

تحقیقی پیرامون عدد پی π *

● احسان رضایی (دوم ریاضی دبیرستان کمال تهران)

کامپیوتر

یکی از معروفترین ثابتهای ریاضی π (از حروف یونانی) می باشد. این ثابت در بسیاری از روابط مشهور ریاضی به کار می رود مانند:

$$(محیط دایره) C = 2\pi r, (مساحت دایره) S = \pi r^2, (حجم کره) V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

نخستین و قدیمی ترین تعریف درباره π عبارت بود از «نسبت محیط دایره به قطرش»^۱ اما این ثابت بسیار پیچیده تر از آن است که تعریفش نشان می دهد. مشکل می توان π را محاسبه کرد زیرا غیرممکن است که بتوان هم قطر و هم محیط دایره را به صورت عدد صحیح یا کسر محاسبه کرد. بنابراین π را نمی توان به صورت عدد صحیح یا کسر بیان کرد. از این رو π را جزو اعداد گنگ (اصم) می خوانند.

درباره وجه نامگذاری این عدد باید گفت که نماد π برای نسبت محیط دایره به قطر آن، از اوایل قرن هیجدهم^۲ به کار رفته است و به این مناسبت است که واژه محیط در زبان یونانی با π شروع می شود. قدیمی ترین سابقه تاریخی در مورد عدد π پاپیروس است که اکنون در مسکو نگهداری می شود. در این سند محاسبه محیط دایره به وسیله مصریان ارائه شده است. به موجب این سند این عدد برابر با ۳ می باشد. در محاسبات بابلیان نیز این مقدار مساوی با ۳ فرض شده است. احتمالاً مردمان آن زمان این نسبت را از کوششهای تجربی نتیجه گرفته اند و سبنای دقیق علمی نداشته است.

برروی پاپیروس دیگری که متعلق به ۱۷۰۰ سال پیش از میلاد است، مصریان مساحت دایره را اینچنین محاسبه کرده اند:

$$S = (d - \frac{1}{9}d)^2$$

که در آن S مساحت و d قطر دایره است. اگر به جای d ، ۲۲ را قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$S = \frac{256}{81} \cdot 22^2$$

بنابراین مصریان باستان π را برابر با $\frac{256}{81}$ می دانستند که مساوی است با ... ۳/۱۶۰۵۵، که با مقدار صحیح آن ۲٪ اختلاف دارد.

ریاضی دان و دانشمند باستان ارشمیدس (۲۱۲ - ۲۸۷ پیش از میلاد) به کمک شکل های هندسی، π را بیش از $\frac{31}{71}$ و $\frac{10}{70}$ برآورد کرد که اگر بخواهیم آن را به اعشار تبدیل کنیم باید π بین ... ۳/۱۴۰۸۴۵ و ... ۳/۱۴۲۸۵۷ باشد.

در چین باستان، π را چوانگ هونگ به سال ۱۲۵ میلادی چنین محاسبه کرد:

سپس ونگ فن در سال ۲۶۵ π را چنین برآورد کرد:

$$\pi = \frac{142}{45} = 3/1555 \dots$$

و چونگ چیک به سال ۴۷۰ کسر دیگری را برای محاسبه π معرفی کرد:

$$\pi = \frac{355}{113} = 3/1415929$$

که شش رقم اعشار آن درست است.

چنین کوششهایی برای پیدا کردن مقدار π نمایانگر این مطلب بود که π کاملاً ناشناخته مانده است.

غیاث الدین جمشید کاشانی، ریاضی دان بزرگ ایرانی و کاشف نمادهای اعشاری^۳، برای نخستین بار در کتاب «رساله محیطیه» مقدار π را تا هفده رقم اعشار چنین به دست آورد:

$$\pi = 3/141592653589793238$$

که تنها رقم هفدهم اعشار آن نادرست می باشد.

کمک ۳۹۳۲۱۶ ضلعی منتظم مقدار π را تا ۹ رقم اعشار حساب کرد. در سال ۱۵۹۲، ریاضی‌دان فرانسوی «ویتا» π را چنین برآورد کرد:

$$\pi = 2 \left(\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} + \dots \right)$$

به سال ۱۶۵۵ «جان والیس» ریاضی‌دان انگلیسی شکل ساده‌تری برای π ارائه داد، بدین شکل:

$$\pi = 4 \left(\frac{2^1 \times 4^1 \times 8^1 \times 16^1 \times 32^1 \times \dots}{3^1 \times 5^1 \times 7^1 \times 9^1 \times 11^1 \times \dots} \right)$$

ولی قبل از او، «آندریاس رومانوس» به سال ۱۵۹۷ با کمک کثیرالاضلاع منتظم $3 \times 5 \times 2^{24}$ ضلعی مقدار π را تا ۱۵ رقم اعشار تقریب به دست آورد. همچنین، «لودلف» دانشمند آلمانی در سالهای ۱۶۱۵ و ۱۶۲۱ با استفاده از $3 \times 5 \times 2^{35}$ ضلعی و 2^{35} ضلعی منتظم مقدار π را در دفعه اول تا ۲۰ رقم و در نوبت دیگر تا ۳۵ رقم محاسبه نمود.^۵

به سال ۱۶۵۸، «ویلیام برونکر» ریاضی‌دان ایرلندی مقدار π را چنین محاسبه کرد:

$$\pi = 4 \times \frac{1^2}{2^2} - \frac{1^2}{4^2} + \frac{1^2}{6^2} - \frac{1^2}{8^2} + \frac{1^2}{10^2} - \frac{1^2}{12^2} + \dots$$

ساده‌ترین عبارت برای π را «لایب نیر» ریاضی‌دان آلمانی در سال ۱۷۰۸ ارائه داد:

$$\pi = 4 \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} - \frac{1}{15} + \dots \right)$$

در سال ۱۷۱۷ «آبراهام شارپ» ریاضی‌دان انگلیسی، رشته زیر را برای محاسبه π تا ۷۲ رقم اعشار به کار برد:

$$\pi = 6 \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \left(1 - \frac{1}{3 \times 3} + \frac{1}{3^2 \times 5} - \frac{1}{3^3 \times 7} + \frac{1}{3^4 \times 9} - \frac{1}{3^5 \times 11} + \dots \right)$$

شماره	نماد	نام	حروف کوچک	حروف بزرگ
۱	α	alpha	α	A
۲	β	beta	β	B
۳	γ	gamma	γ	Γ
۴	δ	delta	δ	Δ
۵	ϵ	epsilon	ϵ	E
۶	ζ	zeta	ζ	Z
۷	η	eta	η	H
۸	θ	theta	θ	Θ
۹	ι	iota	ι	I
۱۰	κ	kappa	κ	K
۱۱	λ	lambda	λ	Λ
۱۲	μ	mu	μ	M
۱۳	ν	nu	ν	N
۱۴	ξ	ksi	ξ	Ξ
۱۵	$\omicron$	omieronn	$\omicron$	O
۱۶	π	pi	π	Π
۱۷	ρ	rho	ρ	P
۱۸	σ	sigma	σ	Σ
۱۹	τ	tau	τ	T
۲۰	υ	upsilon	υ	V
۲۱	ϕ	phi	ϕ	Φ
۲۲	χ	chi	χ	X
۲۳	ψ	psi	ψ	Ψ
۲۴	ω	omega	ω	Ω

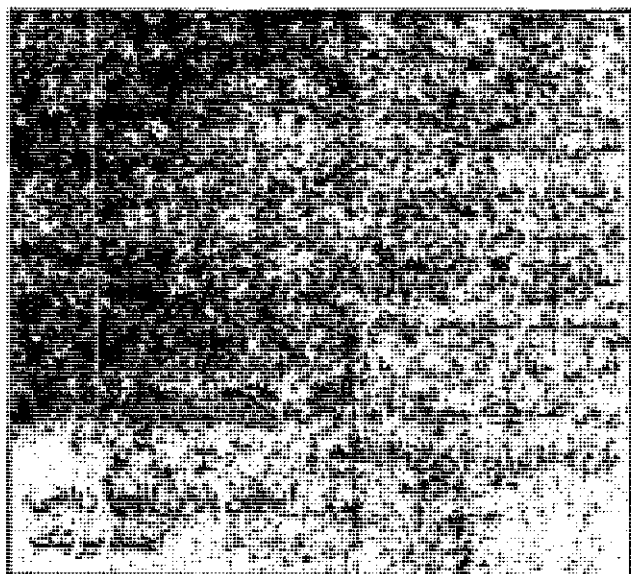
در سال ۱۵۸۵ «تیکوبراهه» منجم معروف دانمارکی در محاسبات خود به عدد $\pi = 3/1409$ رسید.
مقارن همین اوقات «فرانسواویت» ریاضی‌دان معروف فرانسوی به

* موقعیت π در جدول حروف الفبای یونانی

پاورقیها:

- ۱- بعدها بقراط دانشمند بزرگ یونانی که در سده پنجم پیش از میلاد می زیست π را نسبت مساحت دایره به مجذور شعاع آنه معرفی کرد.
- ۲- کلیه سالهای آورده شده در این مقاله بر مبنای میلاد حضرت مسیح (ع) است.
- ۳- غیاث الدین درکاشان متولد شد. دوران فعالیت علمی اش در قرنهای هفتم و هشتم هجری (قرنهای ۱۳ و ۱۴ میلادی) است. کاشانی همراه با تنظیم جدولهای مثلثاتی راه بسیار دقیقی برای محاسبه سینوس زاویه یک درجه بادنستن سینوس زاویه سه درجه ارائه کرد. از کاشانی آثار چندی باقی مانده که از جمله آنها کتاب «مفتاح الحساب» است. در این کتاب است که وی از کسرهای اعشاری سخن به میان آورده است.
- ۴- توجه کنید که در اینجا اعداد زوج در صورت و اعداد فرد در مخرج آورده شده اند.
- ۵- به همین جهت است که در آلمان π را لودلف می خوانند.
- ۶- از آنجا که رقم سی و دوم اعشار π صفر است این اعشار تا سی و یک رقم اعشار بیشتر به دست نمی آید.
- ۷- این متن چنین است:

„Que J'aime à faire apprendre un nombre Utile
auxsages Immortel Archimède, artiste, ingénieur
Qui de ton jugement peut priser La Valeur?
Pour moi ton problème est de pareils avantages.“



به سال ۱۸۷۳، ویلیام شانکر، ریاضی دان انگلیسی، مقدار π را تا ۷۰۷ رقم اعشار محاسبه کرد. این عدد در قصر اکتشافات پاریس در غرفه مربوط به علوم ریاضی به صورت نواری دور تا دور تالار نوشته شده است. سپس به سال ۱۹۴۸ هان فرنیچ از آمریکا و هفرگوسن از انگلستان به اتفاق مقدار π را تا ۸۰۸ رقم اعشار محاسبه کردند. آنها خطاهای چندی را در محاسبه شانکر یافتند. این خطاها از رقم ۵۲۸ اعشار شروع می شد. در ژانویه سال ۱۹۵۰، مقدار π را تا ۲۰۰۰ رقم اعشار محاسبه کردند، این کار توسط کامپیوتر انجام شد. و در سال ۱۹۵۴ با استفاده از حسابگرهای الکترونیکی بیش از ۳۰۰۰ رقم اعشار π را تعیین کردند.

در زبانهای مختلف شعرها و متن هایی گفته اند که با شمارش کلمات و حروف آن رقم هایی از π مشخص می شود و برای به خاطر سپردن این عدد بسیار مفید است^۱. قدیمی ترین شعر موجود در این زمینه به زبان فرانسه سروده شده است که شمارش ارقام آن π را تا سی رقم اعشار نمایش می دهد.^۷

در زبان فارسی نیز اشعاری در این مورد سروده شده است من جمله شعر زیر که π را تا ده رقم اعشار نمایان می کند:

گر کسی از تو بپرسد ره آموختن π

پاسخی ده که خردمند ترا آموزد:

«خرد و بینش و آگاهی دانشمندان
۹ ۵ ۱ ۴ ۱ ۳

ره سر سزل توفیق بما آموزد.
۵ ۳ ۵ ۶ ۲

و نمونه ساده تری که بین دانش آموزان مرسوم است این است: ۳ و ۱ می شود ۴ و ۱ می شود ۵.

در اینجا ما مقدار π را تا ۳۰ رقم اعشار ($\frac{1}{1030}$ دقت) ارائه می دهیم:

$$\pi = 3.1415926535897932384626433832795...$$

«پایان»