

تاریخچه مختصر پیدایش هندسه

نمی توانست بزند که مجموعه این قواعد را از عده کمی قاعده (اصول) بتوان نتیجه گرفت. بنابراین هندسه در مصر و بابل به معنی واقعی کلمه علم نبود بلکه انبانی بود پر از قواعد محاسبه. تا آنکه حدود هفت سده ق. م. درهای علم بر روی بابلیان و مصریان مسدود گردید و مشعل دانش به دست یونانیان سپرده شد. یونانیان و بیش از همه تالس (۶۲۵ - ۵۴۵ ق. م.) اصرار داشتند که احکام هندسی نه از راه آزمایش و خطا بلکه از راه استدلال قیاسی باید ثابت گردند. (تالس خورشید گرفتگی سال ۵۸۵ ق. م. رانیز پیش بینی کرد و بدین سبب نیز مشهور است.)

تالس با اطلاع از محاسبات ریاضیات مصری و بابلی ضمن تلاش برای مشخص ساختن نتایج درست از نادرست نخستین هندسه منطقی را بنا نهاد.

نظم بخشیدن به هندسه و تابع اصول سازی آن که با تالس شروع گردید توسط فیثاغورث و شاگردانش به مدت دو قرن ادامه یافت. فیثاغورث (۵۶۹ - ۵۰۰ ق. م.) خود مدتها در مصر بسر برد و در خدمت کاهنان مصری به شاگردی پرداخت و اطلاعات و معتقدات بسیاری کسب کرد و از آنجا روانه بابل شد و دوران شاگردی را از نو آغاز نمود. آنگاه به وطن بازگشت و در جزیره کروتون^۱ در ایتالیای جنوبی مکتب اخوتی دایر نمود تا بتواند مسائل عالی ریاضیات و نظریه های فیزیکی و اخلاقی را تدریس کند و پیشرفت دهد. چنانکه مشهور است بین اروپاییان فیثاغورث نخستین کسی بود که در این نکته اصرار ورزید که در هندسه باید ابتدا اصول (متعارفی و موضوع) را معین کرد و آنگاه به اتکال آنها روش استنتاج متوالی را پیش گرفت و با این روشن استدلال پیشرفت نمود (مثل زمان حاضر). بدین ترتیب اروپاییان فیثاغورث رانخستین کسی می دانند که استدلال را وارد ریاضیات کرد.

سقراط ریاضی دان (با طبیعی به همین نام اشتباه نشود) که از

زمان دقیق پیدایش هندسه به درستی مشخص نیست. اما مسلم است که پس از گذشت قرنهای از عمر آدمی، درک مفهومیهای هندسی میسر گردیده است.

ژئومتری (هندسه) از دو کلمه یونانی ژئو به معنی زمین و متراین به معنی اندازه گیری آمده است. زیرا گفته می شود که هندسه در اصل علم اندازه گیری زمین بوده است.

هرودت مورخ یونانی (سده پنجم قبل از میلاد)، پدید آورندگان هندسه را مساحان مصری می داند که مجبور بوده اند هر سال پس از طغیان رودخانه نیل محدوده زمینها را مجدداً مشخص سازند. اما تمدنهای کهن دیگر مانند بابلی، هندی و چینی هم اطلاعات هندسی زیادی داشته اند. از آن جمله بابلیان قضیه فیثاغورث را که در هر مثلث قائم الزویه مربع اندازه وتر مساوی مجموع مربعین اندازه های دو ضلع دیگر است، خیلی پیش از آن که فیثاغورث به دنیا بیاید می دانسته اند.

هندسه زمان باستان موضوعی تجربی بود که نتایج تقریبی به دست آمده آن برای مقاصد عملی آن زمان کافی بودند مثلاً بابلیان سالهای ۲۰۰۰ تا ۱۶۰۰ ق. م. عدد π را مساوی ۳ اختیار می کردند یعنی محیط دایره را سه برابر قطرش در نظر می گرفتند و در نوشته های چینی نیز همین مقدار پیدا شده است و این همان مقداری است که ویتروویوس^۱ معمار رومی نیز به آن داده بود. مصریان سال ۱۸۰۰ قبل از میلاد طبق نوشته های پاپیروس رابند که از یکی کهنترین اسناد ریاضیات مصر باستان است π را مساوی $3\frac{1}{6}$ $\approx (\frac{11}{9})^2$ می گرفته اند که این مقدار با توجه به آن زمان، از دقت جالبی برخوردار است.

خلاصه، هندسه پیشینیان مجموعه ای بود از قواعدی که از طریق آزمایش، بررسی شباهتها و حدسها به دست آمده بود اما این قواعد هیچ گونه ارتباطی به یکدیگر نداشتند و هیچ کس حتی حدس هم

پیروان مکتب فیثاغورت بود در حدود سال ۴۰۰ ق. م. پی ریزی منظم هندسه مسطحه را در کتابی به نام اصول به انجام رسانید که طبق بررسیهای انجام شده مطالب این کتاب قسمت اعظم مطالب کتابهای اول تا چهارم اقلیدس را که یک قرن بعد منتشر گردید در برداشته است.

بدین ترتیب استخراج منظم قضایا از راه اثبات از مشخصات ریاضیات یونانی و کاملاً تازه بوده است گو اینکه طبق بررسیهایی که اخیراً به عمل آمده مشخص گردیده است که بابلیان نخستین کسانی بوده اند که لزوم استدلال در ریاضیات را حس نموده اند و این موضوع خود یکی از بزرگترین ترقیاتی است که در ریاضیات انجام گرفته است. اما یونانیان درباره پیشگامان خود سخاوت بخرج نداده و در این مورد نامی از آنان نبرده اند.

هر کس هندسه نمی داند وارد نشود، جمله ای است نوشته شده بر سر در آکادمی علوم و فلسفه افلاطون بزرگترین مرکز آموزش ریاضی آن زمان که در حدود سال ۳۸۷ ق. م. بنا نهاده شد، که این جمله خود اهمیت ریاضیات و به خصوص هندسه را نزد یونانیان باستان بخوبی نشان می دهد.

افلاطون در کتاب جمهوری خود می نویسد: مطالعه ریاضیات دستگاهی ذهنی را توسعه می دهد و به کار می اندازد که ارزش آن از هزار چشم بیشتر است زیرا که درک حقیقت فقط از راه ریاضی میسر است. با وجودی که افلاطون شخصاً ریاضیدان نبود اما او را ایجاد کننده ریاضی دانان نامیده اند زیرا وی بسیاری از ریاضیدانانی را که هزاران بار از نظر ریاضی بر او تقدم فضل داشتند وادار به ابداعات ریاضی واقعی کرد. تأثیر افلاطون بر ریاضی دانان مشکلاتی هم برای ریاضیات و به خصوص هندسه به وجود آورد زیرا بنابه نوشته دکتر اریک تمپل بل نویسنده کتاب ریاضی دانان نامی که خود از ریاضی دانان بزرگ است، حکومت مستبدانه افلاطون بر هندسه پیش از بیست قرن طول کشید و تنها ۱۹۸۵ سال بعد از مرگ افلاطون با اختراع هندسه تحلیلی توسط دکارت، هندسه توانست از زیر این بارگران شانه خالی کند. البته دانشمندانی چون ارشمیدس (۲۱۲ تا ۲۸۷ ق. م.) هم بودند که دنبال افکار استبدادی افلاطون نرفتند (ارشمیدس اندکی بعد از آن که اقلیدس در دانشگاه اسکندریه به تدریس پرداخت برای تحصیل به آنجا رفت و پس از تحصیل به

سراکیز بازگشت) و بدین علت شاهکارهای زیادی در ریاضی به وجود آوردند. ارشمیدس دانشمندی به معنی واقعی کلمه متجدد بود به طوری که ۲۰۰۰ سال قبل از نیوتن و لایب نیتز موفق به اختراع حساب انتگرال شد و حتی می توان او را از پیشقدمان فکر ایجاد حساب دیفرانسیل دانست. اگر ریاضیدانان و دانشمندان یونانی بجای تبعیت از اقلیدس و افلاطون و ارسطو از روش ارشمیدس پیروی می کردند به آسانی می توانستند دوران جدید ریاضیات را که همراه با دکارت (۱۶۵۰ - ۱۵۹۶ م) و نیوتن در قرن هفدهم شروع می شود و عصر فیزیک جدید را که گالیله (۱۶۴۲ - ۱۵۶۴ م) واضح آن است لااقل دو هزار سال جلو بپندازند.

اقلیدس (۳۵۰ - ۲۷۶ ق. م.) که شاگرد مکتب افلاطون بود، روش قاطع هندسه یونانی و نظریه اعداد را در کتاب اصول^۳ که در سیزده جلد تدوین شده بود منتشر ساخت که در قرن پانزدهم وقتی ماشین چاپ اختراع گردید، جزو اولین کتابهایی بود که به چاپ رسید. شاهکار اقلیدس مدون ساختن و تنظیم کردن هندسه بود. پیش از اقلیدس ریاضیدانان برجسته ای چون تالس و فیثاغورت درباره هندسه کارهای زیادی انجام داده بودند اما آن را مدون ناساخته بودند. اقلیدس کارهای پیشینیان را گرد هم آورد و خود به آن مطالبی افزود و همه را بر مبنای اصول (اصول متعارفی و اصول موضوع) چنان مرتب و منظم کرد که قرن ها بهترین نمونه کار علمی بود. وی تجارب فیثاغورسیان را در کتابهای اول تا چهارم و هفتم و نهم، نتایج کارهای آرکیئاس (۴۲۸ - ۳۴۷ ق. م.) را در کتاب هشتم، کارهای اثودوکس (۴۰۸ - ۳۵۵ ق. م.) را در کتابهای پنجم و ششم و دوازدهم و کارهای تئتوس را در کتابهای دهم و سیزدهم گرد آورده است.

آرکیئاس، اهل تارانت، ریاضیدان، منجم، فیلسوف و... بود و تمام علوم و فنون زمان خود را می دانست. وی دست به اختراعات زیادی زده بود. آرکیئاس در سال ۴۳۸ ق. م. طی حادثه ای در دریا غرق شد. اثودوکس^۴ - اهل کیند، طبیب، منجم، قانونگذار، ریاضیدان برجسته ای بود که افکار علمی او چند قرن جلوتر از معاصرانش بود. وی مانند گالیله و نیوتن هرگونه بحث و اظهار نظر را در مورد جهان خارجی که به وسیله مشاهده و تجربه قابل تحقیق نبود بیهوده می دانست و از آنها اجتناب می کرد. اثودوکس دوست صمیمی افلاطون بود.

کتاب اصول اقلیدس آنچنان به طور کامل جایگزین تلاشهای پیشینیان در شناساندن هندسه گردید که کمتر نشانه ای از آن کوششها

به جای ماند. روش اصل موضوعی که اقلیدس به کار برد الگویی است برای آنچه که ما امروز ریاضیات محض می نامیم و این روش او متجاوز از ۲۰۰۰ سال بر هندسه مسلط بود. محض به معنی اندیشه محض است، هیچ تجربه عینی برای تحقیق درستی احکام لازم نیست تنها باید مراقب استدلال در اثبات قضایا بود.

کاربرزگ اقلیدس آن بود که با انتخاب چند اصل ساده که بدون هیچ توجیهی پذیرفتنی بودند توانست ۴۶۵ گزاره را که بسیاری از این گزاره ها پیچیده هم بودند و به طور شهودی مسلم و بدیهی نبودند نتیجه بگیرد. مفروضاتی را که اقلیدس به عنوان اصول هندسه خویش پذیرفت مدتها بود که صورت حقایق مسلم و غیر قابل انکاری را پیدا کرده بودند که آدمی توانسته بود به اتکاء هوش فوق العاده خود آنها را به عنوان جوهر واقعی تمام اشای مادی کشف کند.

یک دلیل برزیبایی کلا اقلیدس این است که توانست این همه را از آن اندک نتیجه بگیرد.

یکی دیگر از یونانیانی که آثارشان در ریاضیات بعد از قرن هفدهم مؤثر واقع شد آپولونیوس (۲۶۰ - ۲۰۰ ق.م) است. آپولونیوس هندسه را به مفهومی که اقلیدس در نظر می گرفت تاجایی پیش برد که قابل قیاس با آنچه اقلیدس باقی گذاشته بود نیست. آپولونیوس بین هندسه دانان نوع خویش در اطلاع بر هندسه خالص نظیری نیافت مگر در قرن نوزدهم که اشتایر (۱۸۶۳ - ۱۷۸۶) را می توان با وی مقایسه کرد. (آثار اشتایر با وجود همه زیبایی و لطفی که دارند به علت تعصب وی که می خواست هندسه را به کلی از آنالیز جداسازد فراموش شده اند.)

پس از اقلیدس حدود ۲۰۰۰ سال در زمینه هندسه اقلیدسی کاری چندان مهم و جدی انجام نگرفت. یکی از کارهای انجام شده

شرحی است که پروکلوس (۴۸۵ - ۴۱۰ م) بر کتاب اصول اقلیدس نوشته است که قسمت اعظم اطلاعات کنونی ما در مورد هندسه از این کتاب است. تا آنکه با کشف هندسه نااقلیدسی در اوایل قرن نوزدهم توسط گائوس (۱۸۵۵ - ۱۷۷۷) و یانوش بویوئی (۱۸۶۰ - ۱۸۰۲) و لوبافسکی (۱۸۵۶ - ۱۷۹۳) بیست سال آخر قرن نوزدهم بسیاری از ریاضیدانان احساس نمودند که لازم است استخوان بندی منطقی استدلالهای هندسه اقلیدسی را روشن و واضح سازند و آنها را از قید و بند توجه به الهام و اشراق و بدیهیات فارغ سازند اما پیش از هیلبرت هیچکس موفق به اجرای این برنامه آن هم با این همه دقت و روشنی نشده بود. داوید هیلبرت (۱۸۹۳ - ۱۸۶۲) در کتابش به نام مبانی هندسه که در سال ۱۸۹۹ منتشر شد تعاریف هندسه اقلیدسی را روشن ساخت و شکافهای موجود در برخی از استدلالهای اقلیدس را پرکرد و اصول جدیدی به آن افزود و هندسه اقلیدسی زمان حاضر را تدوین نمود. البته در برخی موارد تغییراتی در این هندسه نیز داده شده و اصلاحاتی صورت گرفته است.

علاوه بر هیلبرت لازم است از موریس پاش، م. پیری، ه. ورونز، ا. وبلن، رینسون، ا. و. هتینگتن و فورد که تلاش نموده اند تا بنیاد محکمی برای هندسه اقلیدس بریزند نیز نام ببریم.

منابع

- ۱- ریاضیدانان نامی. اریک تمپل بل. ترجمه حسن صفاری
- ۲- هندسه اقلیدسی و نااقلیدسی. ماروین - جی گرنبرگ. ترجمه م. ه. شفیعیا
- ۳- کتب هندسه دبیرستان - وزارت آموزش و پرورش

۱. Vitruvius

۲. Crotone

۳. Elements

۴. Eudoxe

ادب ریاضی

(Collected Works of Jaccobi vol. 1.p. 454)

راست است که آقای فوریه چنین اندیشیده که هدف اصلی ریاضیات منفعت عام و فایده اش توضیح پدیده های طبیعی است. اما فیلسوفی چون او باید دانسته باشد که تنها هدف علم تجلیل روح بشری است. و از این لحاظ موضوعی در نظریه اعداد، به ارزش مسأله ای در مورد دستگاه جهان است.

از نامه ژاکوبی به لژ اندو

با مسرت گزارش آقای پواسون را راجع به اثرم خواندم و تصور می کنم از آن بسیار راضیم... اما آقای پواسون نمی باید عبارت نسبتاً خام آقای فوریه را، که آبل و مرا برای نپرداختن به کار جریان حرارت مورد سرزنش قرار داده، تکرار می کرد.

منطق قدیم و ریاضیات

● غلامرضا یاسی پور

همچنان که موضوع جمال شناسی را «زیایی» و موضوع اخلاق را «خیر» معین می‌کند موضوع منطق را «صدق» مشخص می‌نماید. «فرگه»

همان گونه که ریاضیات آدمی را از محسوس به معقول رهنمون است، منطق نیز نقش واسطه را میان طبیعیات و مابعدالطبیعه ایفا می‌کند. در تاریخ منطق برآند که هندیان و یونانیان نخستین کسانی بوده‌اند که نظریه‌های منطقی را خلق کرده‌اند. ارسطو در اواخر اثری که امروزه ابطال‌های سوفسطایی^۳ نامیده می‌شود ظاهراً ادعا می‌کند که موضوع منطق را او به وجود آورده است. اما به نظر نمی‌رسد که این مطلب یک باره درست باشد، چه فی‌المثل افلاطون در کتاب جمهور^۴ چنین می‌گوید که:

یک چیز در یک زمان، نسبت به جزء خودش، و در رابطه با همان چیز، نمی‌تواند به دو طریق متقابل عمل کند یا برآن عمل شود، یا دو چیز متقابل باشد.

و ارسطو ادعا می‌کند که محقق‌ترین تمام اصول عبارت از این است که:

یک صفت ثابت نمی‌تواند در یک زمان و از لحاظ یکسان به یک شیء هم متعلق باشد هم نباشد.

اصل اخیر، شکل ارسطویی قانون عدم تناقض^۵ است و آدمی را وسوسه می‌کند که بگوید که ارسطو نه تنها این قانون بلکه بسیاری از نظریاتش در منطق را از پیشینیانش دریافت کرده است. با وجود این، شخص باید در مقابل این وسوسه ایستادگی کند زیرا افلاطون این نکته

شیخ الرئیس ابوعلی سینا در کتاب اشارات و تنبیهات خود در فصل مربوط به قول شارح و معرف در نهج اول در غرض از منطق چیزی شبیه به این مضمون می‌گوید که: آنچه از منطق اراده می‌شود این است که منطق آلت قانونی‌ای است که مراعات آن آدمی را از گمراهی در فکر ممانعت می‌کند.^۱

و قطب الدین شیرازی در کتاب درة التاج چنین می‌گوید که: علم منطق شناختن معنی‌هایی است که از آن معانی رسیدن به انواع علوم مکسب ممکن باشد.

و در جای دیگر چنین که: اما علم منطق که حکیم ارسطاطالیس^۲ آن را مدون کرده است و از قوت به فعل آورده، مقصور است بردانستن کیفیت دانستن چیزها، و طریق اکساب مجهولات.

شیخ اشراق در حکمة الاشراق خود در فایده منطق چنین مقرر می‌کند که:

من خود به آنچه یافته‌ام باور دارم و از لحاظ خود نیازی به برهان و استدلال ندارم و اگر استدلال و برهانی اقامه کرده‌ام، در مقام تعلیم کرده‌ام.

در فرهنگ «اخوان الصفا» منطق با ریاضیات پیوسته است، چه