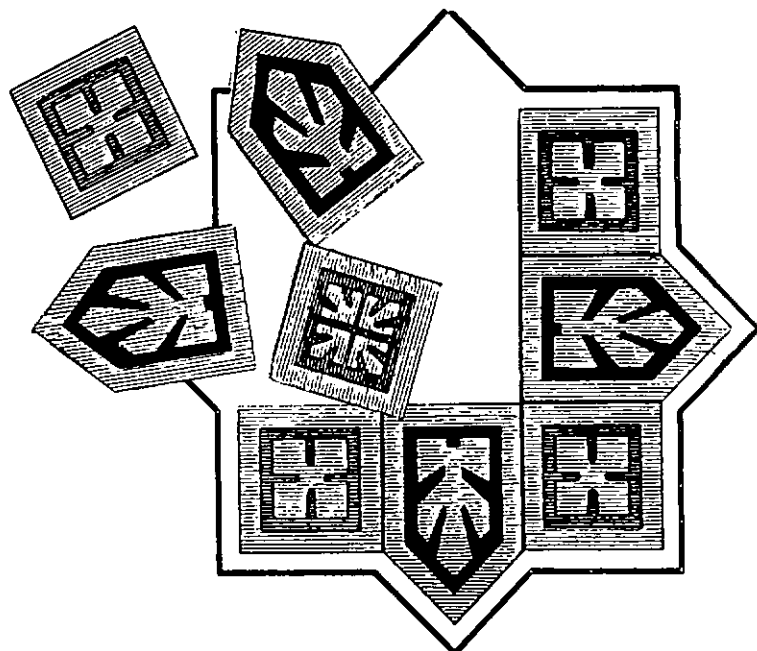


تجزیه چند جمله ایها

(برای دانش آموزان سال اول نظام جدید)



● میرشهرام صدر

و خارج قسمت را در یک پراتز به صورت زیر بنویسیم :

$$\begin{aligned} & \text{با شرط : } (x \neq 0) \\ 2x^3 + 4x^2 - 8x &= 2x \left(\frac{2x^2}{2x} + \frac{4x^2}{2x} - \frac{8x}{2x} \right) = \\ & 2x(x^2 + 2x - 4) \end{aligned}$$

مثال ۱ - چند جمله ایهای زیر را تجزیه کنید.

$$A = 2x^3y^2 + 8x^2y^5 + 12x^2y^3 \quad (\text{الف})$$

حل: ابتدا بین $2x^3y^2$ و $8x^2y^5$ و $12x^2y^3$ بزرگترین مقسوم علیه مشترک را تعیین می کنیم.

$$\begin{aligned} 2x^3y^2 &= 2 \times x^2 \times y^2 \\ 8x^2y^5 &= 2^3 \times x^2 \times y^5 \\ 12x^2y^3 &= 2^2 \times 3 \times x^2 \times y^3 \\ D &= 2x^2y^2 \quad (\text{ب.م.م}) \end{aligned}$$

یادآوری: (ب.م.م) عبارت است از حاصلضرب عوامل مشترک با نمای کمتر.

هر یک از جمله های $2x^3y^2$ و $8x^2y^5$ و $12x^2y^3$ را بر $2x^2y^2$ تقسیم می کنیم. خواهیم داشت :

$$\begin{aligned} A &= 2x^3y^2 + 8x^2y^5 + 12x^2y^3 = \\ & 2x^2y^2(1 + 4x^1y^3 + 6y) \\ B &= 7a^2b^3 - 35a^2b^4 + 21ab^5 \quad (\text{ب}) \\ & 7a^2b^3 = 7 \times 5 \times 7 \times a^2 \times b^3 \end{aligned}$$

تجزیه در لغت به معنای جزء به جزء در آوردن است و در علم ریاضی منظور از تجزیه چند جمله ای، روشی است که در صورت امکان بتوان چند جمله ای را به صورت حاصلضرب چند عبارت (عامل) نوشت، مثلاً چند جمله ای $x^2 - 4$ را می توان به صورت حاصلضرب دو عامل $(x+2)$ و $(x-2)$ نوشت؛ یعنی $x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$.

تجزیه یکی از مباحث مهم جبر و حساب است و اهمیت آن ناشی از کاربردش در حل معادلات، تعیین (ب.م.م) و (ک.م.م) چند جمله ایها، کسرها ی جبری گویا، خارج کردن عبارتی از زیر رادیکال و ... است. در زیر روشهای تجزیه چند جمله ایها ارائه شده است.

۱. فاکتورگیری

برای استفاده از این روش ابتدا باید فاکتور را معرفی کنیم، بنا به تعریف فاکتور عاملی است که جملات چند جمله ای بر آن قابل قسمت هستند. برای تعیین فاکتور کافی است (ب.م.م) جملات را محاسبه کنیم. به عنوان مثال؛ فاکتور در چند جمله ای $2x^3 + 4x^2 - 8x$ عامل $2x$ است زیرا کلیه جملات این چند جمله ای بر $2x$ قابل قسمت هستند، یا به تعبیر دیگر (ب.م.م) جملات این چند جمله ای عامل $2x$ است. بعد از تعیین فاکتور برای تجزیه یک چند جمله ای به کمک روش فاکتورگیری کافیست هر یک از جملات را بر فاکتور تقسیم کنیم

لذا به کمک اتحاد مزدوج آنرا تجزیه می کنیم:

$$A = 16x^2 - 81 = (4x)^2 - (9)^2 \\ = (4x - 9)(4x + 9)$$

$$\text{ب) } B = 4m^2 - 25m^2 = (2m)^2 - (5m)^2 \\ = (2m - 5m)(2m + 5m)$$

$$\text{ج) } C = x^2 - 1 = (x^2)^2 - (1)^2 = (x^2 - 1)(x^2 + 1)$$

دوجمله ای $(x^2 - 1)$ نیز به کمک اتحاد مزدوج تجزیه پذیر است. باید توجه داشته باشیم که تجزیه چندجمله ایها را تا مرحله ای ادامه می دهیم، که پراترها دیگر قابل تجزیه نباشند بنابراین:

$$C = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1) \\ \text{د) } D = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2 \\ = \left(\frac{x}{a} - \frac{y}{b}\right)\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right)$$

$$\text{ه) } E = (2x - y)^2 - 9y^2 = (2x - y)^2 - (3y)^2 \\ = [(2x - y) - 3y][(2x - y) + 3y]$$

۲.۲ - کلیه عبارتهایی به شکل $a^2 - b^2$ یا $a^2 + b^2$ به کمک اتحاد مجموع و تفاضل مکعبات دو جمله ای تجزیه پذیر هستند.

$$a^2 + b^2 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

دوجمله ایهایی که هر جمله آن مکعب کامل^۱ باشند، به کمک

این نوع اتحادها با ضرایب صحیح تجزیه پذیر هستند، بنابراین:

$$a^2x^{2m} + b^2x^{2n} = (ax^m + bx^n)(a^2x^{2m} - abx^{m+n} + b^2x^{2n})$$

$$(a^2x^{2m} - abx^{m+n} + b^2x^{2n})$$

$$a^2x^{2m} - b^2x^{2n} = (ax^m - bx^n)(a^2x^{2m} + abx^{m+n} + b^2x^{2n})$$

$$(a^2x^{2m} + abx^{m+n} + b^2x^{2n})$$

مثال ۳ - عبارتهای زیر را تجزیه کنید:

$$\text{الف) } A = 8x^2 - 27$$

چنانچه ملاحظه می کنید $8x^2$ و 27 را می توان به صورت $(2x)^3$ و $(3)^3$ نوشت، بنابراین هر جمله عبارت بالا مکعب کامل است؛ در نتیجه به کمک اتحاد مجموع و تفاضل مکعبات دوجمله ای تجزیه می شود.

$$25a^2b^2 = 5 \times 5 \times a^2 \times b^2$$

$$21ab^3 = 3 \times 7 \times a \times b^3$$

$$\text{(ب.م.م) } D = 7ab^2$$

$$B = 7 \times a^2b^2 - 25a^2b^2 + 21ab^3 =$$

$$7ab^2(1 \times a^2 - 5ab + 3b^2)$$

$$\text{ج) } C = -44ax^m - 286a^2x^{m+1} - 66a^3x^{m+2}$$

$$-44ax^m = -1 \times 2^2 \times 11 \times a \times x^m$$

$$-286a^2x^{m+1} = -1 \times 2 \times 11 \times 13 \times a^2 \times x^m \times x$$

$$-66a^3x^{m+2} = -1 \times 2 \times 3 \times 11 \times a^3 \times x^m \times x^2$$

$$\text{(ب.م.م) } D = -1 \times 2 \times 11 \times a \times x^m = -22ax^m$$

$$C = -44ax^m - 286a^2x^{m+1} - 66a^3x^{m+2} =$$

$$-22ax^m(2 + 13ax + 3a^2x^2)$$

$$\text{د) } E = a(x+1) + b(x+1)$$

ابتدا بین $a(x+1)$ و $b(x+1)$ بزرگترین مقسوم علیه مشترک می گیریم، با کمی دقت ملاحظه می کنیم که $(x+1)$ عامل مشترک آنها است، در نتیجه:

$$E = a(x+1) + b(x+1) = (x+1)\left[\frac{a(x+1)}{(x+1)} + \frac{b(x+1)}{(x+1)}\right]$$

$$E = (x+1)(a+b)$$

با فرض: $(x+1 \neq 0)$

$$\text{ه) } F = 3x^2(x+y) - 2x(x+y) = (x+y)(3x^2 - 2x)$$

(ب.م.م) بین $3x^2(x+y)$ و $2x(x+y)$ عامل $(x+y)$ می باشد.

۲. تجزیه دو جمله ایها

۲.۱ - کلیه عبارتهایی به شکل $a^2 - b^2$ به کمک اتحاد

مزدوج بصورت زیر تجزیه می شوند،

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

دوجمله ایهایی که اولاً به صورت تفاضل باشند، ثانیاً هر جمله آن مربع کامل باشند، به کمک اتحاد مزدوج با ضرایب صحیح تجزیه پذیر هستند یعنی:

$$a^2x^{2m} - b^2y^{2n} = (ax^m - by^n)(ax^m + by^n)$$

مثال ۲ - عبارتهای زیر را تجزیه کنید.

$$\text{الف) } A = 16x^2 - 81$$

چون هر دو جمله مربع کامل و علامت بین آنها تفاضل است

ج) ابتدا به کمک فاکتورگیری $C = 6ab - a^2b - 9b$

$$= -b(a^2 - 6a + 9)$$

بنابر اتحاد مربع دوجمله‌ای

$$= -b(a^2 - 2(3)a + 3^2) = -b(a - 3)^2$$

$$= -b(a - 3)(a - 3)$$

د) $a^2 + \frac{1}{4} + a = a^2 + 2(a)(\frac{1}{2}) + (\frac{1}{2})^2 = (a + \frac{1}{2})^2$

$$= (a + \frac{1}{2})(a + \frac{1}{2})$$

هـ) $\frac{9x^2}{25} - 2 + \frac{25}{9x^2} = \left(\frac{3x}{5}\right)^2 - 2\left(\frac{3x}{5}\right)\left(\frac{5}{3x}\right) + \left(\frac{5}{3x}\right)^2$

$$= \left(\frac{3x}{5} - \frac{5}{3x}\right)^2 = \left(\frac{3x}{5} - \frac{5}{3x}\right)\left(\frac{3x}{5} - \frac{5}{3x}\right) \quad x \neq 0$$

۳.۲ - سه جمله‌ایهای به شکل $x^2 + (a+b)x + ab$ به

کمک اتحاد یک جمله مشترک به صورت زیر تجزیه می‌شوند.

$$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$$

سه جمله‌ایهایی که فقط یک جمله مربع کامل دارند یا اگر دو جمله آنها مربع کامل است آنگاه جمله دیگر دو برابر حاصلضرب جذر جمله‌های مربع کامل نباشد، به کمک اتحاد یک جمله مشترک در صورت امکان تجزیه پذیر هستند.

مثال ۵ - عبارتهای زیر را تجزیه کنید.

الف) $A = x^2 - 8x + 15$

سه جمله‌ای فوق را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم و آن را به کمک اتحاد یک جمله مشترک تجزیه کنیم.

$$A = x^2 - 8x + 15 = x^2 + (-3 + (-5))x + (-3)(-5) \\ = (x - 3)(x - 5)$$

در این مثال دو عدد پیدا می‌کنیم که جمعشان ۸- و ضربشان ۱۵ باشد، با کمی دقت درمی‌یابیم که آن دو عدد ۵- و ۳- هستند.

ب) $B = x^2 + 7xy + 12y^2$

دو عدد پیدا می‌کنیم که جمع آنها ۷y و ضرب آنها ۱۲y^۲ باشد. با اندکی تأمل، ملاحظه می‌کنیم که آن دو عدد ۳y و ۴y می‌باشند بنابراین:

$$B = x^2 + 7xy + 12y^2 = x^2 + (3x + 4y)x + (3y)(4y)$$

$$A = (2x)^2 - (3)^2 = (2x - 3)((2x)^2 + (2x)(3) + (3)^2) \\ = (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$$

ابتدا به کمک فاکتورگیری

ب) $B = 2x^2 + 54x$

$$= 2x(x^2 + 27)$$

سپس به کمک اتحاد مجموع مکعبات دوجمله‌ای

$$= 2x(x^3 + 3^3) = 2x(x + 3)(x^2 - 3x + 9)$$

ابتدا به کمک فاکتورگیری

ج) $C = 3ax^2y^6 - 192a^4y^2$

سپس به کمک اتحاد تفاضل مکعبات دوجمله‌ای

$$= 3a((xy^2)^3 - (4a^2y)^3) \\ = 3a(xy^2 - 4a^2y)[(xy^2)^2 + (xy^2)(4a^2y) + (4a^2y)^2] \\ = 3a(xy^2 - 4a^2y)(x^2y^4 + 4a^2xy^3 + 16a^4y^2)$$

د) $E = (x - y)^2 - 64 = (x - y)^2 - (4)^2$

$$= [(x - y) - 4][(x - y) + 4(x - y) + 4^2]$$

$$= (x - y - 4)(x^2 + y^2 - 2xy + 4x - 4y + 16)$$

۳. تجزیه سه جمله‌ایها

۳.۱ - سه جمله‌ایهایی به شکل $a^2 + 2ab + b^2$ یا

$a^2 - 2ab + b^2$ به کمک اتحاد مربع دوجمله‌ای به صورت زیر تجزیه پذیر هستند:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 = (a + b)(a + b)$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 = (a - b)(a - b)$$

سه جمله‌ایهایی به کمک اتحاد مربع دوجمله‌ای با ضرایب گویا تجزیه پذیرند، که دارای دو جمله مربع کامل هستند و جمله دیگر دو برابر حاصلضرب جذر جمله‌های مربع کامل است.

مثال ۴ - چند جمله‌ایهای زیر را تجزیه کنید.

الف) $A = x^2 - 4x + 4 = (x)^2 - 2(x)(2) + (2)^2 =$

$$(x - 2)^2 = (x - 2)(x - 2)$$

ابتدا به کمک فاکتورگیری

ب) $B = 4ax^2 + 12axy + 9ay^2$

سپس به کمک اتحاد مربع دوجمله‌ای

$$= a[(2x)^2 + 2(2x)(3y) + (3y)^2] = a(2x + 3y)^2$$

$$= a(2x + 3y)(2x + 3y)$$

در مرحله آخر طرفین را بر ۶ تقسیم می‌کنیم، لذا:

$$A = (2x - 3)(3x + 2)$$

$$\text{ب) } B = 20b^2 - 24bc - 9c^2$$

طرفین رابطه بالا را در ۲۰ ضرب می‌کنیم:

$$20B = 20 \times (20b^2 - 24bc - 9c^2)$$

$$= 400b^2 - 24c(20b) - 180c^2$$

با توجه به اینکه جمله مشترک $20b$ می‌باشد و دو عددی که جمعشان $-24c$ و ضربشان $-180c^2$ است، به صورت $-30c$ و $+6c$ هستند خواهیم داشت:

$$20B = (20b + 6c)(20b - 30c)$$

به کمک فاکتورگیری داریم:

$$20B = 2 \times (10b + 3c) \times 10 \times (2b - 3c)$$

طرفین را بر ۲۰ تقسیم می‌کنیم.

$$20B = 20(10b + 3c)(2b - 3c)$$

$$B = (10b + 3c)(2b - 3c)$$

$$\text{ج) } C = 6a^2x - 13a^2x^2 + 6ax^3$$

ابتدا به کمک فاکتورگیری خواهیم داشت:

(۱)

$$C = ax(6a^2 - 13ax + 6x^2)$$

اکنون به کمک روش تبدیل سه جمله‌ای

$$Q = 6a^2 - 13ax + 6x^2 \text{ را تجزیه می‌کنیم. برای این کار در}$$

مرحله اول باید طرفین را در عدد ۶ ضرب کنیم، در نتیجه:

$$6Q = 6 \times (6a^2 - 13ax + 6x^2)$$

$$6Q = 36a^2 - 13x(6a) + 36x^2$$

جمله مشترک در اینجا $6a$ است و دو عددی که جمع آنها $-13x$ و ضرب آنها $36x^2$ است به صورت $-9x$ و $-4x$ هستند، بنابراین:

$$6Q = (6a - 9x)(6a - 4x)$$

به کمک فاکتورگیری داریم:

$$6Q = 3 \times (2a - 3x) \times 2(3a - 2x)$$

$$6Q = 6(2a - 3x)(3a - 2x)$$

چون در ابتدا طرفین را در ۶ ضرب کردیم، اکنون باید

$$= (x + 3y)(x + 4y)$$

$$\text{ج) } C = 4x^2 - 10x + 6$$

سه جمله‌ای بالا شامل یک جمله مربع کامل است $(4x^2)$ بنابراین در صورت امکان می‌توانیم آن را به کمک اتحاد یک جمله مشترک تجزیه کنیم، می‌دانیم که $4x^2$ مربع جمله مشترک است، بنابراین جمله مشترک $2x$ است. در نتیجه:

$$C = 4x^2 - 10x + 6 = (2x)^2 + (-5) \times 2x + 6$$

اکنون دو عدد پیدا می‌کنیم که جمع آنها -5 و ضرب آنها 6 باشد، که آن دو عدد -2 و -3 هستند، لذا:

$$C = (2x - 2)(2x - 3)$$

$$= (2x)^2 + (-2 + (-3))2x + (-2)(-3)$$

$$= 2(x - 1)(2x - 3)$$

۳.۳- روش تبدیل^۲

سه جمله‌ایهایی که به کمک دو روش قبل تجزیه پذیر نباشند و ضرب x^2 در آنها مربع کامل نباشد، در صورت امکان برای تجزیه آنها از روش تبدیل استفاده می‌کنیم. برای این کار ابتدا تمامی جملات سه جمله‌ای درجه دوم را در ضرب x^2 ضرب می‌کنیم، سپس با استفاده از اتحاد یک جمله مشترک آنرا تجزیه می‌کنیم و در مرحله نهایی حاصل را بر اولین ضرب x^2 تقسیم می‌کنیم.

مثال ۶ - عبارات زیر را تجزیه کنید.

$$\text{الف) } A = 6x^2 - 5x - 6$$

چون ضرب x^2 مربع کامل نیست، ابتدا عبارت فوق را در ضرب x^2 یعنی عدد ۶ ضرب می‌کنیم:

$$6A = 6 \times (6x^2 - 5x - 6) = 36x^2 - 5(6x) - 36$$

اکنون به کمک اتحاد یک جمله مشترک و با توجه به اینکه جمله مشترک $(6x)$ است، دو عدد پیدا می‌کنیم که جمعشان -5 و ضربشان -36 باشد. با کمی دقت درمی‌یابیم که آن دو عدد $+4$ و -9 هستند، در نتیجه:

$$6A = (6x - 9)(6x + 4)$$

به کمک فاکتورگیری:

$$6A = 3 \times (2x - 3) \times 2(3x + 2) = 6(2x - 3)(3x + 2)$$

چهار جمله ای به دست می آید.

مثال ۸ - چند جمله ایهای زیر را تجزیه کنید.

الف) ابتدا دسته بندی می کنیم: $A = x^2 + ax + ab + bx$

$$= (x^2 + ax) + (ab + bx)$$

$$= x(x + a) + b(a + x)$$

$$= (x + a)(x + b)$$

ب) $B = a^2 - ab - b - 1 = (a^2 - 1) - (ab + b)$

$$= (a - 1)(a + 1) - b(a + 1)$$

سپس با فاکتورگیری از پرانتز مشترک داریم:

$$= (a + 1)[(a - 1) - b]$$

$$= (a + 1)(a - 1 - b)$$

ج) $C = a^5 - a^2 + a^2 - 1$

$$= (a^5 - a^2) + (a^2 - 1)$$

$$= a^2(a^3 - 1) + (a^2 - 1)$$

از پرانتز مشترک فاکتور می گیریم:

$$= (a^2 - 1)(a^3 + 1)$$

تجزیه را تا مرحله آخر ادامه می دهیم:

$$= (a - 1)(a + 1)(a + 1)(a^2 - a + 1)$$

د) $D = -5a^2 + 10x^2 - 25a^2x^2 + 2ax$

$$= (-5a^2 - 25a^2x^2) + (10x^2 + 2ax)$$

$$= -5a^2(a + 5x^2) + 2x(5x^2 + a)$$

$$= (5x^2 + a)(-5a^2 + 2a)$$

۵. تجزیه سه جمله ایها در حالت خاص^۲

برای تجزیه سه جمله ایهای تجزیه پذیری که به کمک روشهای قبل تجزیه نشوند، باید یک جمله آنها را به صورت جمع جبری دو جمله بنویسیم تا این که به چهار جمله ای تبدیل گردند. سپس به کمک روشهای تجزیه چهار جمله ایها آنها را به صورت حاصلضرب عوامل تجزیه کنیم.

مثال ۹ - چند جمله ایهای زیر را تجزیه کنید.

الف) $A = x^4 + x^2 + 1$

ابتدا x^2 را به صورت $2x^2 - x^2$ می نویسیم، یعنی

$$A = x^4 + 2x^2 - x^2 + 1$$

$$= (x^4 + 2x^2 + 1) - x^2$$

طرفین را بر همان عدد ۶ تقسیم کنیم، لذا خواهیم داشت:

$$Q = (2a - 3x)(3a - 2x)$$

عبارت به دست آمده تجزیه، $6a^2 - 13ax + 6x$ است. با

جایگزینی در رابطه (۱) خواهیم داشت: $c = ax(2a - 3x)(3a - 2x)$

۴. تجزیه چهار جمله ایها

۴.۱ - چهار جمله ایهای تجزیه پذیری که سه جمله آنها به

فرمهای $a^2 + 2ab + b^2$ یا $a^2 - 2ab + b^2$ باشند، با دسته بندی

چنین سه جمله ایهایی در یک پرانتز و استفاده از اتحاد مربع دو

جمله ای و اتحاد مزدوج تجزیه پذیر هستند.

مثال ۷ - چند جمله ایهای زیر را تجزیه کنید.

ابتدا دسته بندی می کنیم:

الف) $A = x^2 + 2x - y^2 + 1 = (x^2 + 2x + 1) - y^2$

سپس به کمک اتحاد مربع دو جمله ای:

$$= (x + 1)^2 - y^2$$

بالاخره به کمک اتحاد مزدوج:

$$= [(x + 1) - y][(x + 1) + y]$$

ب) $B = m^2 - x^2 + 2xp - p^2$

$$= m^2 - (x^2 - 2xp + p^2)$$

سپس به کمک اتحاد مربع دو جمله ای:

$$= m^2 - (x - p)^2$$

بالاخره به کمک اتحاد مزدوج:

$$= (m^2 - (x - p))(m^2 + (x - p))$$

$$= (m^2 - x + p)(m^2 + x - p)$$

ج) $C = 4by - b^2 + 9x^2 - 4y^2$

$$= 9x^2 - (b^2 - 4by + 4y^2)$$

سپس به کمک اتحاد مربع دو جمله ای $9x^2 - (b - 2y)^2$

$$= [3x - (b - 2y)][3x + (b - 2y)]$$

بالاخره به کمک اتحاد مزدوج:

$$= (3x - b + 2y)(3x + b - 2y)$$

۴.۲ - چهار جمله ایهای تجزیه پذیری که سه جمله آنها به

صورت قبل نباشند، آنها را طوری به دو دسته دو جمله ای

دسته بندی می کنیم که پرانتزهای مشترک قابل فاکتورگیری به

وجود آید، سپس با فاکتورگیری از پرانتز مشترک تجزیه

به کمک اتحاد مزدوج خواهیم داشت :

$$= (x - y - 1)(x + y + 5)$$

ب) $B = x^2 - y^2 + 14x - 6y + 40$

ابتدا عدد ۴۰ را به صورت ۹-۴۹ می نویسیم :

$$B = x^2 - y^2 + 14x - 6y + 49 - 9$$

سپس دو «سه جمله ای» دسته بندی می کنیم :

$$= (x^2 + 4x + 49) - (y^2 + 6y + 9)$$

بنابر اتحاد مربع دو جمله ای داریم :

$$= (x + 7)^2 - (y + 3)^2$$

به کمک اتحاد مزدوج خواهیم داشت :

$$= [(x + 7) - (y + 3)][(x + 7) + (y + 3)]$$

$$= (x - y + 4)(x + y + 10)$$

۶.۲ - پنج جمله ای یا شش جمله ای ممکن است به کمک

اتحاد یک جمله مشترک تجزیه شوند، در این حالت جملات

غیرمشترک بصورت چندجمله ای هستند، که به کمک دسته بندی

و فاکتورگیری چنین عبارتی را تجزیه می کنیم.

مثال ۱۱ - چندجمله ایهای زیر را تجزیه کنید.

الف) $A = x^2 + x - 6 + 13y - 6y^2 + xy$

ابتدا دسته بندی می کنیم :

$$= x^2 + (x + xy) + (-6y^2 + 13y - 6)$$

سپس هر پراتز را تجزیه می کنیم.

$$= x^2 + (1 + y)x + (-2y + 3)(3y - 2)$$

با استفاده از اتحاد یک جمله مشترک و با توجه به اینکه

جمله مشترک x و جمله های غیرمشترک $(3y - 2)$ و

$(-2y + 3)$ هستند، خواهیم داشت :

$$A = (x - 2y + 3)(x + 3y - 2)$$

ب) $B = 4x^2 + 6xy + 2y^2 + 3my + 2mx - 2m^2$

ابتدا دسته بندی می کنیم :

$$= 4x^2 + (6xy + 2mx) + (2y^2 + 3my - 2m^2)$$

سپس هر پراتز را تجزیه می کنیم :

$$= 4x^2 + (3y + m) \times 2x + (2y - m)(y + 2m)$$

اکنون با استفاده از اتحاد یک جمله مشترک خواهیم داشت :

$$B = (2x + 2y - m)(2x + y + 2m)$$

حال با دسته بندی جملات آن را تجزیه می کنیم.

$$= (x^2 + 1)^2 - x^2 = [(x^2 + 1) - x][(x^2 + 1) + x]$$

ب) $B = x^4 + 1 + x^2$

ابتدا x^4 را به صورت $2x^2 - x^2$ می نویسیم،

$$= x^4 + 1 + 2x^2 - x^2$$

$$B = (x^4 + 2x^2 + 1) - x^2$$

$$= (x^2 + 1)^2 - x^2 = [(x^2 + 1) - x][(x^2 + 1) + x^2]$$

با استفاده از مثال قبل خواهیم داشت :

$$B = (x^2 + 1 - x^2)(x^2 + 1 - x)(x^2 + 1 + x)$$

ج) $C = a^2 + 3a^2 - 4$

ابتدا -۴ را به صورت -۳-۱ می نویسیم :

$$= a^2 + 3a^2 - 3 - 1$$

$$= (a^2 - 1) + (3a^2 - 3)$$

$$= (a - 1)(a^2 + a + 1) + 3(a - 1)(a + 1)$$

$$= (a - 1)[(a^2 + a + 1) + 3(a + 1)] = (a - 1)(a^2 + 4a + 4)$$

$$= (a - 1)(a + 2)^2$$

$$= (a - 1)(a + 2)(a + 2)$$

۶. تجزیه پنج جمله ایها و شش جمله ایها

۶.۱ - این گونه عبارات ممکن است شامل دو سه

جمله ای بفرمهای $a^2 + 2ab + b^2$ یا $a^2 - 2ab + b^2$ باشند، در

این حالت کافیت ابتدا سه جمله ایها را دسته بندی کنیم سپس به

کمک اتحاد مربع دو جمله ای و اتحاد مزدوج آنرا تجزیه نماییم.

مثال ۱۰ - عبارات زیر را تجزیه کنید.

الف) $A = x^2 + 4x - 5 - y^2 - 4y$

ابتدا -۵ را به صورت ۴-۹ می نویسیم، تا این که دو

سه جمله ای به فرمهای بالا به وجود آیند، بنابراین :

$$A = x^2 + 4x + 4 - 9 - y^2 - 4y$$

سپس دو «سه جمله ای» دسته بندی می کنیم :

$$= (x^2 + 4x + 4) - (9 + y^2 + 4y)$$

$$= (x + 2)^2 - (3 + y)^2$$

بنابر اتحاد مربع دو جمله ای داریم :

$$= [(x + 2) - (3 + y)][(x + 2) + (3 + y)]$$

با استفاده از اتحاد یک جمله مشترک و روشهای تجزیه چهارجمله‌ایها خواهیم داشت:

$$B = (2x - 3)(2x + 5) + (2x - 3)(x + y)$$

$$= (2x - 3)[(2x + 5) + (x + y)]$$
 به کمک روش فاکتورگیری:

$$= (2x - 3)(3x + y + 5)$$

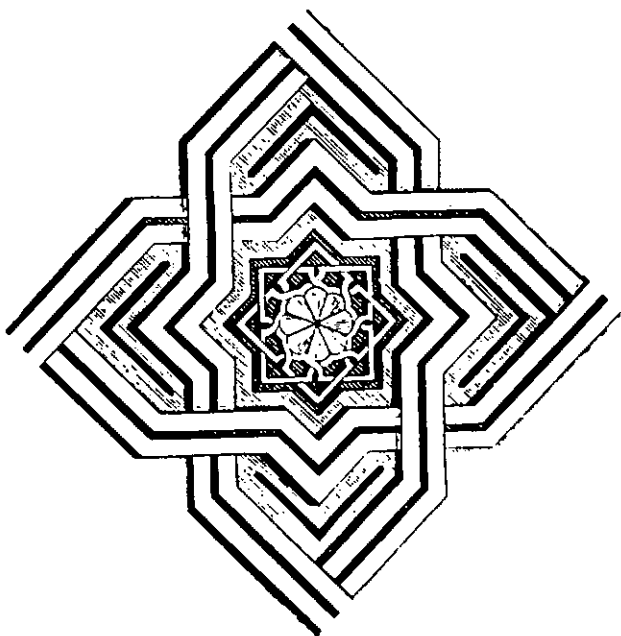
لازم به تذکر است که تجزیه پنج جمله‌ایها و شش جمله‌ایها، ذهن خلاق و مبتکری را می‌طلبد و دانش‌آموز باید با تیزبینی خاص و ترکیب مطالب خوانده شده درباره تجزیه چندجمله‌ایها مبادرت به تجزیه این گونه عبارات کند.

پانوشتها:

۱. هر جمله به فرم a^2 را مکعب کامل گویند. (که در آن $a \in \mathbb{Z}$) بتوان مثال ۸ یا ۲۷ مکعب کامل هستند زیرا ۸ را می‌توان به صورت 2^3 یا ۲۷ را می‌توان به صورت 3^3 نوشت.

۲. دلیل نامگذاری «روش تبدیل» این که با انجام عملیاتی سه جمله‌ای را به اتحاد یک جمله مشترک تبدیل می‌کنیم، سپس آن را تجزیه می‌کنیم.

۳. این طریق تجزیه را روش شکستن جملات گویند.



$$C = x^2 + (5xy + x) + (4y^2 + y)$$

ابتدا دسته‌بندی می‌کنیم:

$$= x^2 + 4y^2 + 5xy + x + y$$

سپس هر پراتز را تجزیه می‌کنیم:

$$C = x^2 + (5y + 1)x + y(4y + 1)$$

اکنون با استفاده از اتحاد یک جمله مشترک خواهیم

$$= (x + y)(x + 4y + 1)$$

داشت

۶.۳ - در این گونه عبارات ممکن است یک سه جمله‌ای به فرمهای $a^2 + 2ab + b^2$ یا $a^2 - 2ab + b^2$ و سه جمله‌ای دیگر به فرم $x^2 + (a + b)x + ab$ یا یک چهارجمله‌ای موجود باشد، در این صورت با استفاده از اتحاد مربع دوجمله‌ای و اتحاد یک جمله مشترک و به کمک روشهای دسته‌بندی در چهارجمله‌ایها و فاکتورگیری، عبارت را به حاصلضرب عوامل تجزیه می‌کنیم.

مثال ۱۲ - عبارات زیر را تجزیه کنید.

$$A = 6x^2 - 5x - 2xy + y + 1 \quad (\text{الف})$$

ابتدا $6x^2$ را به صورت $4x^2 + 2x^2$ و $-5x$ را به صورت

$-4x - x$ می‌نویسیم، بنابراین:

$$A = 4x^2 + 2x^2 - 4x - x - 2xy + y + 1$$

حال با دسته‌بندی جملات داریم:

$$= (4x^2 + 4x + 1) + (2x^2 - x - 2xy + y)$$

با استفاده از اتحاد مربع دو جمله‌ای و روشهای تجزیه

چهارجمله‌ایها خواهیم داشت:

$$= (2x - 1)^2 + (2x - 1)(x - y)$$

به کمک روش فاکتورگیری:

$$= (2x - 1)[(2x - 1) + (x - y)]$$

$$= (2x - 1)(3x - y - 1)$$

$$B = 6x^2 + 2xy - 3y + x - 15 \quad (\text{ب})$$

ابتدا $6x^2$ را به صورت $4x^2 + 2x^2$ و x را به صورت

$4x - 3x$ می‌نویسیم، بنابراین:

$$B = 4x^2 + 2x^2 + 2xy - 3y + 4x - 3x - 15$$

اکنون با روش دسته‌بندی جملات داریم:

$$= (4x^2 + 4x - 15) + (2x^2 + 2xy - 3x - 3y)$$