

تحقیقی درباره نقش تاریخ ریاضیات در آموزش ریاضی

• میرشهرام صدر

مقدمه

آموزش ریاضیات، فقط برای کاربرد آن در دیگر علوم و در زندگی، یا برای بالا بردن توان فکری نیست. ریاضیات، به علت داشتن تاریخ طولانی، انبوه متراکمی از دانسته‌ها را پدید آورده است، که بخش مهمی از فرهنگ بشری را تشکیل می‌دهد. بنابراین اگر آموزش را به عنوان ابزار حفظ و انتقال و بالا رفتن سطح فرهنگ تعریف کنیم، یکی از وظیفه‌های معلمان ریاضی این است که گنجینه عظیم تاریخ ریاضیات را از طریق مدارس به نسل آینده انتقال دهند.

در آموزش ریاضیات کنونی، اغلب معلمان ریاضی همواره می‌کوشند، تا دانش‌آموزان درک درستی از مفاهیم ریاضی داشته باشند، سپس تکنیکها و روشهای حل مسئله را ارائه می‌دهند و در مرحله آخر، کاربردهایی از درس مورد نظر را برای دانش‌آموزان بیان می‌کنند و در ارائه این مطالب از روشهای مختلف آموزش استفاده می‌کنند. معلم ریاضی با دانستن تاریخ ریاضیات براساس فعالیت دانش‌آموز، می‌تواند طوری تدریس کند که دانش‌آموز در فرایند حل مسئله یا اثبات یک قضیه قرار گیرد. با این روش کاری می‌کنیم که دانش‌آموز، مراحل مختلف حل مسئله را خودش انجام دهد.



بنابراین، آشنایی با تاریخ ریاضیات، تسلط معلمان ریاضی را بر مباحث درسی کاملتر می‌کند و به آنها امکان می‌دهد تا موضوع تدریس خود را عمیقتر و با احساس قویتری درک و تدریس کنند. اکنون نقش تاریخ ریاضیات را در آموزش ریاضی به پنج مورد زیر تقسیم می‌کنیم، سپس درباره هر کدام شرح می‌دهیم:

۱- تاریخچه مختصری از موضوع درسی می‌تواند در دانش‌آموز ایجاد انگیزه و کلاس درس را زنده‌تر و جذابتر کند.

۲- تقویت هدف پرورشی آموزش ریاضی که همان اعتقاد به خود و اتکای به نفس در دانش‌آموز است.

۳- معرفی ریاضیدانان ایران به عنوان الگو و حفظ و انتقال فرهنگ ریاضی کشورمان به نسل آینده.

۴- پاسخگویی به بعضی از پرسشهای دانش‌آموزان که به اطلاعات دقیق تاریخ ریاضی نیازمند است.

۵- مطلع ساختن دانش‌آموزان از بی‌توجهی یا کم‌توجهی که غربیان نسبت به ریاضیدانان شرق بخصوص ایران در آثارشان موجود است.

شرح ۱. وقتی معلم در هنگام تدریس یک موضوع درسی، گوشه‌ای از تاریخ ریاضی در رابطه با موضوع درسی را بیان می‌کند، چون این گونه مطالب برای دانش‌آموزان تازگی دارد، بنابراین آنها به طور دقیق به این مطالب گوش می‌دهند و آمادگی کامل برای خود درس را پیدا می‌کنند. یعنی یکی از راه‌های آماده کردن دانش‌آموزان در کلاس درس، گریزهایی است که معلم به تاریخ ریاضی می‌زند. بنابراین آگاهی از روند پیدایش مفاهیم و مباحث هر رشته علمی از جمله ریاضیات، موضوع درسی را برای فراگیرنده آن ملموس‌تر و جذابتر می‌کند و این امر، یادگیری مطالب ریاضی را سریعتر و آسانتر می‌کند. همچنین با این کار دانش‌آموزان به درک علت پیدایش مفاهیم و موضوعهای ریاضی دست پیدا می‌کنند و این امر باعث ایجاد انگیزه برای آموختن یک موضوع درسی در دانش‌آموزان می‌گردد. در زیر به ارائه چند تاریخچه از مفاهیم ریاضی می‌پردازیم:

نمونه الف. وقتی موضوع لگاریتم را تدریس می‌کنیم، اگر وقت کلاس و میزان اطلاعات دانش‌آموزان این اجازه را به ما ندهد که تاریخچه پیدایش لگاریتم را مطرح کنیم، دست کم باید نامی از جان نپر و کارهای شگفت‌انگیز او برده شود، به عنوان مثال: شگفت‌آور نیست که نبوغ و قدرت تجسم نپر بعضی‌ها را بر آن داشت تا وی را از لحاظ فکری نامتعادل پندارند و برخی دیگر او را به عنوان رواج دهنده سحر و جادو تلقی کنند، همچنین

این کار باعث می‌شود که دانش‌آموز تا اندازه‌ای در جریان حل مسأله و تاریخچه کشف یک قضیه قرار گیرد و به جای تکرار لفظی قضایا، علم را پیش خود بازآفرینی کند، تا این که به نتیجه مطلوب برسد.

وقتی به تاریخ می‌نگریم، ملاحظه می‌کنیم که در زمان سقراط نیز مسأله آموزش و پرورش و تئوری یادگیری مورد مطالعه بوده است. سقراط در روش خود موسوم به روش «مامایی» بیان می‌کند که آموزش باید طوری باشد که دانش‌آموز (به معنی اعم آن) مفاهیم را بیازماید و به نظر او معلم در این تولد، نقش «ماما» را دارد. همچنین ژان ژاک روسو اعتقاد خود را به آموزش بر محور دانش‌آموز بیان می‌کند، همچنین وی تأکید می‌کند که دانش‌آموز باید علم را پیش خود بازآفرینی کند، او می‌گوید دانش‌آموز باید علوم را کشف کند.

ژاک آدامار در کتاب روانشناسی ابداع در ریاضیات از قول هانری پوانکاره می‌نویسد:

«من بیان خواهم کرد که حل فلان قضیه تحت بهمان شرایط اتفاق افتاد؛ این قضیه یک نام غیره مصطلح دارد که برای بسیاری کسان بیگانه است، اما این موضوع اهمیتی ندارد، آنچه برای روانشناس ریاضی جالب است، نه خود قضیه بلکه اوضاع و احوالی است که به ابداع منجر می‌شود.»

جیمز کلارک ماکسول معتقد است، خیلی مفید خواهد بود، اگر شاگردان در هر بحثی، نوشته‌های دست اول مربوط به آن بحث را بخوانند، زیرا علوم همیشه در همان صورتی که تولد یافته‌اند، بهتر جذب می‌شوند.

بنابراین، برای رسیدن به هدفهای ظریفی که در بالا پیشنهاد شده است، یعنی «افزایش درک ریاضی»، باید تاریخ ریاضیات را به عنوان یک ابزار در دست معلم برای دادن بینش به دانش‌آموزان و برانگیختن علاقه آنها در نظر گرفت. اگر با کاوشی در تاریخ ریاضیات بتوانیم دانش‌آموز را در اوضاع و احوالی که منجر به کشف یک قضیه یا فرایند حل یک مسأله قرار دهیم، در این صورت تدریس را به طور جذابتر انجام داده‌ایم و دانش‌آموز با فکر خود «مانند یک ریاضیدان» شروع به اکتشاف می‌کند. در نتیجه دانش‌آموز با این عمل مفاهیم را کمتر فراموش خواهد کرد و چه بسا با این فرایند، دانش‌آموز بتواند مطالبی را با فکر خود بیازماید، که برای ما تازگی داشته باشد، زیرا ریاضیات در حقیقت آفرینش آزادانه ذهن بدون هیچ محدودیتی بجز ماهیت خود ذهن است.

کند، به طریق زیر عمل کرد :

مثال. ابتدا با داشتن $\sin 3^\circ$ و $\sin 45^\circ$ توانست $\sin 15^\circ$ را محاسبه کند، سپس از روی ده ضلعی منتظم $\sin 18^\circ$ را محاسبه کرد و به کمک $\sin 15^\circ$ و $\sin 18^\circ$ چون $3^\circ = 18^\circ - 15^\circ$ توانست $\sin 3^\circ$ را محاسبه کند، سپس $\sin 3^\circ$ را بر حسب $\sin 1^\circ$ به صورت زیر نوشت :

$$\sin 3^\circ = 3 \sin 1^\circ - 4 \sin^3 1^\circ$$

با فرض این که $x = \sin 1^\circ$ خواهیم داشت :

$$4x^3 - 3x + \sin 3^\circ = 0$$

چون هر معادله درجه سوم را می توان به معادله ناقص تبدیل کرد، کاشانی جواب این معادله را با هر تقریب دلخواهی به دست آورد. بنابراین وقتی فرمولهای مثلثات را می گوئیم، با گفتن مختصری تاریخچه، در دانش آموز ایجاد انگیزه کرده ایم و چه بسا دانش آموز با تکیه بر ضمیر ناخودآگاهش بتواند حدسهایی بزند و آنها را ثابت کند که برای جامعه ریاضی تازگی داشته باشد.

نمونه د. بعد از این که توانستیم در دانش آموز ایجاد انگیزه کنیم، باید او را هدایت کنیم، که وقت خود را برای حل مسائلی نگذارد که امتناع آنها قبلاً ثابت شده است. به عنوان مثال، ما هنوز با دانش آموزان یا افرادی روبه رو هستیم که درباره تثلیث زاویه به کمک خط کش غیر مدرج و پرگار، تربیع دایره و تضعیف مکعب، وقت صرف می کنند؛ در حالی که عدم اثبات این گونه مسائل قبلاً ثابت شده است. بنابراین اگر مغلم سر کلاس با اطلاع از تاریخ ریاضیات، این صحبتها را بازگو کند، دیگر کسی بی دلیل وقت خود را تلف نمی کند.

ولی کار بر روی مسائلی که امتناع آنها ثابت نشده است، و می دانیم که بالاخره به طریقی باید راه حلی برای آنها کشف کرد، مانند قضیه آخر یا بزرگ فرما، دارای ویژگی مهمی به صورت زیر است :

«ریاضیدانان و حتی غیر ریاضیدانانی بر روی این گونه مسائل کار کرده اند و بعضی از آنها ادعا می کردند که توانسته اند این مسائل را ثابت کنند، نکته مهم این است که ریاضیدانان برای این که بتوانند این مسائل را اثبات کنند، روشهای جدیدی را پیدا کرده اند و هم اکنون این مسائل چه حل شده باشند، یا نباشند، چیزی که باقی مانده و ارزشمند است، روشها و دیدگاههای مختلف ریاضی است.»

داستانهای نپر را درباره خروس سیاه زغالی ... و کبوترهای مزاحم همسایه اش ... بازگو کنیم.

نمونه ب. وقتی موضوع احتمال را تدریس می کنیم، معمولاً تاریخچه علم احتمال را براساس بازیهای شانسی معرفی می کنیم، در این صورت درس برای دانش آموزان جذابتر شده و درمی یابند که ریاضیات در زندگی روزمره آنها کاربرد دارد. در این باره می توان گفت : بازیهایی که متکی بر شانس است، از زمانهای بسیار قدیم رایج بوده است. در حفاریهای باستان شناسی، برخی وسایل و آثار مربوط به بازیهای شانسی مشاهده شده است که می توان از مکعبی استخوانی که روی وجه های آن عدد های از ۱ تا ۶ نقش شده است، نام برد. امروزه در مواردی که براحتهی توان یک انتخاب را بر انتخاب دیگر ترجیح داد، از شانس استفاده می شود؛ مثلاً برای شروع بازی از پرتاب سکه استفاده می کنند یا برای قبول یا رد یک موضوع از قرعه استفاده می کنند. در گذشته نیز خانواده هایی که همسرشان را به روش سنتی انتخاب می کردند، در حقیقت براساس شانس انتخاب همسر کرده اند. و در روزگار کنونی کسانی که قادر به تصمیم گیری نیستند، به فال گیری و پیشگویی روی می آورند و از این طریق بر شانس تکیه می ورزند.

نخستین مسأله های مربوط به نظریه احتمال در سده شانزدهم میلادی پدید آمد و مسأله ای که انگیزه ای برای تولد احتمال شد، مربوط به دمره نامی از دوستان پاسکال بود؛ «قرار بود مبلغی پول بین دو نفر با انجام یک بازی شرطی تاس تقسیم گردد». این مسأله را پاسکال حل کرد، سپس حل خود را به فرما نشان داد و فرما به یاری آنالیز ترکیبی این مسأله را حل کرد، سپس اگر کمی درباره تاریخ زندگی فرما صحبت کنیم، دانش آموزان درمی یابند که بعضی از ریاضیدانان بزرگ شغل دیگری داشته اند و برای اوقات فراغت و سرگرمی، ریاضی می خواندند.

«پیر فرما، فرزند یک تاجر پوست؛ درس حقوق خواند و در آغاز به عنوان وکیل مدافع به کار پرداخت، ولی بعد مشاور مجلس شد که تا پایان زندگی خود آن را حفظ کرد. شغل فرما هیچ ربطی به ریاضیات نداشت و این از جمله شگفتیهاست که وی از همه وقت آزاد خود برای بررسیهای ریاضی استفاده می کرد.»

نمونه ج. در این مقاله گفته شد که اگر دانش آموز را در مراحل مختلف حل یک مسأله، مانند یک ریاضیدان قرار دهیم، در این صورت درس جذابتر و باعث ایجاد انگیزه خواهد شد. در زیر به یک نمونه از این مسائل می پردازیم :

غیاث الدین جمشید کاشانی وقتی می خواست $\sin 1^\circ$ را حساب

جسم، به وسیله نیوتن، همچون جابه جایی مکانیکی در نظر گرفته می شد و لایب نیتس از درون هندسه به مفهوم مشتق و دیفرانسیل رسید. در ضمن، بسیاری از اصطلاح‌هایی که لایب نیتس در نوشته‌های خود به کار برده است، چنان خوب انتخاب شده بودند که تا امروز در ریاضیات باقی مانده است، از جمله می توان اصطلاح‌های تابع، مختصات، منحنی جبری و نمادهایی مانند λ و dy را نام برد.

با آن که نیوتن کوشیده بود نظریه حد را با دقت بیان کند، باز هم کمبودهایی در آن دیده می شد. از این گذشته در استفاده نیوتن از مقدارهای بی نهایت کوچک هم، ناروشتنی‌هایی به چشم می خورد. همچنین لایب نیتس و هواداران معاصر وی، تعریفی از کمتهای بی نهایت کوچک ارائه نداده اند. به این ترتیب، خلافت آنالیز ریاضی به صورت ازار نیرومندی برای مطالعه پدیده‌ها در دست انسان بود، بدون این که خود آنالیز ریاضی پدرستی در پایه‌های خود سازمان یافته و ساختاری منطقی داشته باشد.

بعدها، یاکوب برنولی و فرانسوا هوییتال ادامه دهندگان کار نیوتن و لایب نیتس شدند و هوییتال در سال ۱۶۹۶ کتاب «آنالیز بی نهایت کوچکها» را منتشر کرد که باید آن را نخستین کتاب منظم درسی در زمینه دیفرانسیل و انتگرال دانست. بالاخره کوشی (۱۷۸۹-۱۸۵۷) ریاضیدان فرانسوی با تعریف کمتهای بی نهایت کوچک، توانست پایه‌های آنالیز ریاضی را مستحکم کند.

شرح ۳. معرفی ریاضیدانان ایرانی و کارهایی که آنها انجام داده‌اند، باعث می گردد که دانش‌آموزان الگوهای درست در جهت فعالیت درسی انتخاب کنند. وقتی دانش‌آموزان بفهمند که اساس حساب، جبر و مثلثات، در ایران بنیاد نهاده شده است و ریاضیدانهای ایرانی، حتی مثلثات کروی را هم تجزیه و تحلیل کرده بودند، در این صورت نسبت به خودشان و کشورشان در مقابل غریبان احساس ضعف نمی کنند.

اگر به بناهای باستانی و سنتی سراسر ایران با دقت بنگریم؛ در این صورت در همگی آنها، مفاهیم و شکلهای هندسی را ملاحظه می کنیم که تجلی بخش معماری ایرانی است. بنابراین این نوع بناهای ریاضی وار و همچنین نوع زندگی (معشیتی، اعتقادی) و نوع کار علمی کردن و ... ریاضیدانان ایرانی بخشی از فرهنگ ما را تشکیل می دهد، که معلم ریاضی می تواند آن را در کلاس درس به نسل آینده منتقل کند.

شرح ۴. گاهی در کلاس درس، سؤالاتی برای دانش‌آموزان

شرح ۲. اغلب دانش‌آموزان تصور می کنند مطالبی را که می خوانند، از ابتدا به همین شکل حاضر و آماده بوده است و کسی آنها را پیدا نکرده، یا این گونه مطالب به کمک کار تردستی و شعبده بازی به دست آمده‌اند. در حالی که اگر مطالبی راجع به تاریخ ریاضی گفته شود، دانش‌آموزان می فهمند که این مطالب چه مراحل را گذرانده‌اند و در ابتدای کار خیلی دقیق نبوده و بتدریج در طول سالها و شاید قرن‌ها به وسیله ریاضیدانان به شکل امروزی درآمده است.

به همین مناسبت دانش‌آموز اعتماد به نفس می یابد. اگر در جایی بی دقتی یا اشتباهی داشته باشد، متوجه می گردد که ریاضیدانها نیز در ابتدای کار چنین بوده‌اند و حتی بعضی از آنها از نظر دیگران افرادی کند ذهن به نظر می آمدند. در زیر به ارائه این گونه مطالب می پردازیم:

نمونه الف. دکارت عددهای منفی را دروغین می نامید، و از به کار بردن آنها پرهیز می کرد و گاوس با آن عظمت علمی که از او می شناسیم، از بی نهایت هراس داشت. این مطالب نشان می دهد که ریاضیات از طریق همین تعمیمها و تجربدها رشد کرد.

نمونه ب. زمانی که بویویی و لباچفسکی در قرن ۱۹ هندسه نااقلیدسی را ابداع کردند، خود متوجه نبودند که با ابداع هندسه نااقلیدسی، انقلابی در ریاضیات کرده‌اند و مطمئناً هرگز تصور نمی کردند که صد سال بعد از این کار، فیزیکدانان در فرمول بندی نظریه نسبیت، هندسه نااقلیدسی را درست همان ازاری می یابند که برای ساده سازی نظریه ایششتین نیاز دارند. در حقیقت ابداع کنندگان مفاهیم و دستگاه‌های ریاضی، غالباً کاربردهای این مفاهیم و دستگاه‌ها را پیش بینی نمی کردند و چنین کاربردهایی، سالها بعد به روشهای پیش بینی نشده‌ای یافت می شوند.

نمونه ج. در کتاب مشهور «مقدمات» اقلیدسی، اصلی وجود دارد که می گوید: «هر کل، از جزء خود بزرگتر است». این «اصل» چنان بدیهی به نظر می رسد که کسی کمترین تردیدی درباره درستی آن نداشت. ولی امروزه می دانیم، که این اصل، تنها درباره مجموعه‌های با پایان، درست است، زیرا اگر فرض کنیم $A = [1, 2]$ و $B = (1, 2)$ می دانیم که $B \subset A$ ، در حالی که $L_A = L_B$.

نمونه د. درباره نحوه پیدایش مشتق و هندسه دیفرانسیل می توان گفت:

مفهومهای اصلی آنالیز ریاضی برای نیوتن بازتابی از مفهومهای مکانیک بود، حتی ساده ترین شکلهای هندسی، یعنی خط، زاویه و

