ (مجموعه جواب)}$$

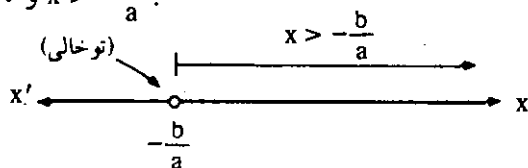
$$a < 0: \{x \mid x > -\frac{b}{a}\} \text{ (مجموعه جواب)}$$

نمایش مجموعه جواب روی محور اعداد

$$a > 0 \text{ و } x < -\frac{b}{a}:$$



$$a < 0 \text{ و } x > -\frac{b}{a}:$$



تبره: اگر نامعادله دارای مساوی باشد خود ریشه نیز جزو مجموعه جواب است و در این صورت نقطه را روی محور توپر نمایش

می‌نویسیم و در هر یک از سطرهای دیگر آن علامت یکی از عاملهای عبارت P را تعیین می‌کنیم. در آخر علامت P برای هر فاصله عددی از ضرب علامتهای واقع در ستون نظیر آن به دست می‌آید.

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$-x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$3 - 6x = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

x	$-\infty$	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$x+1$	-	+	+	+	+	+	+
$-x$	+	+	-	-	-	-	-
$3-6x$	+	+	+	-	-	-	-
$x-1$	-	-	-	-	+	+	+
$2x-3$	-	-	-	-	-	+	+
P	-	+	-	+	-	+	+

$\begin{matrix} \diagdown & & \diagup \\ P=0 & & P=0 \end{matrix}$
 $\begin{matrix} \diagdown & & \diagup \\ P=0 & & \text{تعریف نشده} \end{matrix}$
 $\begin{matrix} \diagdown & & \diagup \\ \text{تعریف نشده} & & \text{تعریف نشده} \end{matrix}$

توجه: از آنجا که به ازای ریشه‌های مخرج عبارت P بی‌معنی است، بنابراین لازم است که در جدول ریشه‌های مخرج را تعریف نشده تلقی کنیم.

* تعیین علامت عبارت‌ها کاربردهای بسیاری دارد که از آن جمله می‌توان حل نامعادلات را نام برد که در اینجا به حل و بحث نامعادلات می‌پردازیم.

نامعادلات

نامعادله: گزاره‌نمایی است به صورت نامساوی بین دو عبارت جبری شامل یک یا چند متغیر. مجموعه جواب نامعادله، مجموعه مقادیری است که در ازای آنها نامعادله به گزاره درست تبدیل می‌شود. ممکن

مثال ۶: نامعادله زیر را حل کنید:

$$\frac{-x(x+2)}{(x+1)(3x-6)} \geq 0$$

حل: طرف اول نامعادله را با P نمایش می‌دهیم:

$$P = \frac{-x(x+2)}{(x+1)(3x-6)}$$

اینک برای حل نامعادله کافی است عبارت P را تعیین علامت کنیم.

$$x+2=0 \Rightarrow x=-2, \quad -x=0 \Rightarrow x=0$$

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1, \quad 3x-6=0 \Rightarrow x=2$$

x	$-\infty$	-2	-1	0	2	$+\infty$
x+2	-	0	+	+	+	+
x+1	-	-	0	+	+	+
-x	+	+	+	0	-	-
3x-6	-	-	-	-	0	+
P ≥ 0	شماره شده	+	شماره شده	+	شماره شده	شماره شده

تعریف نشده تعریف نشده

توجه: قسمت هاشورخورده جزو جواب نیست.

با توجه به جدول و علامت نامعادله $P \geq 0$ مجموعه جواب را تعیین می‌کنیم:

$$P \geq 0 \Rightarrow \text{مجموعه جواب} = \{x \mid -2 \leq x < -1 \text{ یا } 0 \leq x < 2\}$$

مثال ۷: نامعادله زیر را حل کنید:

$$\frac{2(x-3)}{x} < \frac{-3}{x}$$

حل: ابتدا عبارت سمت راست نامعادله را به سمت چپ آن (با تغییر علامت) می‌آوریم و پس از اختصار لازم طرف چپ را با P نمایش می‌دهیم و برای حل نامعادله کافی است عبارت P را تعیین علامت کنیم:

$$\frac{2(x-3)}{x} + \frac{3}{x} < 0 \Rightarrow \frac{2x-6+3}{x} < 0 \Rightarrow \frac{2x-3}{x} < 0$$

می‌دهیم.

مثال ۴: نامعادله زیر را حل کنید و مجموعه جواب آن را روی محور اعداد نمایش دهید:

$$5(2x+3)^2 > 4(\sqrt{5}x-2)^2$$

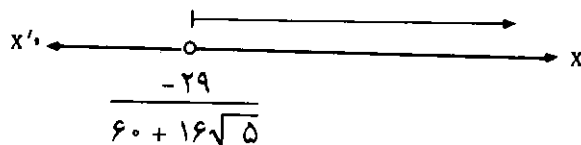
$$5(4x^2 + 12x + 9) > 4(5x^2 - 4\sqrt{5}x + 4) \quad \text{حل:}$$

$$\Rightarrow 60x + 45 > -16\sqrt{5}x + 16$$

$$\Rightarrow (60 + 16\sqrt{5})x > 16 - 45 \Rightarrow x > \frac{-29}{60 + 16\sqrt{5}}$$

$$\text{مجموعه جواب} = \left\{ x \mid x > \frac{-29}{60 + 16\sqrt{5}} \right\}$$

نمایش هندسی:



مثال ۵: نامعادله زیر را حل کنید و نمودار هندسی مجموعه جواب آن را رسم کنید:

$$\frac{-5+2x}{3} \leq \frac{-3x+1}{2}$$

حل: برای حل نامعادله ابتدا طرفین نامعادله را در کوچکترین مضرب مشترک مخرج کسرها ضرب می‌کنیم و سپس مجهولات را به یک طرف و معلومات را به طرف دیگر (با تعویض علامت آنان) می‌بریم و از آنجا x را محاسبه می‌کنیم:

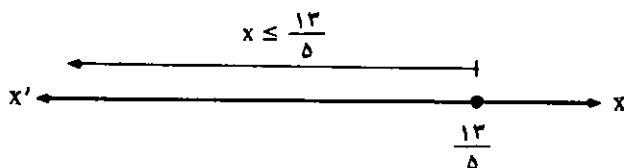
$$-2(5+2x) \leq 3(-3x+1)$$

$$\Rightarrow -10 - 4x \leq -9x + 3 \Rightarrow -4x + 9x \leq 3 + 10$$

$$\Rightarrow 5x \leq 13 \Rightarrow x \leq \frac{13}{5}$$

$$\text{مجموعه جواب} = \left\{ x \mid x \leq \frac{13}{5} \right\}$$

نمودار هندسی:



حل: ابتدا ریشه‌های معادله $P = 0$ را تعیین می‌کنیم:

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ \text{یا} \\ x=2 \end{cases}$$

اینک جدول تعیین علامت:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$P = x^2 - 3x + 2$	+	-	+	+

بنابراین علامت P بین دو ریشه (مخالف علامت 1) منفی است.

مثال ۹: نامعادله $P = \frac{-x^2(x^2-1)}{x^2+x+1} \geq 0$ را حل کنید.

حل: ابتدا ریشه تمام عاملهای صورت و عبارت مخرج را در صورت وجود به دست می‌آوریم و سپس جدول تعیین علامت عبارت P را رسم می‌کنیم:

$-x^2 = 0 \Rightarrow \Delta = 0$ و $x = 0$ (ریشه مضاعف صفر)

$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow \Delta > 0$ و $x = \pm 1$

$x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta < 0$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$-x^2$	-	-	0	-	-
$x^2 - 1$	+	0	-	-	+
$x^2 + x + 1$	+	+	+	+	+
$P \geq 0$	///	+	0	+	///

جواب

$P \geq 0 \Rightarrow \text{مجموعه جواب} = \{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$

حل دستگاه نامعادلات (نامعادلات مضاعف یا توأم)

نامعادلات توأم عبارت است از دو یا چند نامعادله که باید در عین حال به ازای مقادیر مشترکی از مجهول برقرار باشند.

برای حل نامعادلات توأم کافی است هر یک را جداگانه حل کنیم و جوابهای مشترک را بین همگی آنها به دست آوریم.

مجموعه جواب دو یا چند نامعادله توأم عبارت است از اشتراک مجموعه‌های جواب هر یک از آنها، به عبارت دیگر مجموعه جواب

مجموعه‌ای است که برای تمام نامعادلات دستگاه صادق می‌باشد.

x	$-\infty$	0	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$2x-3$	-	-	0	+
x	-	+	+	+
$P < 0$	///	+	-	///

تعریف نشده

$P < 0 \Rightarrow \text{مجموعه جواب} = \left\{x \mid 0 < x < \frac{3}{2}\right\}$

توجه: قسمت هاشورخورده جزو جواب نیست.

تعیین علامت سه جمله‌ای درجه دوم ($P = ax^2 + bx + c$) ابتدا عبارت درجه دوم را به شکل زیر می‌نویسیم:

$$P = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$$

$$= a\left[\underbrace{x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}}_{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right]$$

$$= a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right]$$

در اینجا اگر عبارت $\Delta = b^2 - 4ac$ منفی یا برابر صفر باشد، بدیهی است که علامت P همعلامت a می‌باشد. زیرا داخل کروه در حالت $\Delta < 0$ همواره مثبت و در حالت $\Delta = 0$ $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$ صفر می‌شود. بنابراین در حالت $\Delta < 0$ همعلامت a و در حالت $\Delta = 0$ برابر صفر می‌باشد. در حالتی که $\Delta > 0$ باشد سه جمله‌ای، دو ریشه حقیقی متمایز دارد که در این حالت می‌توان نوشت:

$$P = a\left[\left(x + \frac{b - \sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(x + \frac{b + \sqrt{\Delta}}{2a}\right)\right]$$

در این صورت با تشکیل جدول نتیجه می‌شود که علامت P همواره بین دو ریشه مخالف علامت a است و به ازای مقادیر حقیقی x خارج دو ریشه موافق علامت a می‌باشد.

مثال ۸: عبارت درجه دوم $P = x^2 - 3x + 2$ را تعیین علامت کنید.

نامعادلات و قدر مطلق

می‌دانیم که قدر مطلق عدد حقیقی a عبارت است از $|a|$ به قسمی که:

$$|a| = \begin{cases} a & a \geq 0 \\ -a & a < 0 \end{cases}$$

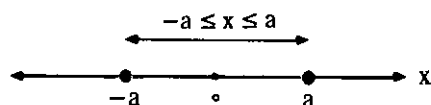
مثلاً: $|\pi| = \pi$ و $|\pm 3| = 3$ و $|5| = 5$

$$\dots \text{ و } |-\sqrt{2}| = \sqrt{2} \text{ و } \sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2} = \left|-\frac{3}{2}\right| = \frac{3}{2}$$

بنابراین معادله‌ای مثل $|x| = a$ هم‌ارز است با:

$$x = \pm a \quad (\text{مجموعه نقاط}) \iff \begin{cases} x \geq 0 \\ x = a \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} x < 0 \\ x = -a \end{cases}$$

نمایش $|x| \leq a$ چنین است:



به‌طور کلی حل هر معادله و یا نامعادله شامل قدر مطلق مجهول به حل دو یا چند دستگاه از معادله‌ها و نامعادله‌ها تبدیل می‌شود.

مثال ۱۲: معادله $3x - |x - 4| = 1$ را حل کنید.

حل: برای حل معادله فوق دو حالت در نظر می‌گیریم:

$$(۱): \begin{cases} x - 4 \geq 0 \\ 3x - (x - 4) = 1 \end{cases} \quad \text{یا} \quad (۲): \begin{cases} x - 4 < 0 \\ 3x + (x - 4) = 1 \end{cases}$$

پس از اختصار لازم داریم:

$$(۱): \begin{cases} x \geq 4 \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases} \quad \text{یا} \quad (۲): \begin{cases} x < 4 \\ x = \frac{5}{4} \end{cases}$$

$$(۱) \text{ مجموعه جواب } = \{x \mid x \geq 4 \text{ و } x = -\frac{3}{2}\} = \emptyset$$

$$(۲) \text{ مجموعه جواب } = \{x \mid x < 4 \text{ و } x = \frac{5}{4}\} = \left\{\frac{5}{4}\right\}$$

$$\text{مجموعه جواب معادله} = \left\{\frac{5}{4}\right\} \cup \emptyset = \left\{\frac{5}{4}\right\}$$

بنابراین تنها جواب معادله $x = \frac{5}{4}$ است.

مثال ۱۳: نامعادله $|x - 2| \leq 1$ را حل کنید.

حل: مانند مثال قبل (۱۱) برای حل نامعادله مفروض کافی است دو

مثال ۱۰: دستگاه دو نامعادله توأم زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} 5x - 3 > 2x + 3 \\ 3 - 4x < 1 \end{cases}$$

حل:

$$\begin{cases} 5x - 3 > 2x + 3 \\ 3 - 4x < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x - 2x > 3 + 3 \\ -4x < 1 - 3 \end{cases}$$

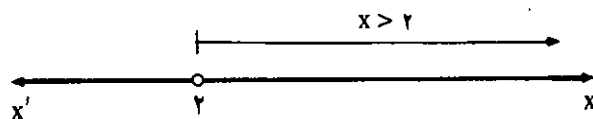
$$\Rightarrow \begin{cases} 3x > 6 \\ -4x < -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > \frac{6}{3} \\ x > \frac{-2}{-4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 2 & (۱) \\ x > \frac{1}{2} & (۲) \end{cases}$$

مجموعه جواب نامعادله (۱) عبارت است از: $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$

مجموعه جواب نامعادله (۲) عبارت است از: $\{x \in \mathbb{R} \mid x > \frac{1}{2}\}$

مجموعه جواب دستگاه مفروض اشتراک دو مجموعه فوق است:

$$\text{مجموعه جواب دستگاه} = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$$



مثال ۱۱: دستگاه زیر را حل کنید:

$$\begin{cases} \frac{2x-1}{3} + \frac{x-3}{2} < \frac{3x-2}{6} & (۱) \\ \frac{x+1}{2} - \frac{3x+2}{3} < \frac{x-1}{4} & (۲) \end{cases}$$

حل: ابتدا طرفین نامعادله (۱) را در ۶ و طرفین نامعادله (۲) را در ۱۲ ضرب می‌کنیم:

$$\begin{cases} 2(2x-1) + 3(x-3) < 3x-2 \\ 6(x+1) - 4(3x+2) < 3(x-1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4x-2+3x-9 < 3x-2 \\ 6x+6-12x-8 < 3x-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x < 9 \\ -9x < -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x < \frac{9}{4} \\ x > \frac{1}{9} \end{cases} \Rightarrow \text{مجموعه جواب دستگاه} = \left\{x \mid \frac{1}{9} < x < \frac{9}{4}\right\}$$

حالت در نظر بگیریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq 2 \\ x \geq 2 \text{ یا } x \leq -2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad (\text{از اشتراک مجموعه جوابها})$$

$$\text{مجموعه جواب} = \{-2 \text{ و } 2\}$$

بنابراین عبارت $P'(x)$ فقط به ازای $x = 2$ و $x = -2$ تعریف شده است.

مثال ۱۵: عبارت $\sqrt[5]{x^2 - 8} + \sqrt[5]{32 - 2x^2}$ ازای چه مقادیری از x معین است.

حل: عبارت مفروض را می توان چنین نوشت:

$$\sqrt[5]{x^2 - 8} + \sqrt[5]{32 - 2x^2}$$

بنابراین عبارت فوق وقتی تعریف شده و معین است که زیر رادیکالهای با فرجه زوج مثبت یا صفر باشد:

$$\begin{cases} x^2 - 8 \geq 0 \\ 32 - 2x^2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 \geq 8 \\ 2x^2 \leq 32 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 \leq 16 \Rightarrow -4 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

بنابراین از اشتراک مجموعه جوابهای نامعادلات دستگاه داریم:

$$\text{مجموعه جواب} = \{x \mid 2 \leq x \leq 4\}$$

$$(1): \begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ x - 2 \leq 1 \end{cases} \quad \text{یا} \quad (2): \begin{cases} x - 2 < 0 \\ -(x - 2) \leq 1 \end{cases}$$

پس از اختصار لازم داریم:

$$(1): \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 3 \end{cases} \quad \text{یا} \quad (2): \begin{cases} x < 2 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

$$(1) \text{ مجموعه جواب} = \{x \mid 2 \leq x \leq 3\}$$

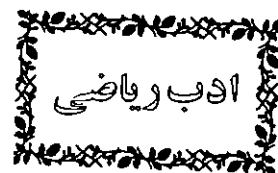
$$(2) \text{ مجموعه جواب} = \{x \mid 1 \leq x < 2\}$$

$$\text{مجموعه جواب نامعادله} = \{x \mid 1 \leq x < 2 \text{ یا } 2 \leq x \leq 3\} \\ = \{x \mid 1 \leq x \leq 3\}$$

مثال ۱۴: عبارت $P(x) = \sqrt{4 - x^2} + \sqrt{x^2 - 4}$ به ازای چه مقادیری از x تعریف شده است.

حل: می دانیم زیر رادیکال با فرجه زوج همواره باید مثبت یا صفر باشد بنابراین داریم:

$$\begin{cases} 4 - x^2 \geq 0 \\ x^2 - 4 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 \leq 4 \\ x^2 \geq 4 \end{cases}$$



یکی از مفاهیم اساسی علوم ریاضی مفهوم عدد است که ساده ترین صورت آن را انسان باستانی هم می تواند تصور کند. شاید نخستین ریاضی دان - که بزرگترین نابغه ناشناخته است - کسی است که این فکر و مفهوم را طرح ریخته.

تاریخ علم: جورج سارتن، احمد آرام