

بحثی در حل معماهای فکری و منطقی

از وایلی

ترجمه: غلامرضا یاسی پور



یکی از موارد مکمل آموزش ریاضی، پرداختن به معماهاست. و در این میان، معماهای فکری - منطقی، و ریاضی، جای ویژه‌ای به خود اختصاص می‌دهند.

مبنای تفکر تنظیم شده‌اند، به عبارت دیگر، کلید حل آنرا، به جای این که به مخزنی از اطلاعات نیاز داشته باشد، بیش تر به هوش و درایت طبیعی و ذاتی متکی است.

برای این که معماهای فکری - منطقی تا حد امکان با این موضوع مطابقت داشته باشد، حداکثر کوشش را به کار می‌بریم که موارد مبتنی بر واقعیت آن‌ها حتی الامکان محدود و محدود باشد. در بعضی از مثال‌ها، کاربرد مختصری جبر مقدماتی، می‌تواند به ساده کردن راه حل کمک کند؛ اما هیچ یک از آن‌ها به هیچ گونه اطلاعات فنی ای ماورای جداول ضرب و این واقعیت که:

زمان $\times$ سرعت = فاصله

نیاز ندارد. ولی این انتظار را داریم که حل کننده با این واقعیت که یک انسان باید بزرگ تر از فرزندان خود باشد و زمانی که دو نفر در یک بازی مختلط دو نفره شرکت می‌کنند، یکی مرد و دیگری زن است و با واقعیت‌های ساده در حد تجربیات

معماهای فکری - منطقی یا ریاضی، روش تحقیق و پژوهش، چگونگی پرداختن به مسائل فکری، استفاده از تفکر ناب، و از همه مهمتر، گذشتن از حوزه‌های به ظاهر غریب منطق و فکر را به پردازنده به خود می‌آموزد و او را به سیاحت در زمینه‌های ناآشنای خرد رهنمون می‌شود. مقاله زیر، نگاهی است مختصر به این چشم انداز پرثمر؛ امیدواریم که برای خواننده مفید باشد.

معماهای با ویژگی صرفاً منطقی، از یک طرف با توجه به این واقعیت که شامل بازی با کلمات، گزاره‌های عمداً فریب‌آمیز و حدس زدن - و به طور مختصر، هیچ نوع کجروی ای از این دست - نیست، با چستان‌ها متفاوت‌اند، و از طرف دیگر، با پرسش‌ها و اغلب معماهای ریاضی، از این لحاظ تفاوت دارند که به جای تکیه بر حافظه بیش تر، بر

روزمره آشنا باشد.

از برداشتن واقعیت‌ها و فرض‌ها، و نتایج متعدد مبتنی بر آن‌ها، گیج‌کننده و مشکل است. در جمیع معماها، البته غیر از ساده‌ترینشان، بهتر است که تحلیل‌مان را به طور سیستماتیک به یک سری یادداشت تبدیل کنیم. یکی از روش‌های رسیدن به این مقصود، تنظیم آرایه‌ای است که در بردارنده تمام امکانات باشد؛ به این ترتیب:

	نویسنده	خواننده	نقاش	بندباز
B				
P				
R				
S				

به عنوان مثال، اگر اکنون به این نتیجه برسیم که P نمی‌تواند بندباز باشد، حرفی، مثلاً X، در مقابل نام او در ستون با سرمستون بندباز قرار می‌دهیم، یا اگر تشخیص دهیم که B باید نقاش باشد، علامت دیگری، مثلاً O، در مقابل نامش در این ستون می‌گذاریم، و با استفاده از آن می‌توانیم مربع‌های باقی‌مانده در این سطر و ستون را با X پر کنیم (زیرا تنها یک B و تنها یک نقاش موجود است). به طور واضح، زمانی که به گونه‌ای سازگار و دقیق یک O در هر سطر و در هر ستون قرار دهیم، راه‌حل کامل می‌شود و با استفاده از آن، مشخص می‌کنیم که هریک از این اشخاص چه کاره است.

در مسأله مورد بحث، از (۱) می‌دانیم که نه B و نه R خواننده است؛ در نتیجه در مقابل آن‌ها و در ستون مناسب X قرار می‌دهیم. از (۲) در می‌یابیم که P نه نقاش و نه نویسنده است و از (۳) می‌فهمیم که نویسنده نه B و نه S است. جدول، با Xهایی که به نحو مطلوب در آن قرار گرفته‌اند، به صورت زیر است:

	نویسنده	خواننده	نقاش	بندباز
B	X	X		
P	X		X	
R		X		
S	X			

ملاحظه این مطلب جالب است که معماهایی از نوع صرفاً منطقی، مظهر فرایندهای کامل عملی‌اند. در آغاز کار، شخص با توده‌ای از داده‌های کم و بیش نامرتب مواجه می‌شود. از این واقعیت‌ها شاید بتوان بلافاصله استنتاج‌های مثبت معدودی استخراج کرد؛ اما معمولاً ضروری می‌شود که در مورد آن‌ها فرض‌های موقتی یا عملی، برای جست‌وجوی راهنمایی در نظر گرفته شود و در این صورت باید درستی فرض‌های مزبور، با آزمایش کردن پیامدهای آن‌ها در سازگاری با داده‌های اولیه، به دقت مورد بررسی قرار گیرد و در صورت ظهور ناسازگاری، باید مفروضات موقتی مزبور را کنار گذاشت و فرض‌های دیگری را تا رسیدن به مجموعه‌ای از نتایج سازگار، جانشین آن‌ها کرد. سپس باید به امتحان این نتایج برای یکتایی آن‌ها در این مورد پرداخت که آیا فقط آن‌ها شرایط مسأله را برقرار می‌کنند یا موارد دیگر نیز به طور مساوی قابل قبول‌اند.

بنابراین با استفاده از فرایند اساسی در نظر گرفتن فرض، استخراج نتایج از آن و امتحان سازگاری آن‌ها در چهارچوب کلی مسأله، سرانجام پاسخ از دل اطلاعات به ظاهر نامربوطی بیرون کشیده می‌شود که ارائه داده شده‌اند.

ویژگی ذاتی معماهای منطقی است که راه‌حلشان را نمی‌توان به صورت الگویی ثابت درآورد. با وجود این، در این مرحله، ارائه پیشنهادهایی عمومی برای پرداختن به معماهایی از این نوع، می‌تواند سودمند باشد. ابتدا مثال زیر را در نظر می‌گیریم:

B، P، R و S چهار هنرمند با استعداد و خلاق‌اند، که تخصص یکی بندبازی، یکی نقاشی، یکی خوانندگی و دیگری نویسندگی (گرچه نه لزوماً به این ترتیب) است.

۱. شبی که «خواننده» اولین اجرای خود را در کنسرتی انجام داد، B و R در میان جمعیت شنونده بودند.

۲. هم P، هم «نویسنده»، برای کشیدن تصویرشان، مقابل «نقاش» نشسته‌اند.

۳. «نویسنده» که بیوگرافی‌اش از S جزو کتاب‌های پر فروش قرار گرفته است، می‌خواهد بیوگرافی B را نیز بنویسد.

۴. B هیچ‌گاه با R آشنا نبوده است.

حوزه هنری هریک از این چهار نفر چیست؟

اکنون کار را با رسم جدول تازه‌ای بر مبنای این واقعیت ادامه می‌دهیم که A، P نیست. بنا به (۳)، اگر A، P نباشد، آن‌گاه B باید P باشد. در نتیجه، می‌توان یک O در مقابل B در ستون P وارد کرد و در مربع‌های باقی‌مانده در این سطر و ستون × قرار داد:

	P	Q	R
A	X		
B	O	X	X
C	X		

در این صورت، از (۲) نتیجه می‌گیریم که A، Q است و از آن به دست می‌آوریم که C، R است، و حل مسأله را کامل می‌کنیم.

در بعضی معماها اطلاعات داده شده، شامل مجموعه‌ای از گزاره‌هایی است که می‌دانیم تعدادی از آنها دروغ است؛ البته بدون این که مشخص باشد که اظهارات ناراست کدام است. معماهایی از این دست را نیز می‌توان با استفاده از جدول مورد بررسی قرار داد. به عنوان مثال، مورد زیر را در نظر می‌گیریم:

یک روز صبح فینلی «Finelli» را در حالی که گلوله خورده بود، مرده یافتند و پلیس چند ساعت بعد، سه مظنون را بازداشت کرد. سه مظنون مورد بازپرسی قرار گرفتند و اظهارات زیر را بیان کردند.

- B: (۱) من این کار را نکرده‌ام.
- (۲) قبل از این با J ملاقات نکرده‌ام.
- (۳) البته فینلی را می‌شناختم.
- J: (۱) من این کار را نکرده‌ام.
- (۲) B و T هر دو از رفقای من هستند.
- (۳) B هرگز کسی را نکشته است.
- T: (۱) من این کار را نکرده‌ام.
- (۲) هنگامی که B گفت هیچ‌گاه J را ندیده، دروغ گفت.
- (۳) نمی‌دانم چه کسی این کار را انجام داده است.

اکنون با حذف، آشکار می‌شود که R نویسنده است. در نتیجه یک O در مقابل نام او و در ستون با سرستون نویسنده قرار می‌دهیم و مربع‌های باقی‌مانده در سطرش را با × پرمی‌کنیم. گذشته از این، طبق (۲)، R مقابل نقاش قرار گرفته، در حالی که طبق (۴) B او را نمی‌شناسد؛ بنابراین B نقاش نیست و در نتیجه، با حذف، باید بندباز باشد. اما در این صورت نه P و نه S نمی‌توانند بندباز باشند و این ملاحظه خواننده را به عنوان تنها مورد ممکن برای P به جا می‌گذارد. سرانجام، S باید نقاش باشد و راه حل کامل می‌شود.

شیوه‌ای که به توضیح آن پرداختیم، در مورد معماهای شناسایی نیز مناسب است؛ معماهایی که در آن‌ها اطلاعات لازم به صورت گزاره‌های شرطی یا ممکن خاص داده شده‌اند. در این باره مثالی ساده می‌زنیم:

- (۱) اگر A، P باشد، C، R نیست.
- (۲) اگر B، P یا R باشد، A، Q است.
- (۳) اگر A، Q یا R باشد، B، P است.

تناظر بین نمادهای (C، B و A) و نمادهای (P و Q، R) را مشخص کنید.

فرض می‌کنیم کار را با پذیرش فرض A، P است، آغاز کرده‌ایم. در این صورت، جدولی رسم می‌کنیم که در آن O در مقابل A در ستون با سرستون P و × در مربع‌های دیگر واقع در سطر A و ستون P قرار داشته باشد:

	P	Q	R
A	O	X	X
B	X		
C	X		

اکنون از (۱)، C نمی‌تواند R باشد؛ در نتیجه باید Q باشد و در این صورت و لزوماً B باید R باشد. اما از (۲)، اگر B، R باشد، A باید Q باشد، که هم با فرض A، P است و هم با نتیجه C، Q است، متناقض است. این عدم سازگاری وادارمان می‌کند که فرض A، P است را کنار بگذاریم.

معماهایی که با استفاده از رمزبندی یا مخفی کردن ارقام در یک محاسبه حسابی مطرح می شوند، چیزی غیر از توجه به حقایق عددی واضح نیاز ندارند. در این مورد نیز مانند معماهای از نوع شفاهی تر پیشین، ردیابی سر نخ ها و نتایج با استفاده از طریق منظم جدول بندی مفید است. برای توضیح این مطلب، مثال زیر را در نظر می گیریم:

در یک مسأله ضرب، به جای هر یک از ارقام ۰ تا ۹ حرف متفاوتی قرار داده ایم و محاسبه رمزی شده را به صورت زیر درآورده ایم:

A	L	E
R	U	M
W	I	N
W	U	W
E	W	W
E	R	M
P	N	E

هر یک از این حروف، به جای چه رقمی قرار گرفته است؟ برای منظم کردن کار، ابتدا حروف متفاوت ظاهر در مسأله را در یک سطر می نویسیم:

ALERUMWINP

سپس زیر هر حرف، هم ارز عددی آن را، در صورت کشف، یادداشت می کنیم و در ستون های زیر، حروف گوناگون سر نخ ها و فرض های موقتی را در حالی می نویسیم که مواظیم استنتاج های مرتبط را در یک سطر افقی قرار داده باشیم.

در مسائلی از این دست، با جست و جویی ساده، اغلب می توان ارقام ۰ تا ۱ را به دست آورد یا دست کم آن ها را به امکاناتی بسیار محدود، محدود کرد. به عنوان نمونه، هیچ گاه به صورت آخرین رقم سمت چپ یک عدد صحیح قرار نمی گیرد و زمانی که عددی در صفر ضرب شود، نتیجه منحصر آ از صفرها تشکیل می شود. گذشته از این، هنگامی که عددی در ۱ ضرب شود، نتیجه خود آن عدد است. در مسأله مورد بحث، می توان به راحتی با بررسی حتی ساده تری شناخت؛ زیرا در ستون دوم از راست، N به علاوه L برابر N شده، در حالی که عددی از ستون سمت راست انتقال نیافته و این بدان معناست که L باید صفر باشد.

در جست و جویمان برای ۱، می توانیم بلافاصله R، U و

اگر یکی و تنها یکی از گزاره های هر نفر دروغ باشد و اگر یکی از سه نفر مقصر باشد، جنایتکار کدام است؟ در این مورد، جدول مناسب به صورت زیر است:

	۱	۲	۳
B			
J			
T			

و برای این که مسأله مان با گزاره های داده شده سازگار باشد، باید یک F (برای دروغ) و دو T (برای راست) در هر سطر آن وارد کنیم.

در آغاز می توانیم این استنتاج مثبت را استخراج کنیم که T بی گناه است؛ زیرا اگر او مرتکب جنایت شده باشد، اولین و سومین گزاره اش دروغ می شوند که متناقض با این شرط داده شده است، که تنها یکی از اظهارات هر نفر دروغ است. این نتیجه را می توانیم به صورت یک T مقابل T در ستون اول درج کنیم.

اکنون دو مورد داریم: یا (الف) B مقصر است، یا (ب) J مقصر است. اگر (الف) را فرض کنیم، در این صورت گزاره اول B دروغ می شود و گزاره آخر J نیز چنین است، و این مطلب، تحت شرایط مسأله به این معناست که گزاره دوم B و گزاره دوم J باید راست باشند. اما این غیر ممکن است؛ زیرا این دو واضحاً متناقض یکدیگرند. در نتیجه باید این فرض را رها کنیم که B جنایتکار مورد بحث است. بنابراین، نتیجه می شود که J کسی است که فینلی را به قتل رسانده است و این موضوع را می توان با بررسی جدول کامل با توجه به مورد (ب) بررسی کرد:

	۱	۲	۳
B	T	F	T
J	F	T	T
T	T	T	F

اکنون در ستون سوم از چپ مثال، مجموع ارقام W ، U و W باید بیش از ۹ باشد؛ زیرا ۱ باید از این ستون به ستون سمت چپ انتقال یافته باشد. مقادیر واقع در دو سطر اول جدول، برای این منظور بسیار کوچک اند؛ بنابراین می‌توانیم هر دوی این سطرها را خط بزنیم.

بررسی بیشتر مجموع ارقام W ، U و W در ستون سوم از چپ و در ارتباط با این واقعیت که M فرد است، نشان می‌دهد که M در سطر سوم جدول، باید ۳ باشد؛ در حالی که در سطر چهارم باید ۷ باشد. این ماجرا مجازمان می‌کند که سطر سوم جدول را نیز کنار بگذاریم؛ زیرا این سطر شامل ۳، هم برای M و هم برای W است، که غیر ممکن است. بنابراین، جواب صحیح باید جوابی باشد که در سطر چهارم است. در نتیجه R ، ۹، U ، ۸، M ، ۷ و W ، ۴ است. با قرار دادن این مقادیر در مسئله، مشخص کردن این که A ، ۶، I ، ۲، N ، ۳، P ، ۱ است، عملی آسان است و حل مسئله را کامل می‌کند.

ارقام مفقود را بیاید.

مرحله واضح پرداختن به این مسأله، اولین حاصلضرب جزئی آن، یعنی ۷۷- است؛ زیرا این حاصلضرب بیش تر از موارد واقع در مسأله مشخص شده است. اما تنها اعداد یک رقمی ای که حاصلضربشان به ۷ ختم می شود، ۳ و ۹ هستند. در نتیجه، اولین رقم واقع در خارج قسمت، باید یکی از این اعداد و آخرین رقم واقع در مقسوم علیه، باید عدد دیگر باشد. اگر مقسوم علیه های ممکن را به صورت ۹- در نظر بگیریم و هریک را در ۳ ضرب کنیم، در می یابیم که تنها موردی که

حاصلضربی به صورت ۷۷- به دست می دهد، ۵۹ است که ۱۷۷ را می دهد. از طرف دیگر، اگر مقسوم علیه های به صورت ۳- را مورد بررسی قرار دهیم و هریک را در ۹ ضرب کنیم، در می یابیم که تنها ۵۳ حاصلضرب به صورت ۷۷- را به دست می دهد. اما باید اولین امکان از این دو را کنار بگذاریم؛ زیرا زمانی که ۵۹ در دومین رقم واقع در خارج قسمت، یعنی ۷ ضرب شود، نتیجه ۴۱۳ می شود؛ در حالی که بنا بر مسأله، دومین حاصلضرب جزئی، به صورت ۷- است. این بررسی ۵۳ را به عنوان امکان منحصر به فرد مقسوم علیه و ۹ را به عنوان رقم اول مقسوم علیه باقی می گذارد. سرانجام ملاحظه می کنیم که آخرین رقم خارج قسمت باید ۱ باشد؛ زیرا آخرین حاصلضرب جزئی تنها شامل دو رقم است. با دانستن این که مقسوم علیه ۵۳ و خارج قسمت ۹۷۱ است، می توانیم برای به دست آوردن مقسوم، آن ها را در هم ضرب کنیم. در این صورت، بقیه مسأله بلافاصله به دست می آید.

معمولاً اغلب معماهای هر مجموعه، جواب های منحصر به فرد دارند؛ اما تعداد اندکی از آن ها، به پاسخ های متفاوت و متعددی منجر می شوند؛ وضعیتی که عموماً در صورت مسأله خاطر نشان می شود. پاره ای معما نیز وجود دارند که در آن ها موضوع نه یافتن جواب، بلکه اثبات آن است، که داده های مفروض، در صورتی که با هم در نظر گرفته شوند، ناسازگارند. در توضیح معمایی از این دست، تفریق رمزبندی شده زیر را در نظر می گیریم:

$$\begin{array}{r} \text{E I G H T} \\ - \text{T H R E E} \\ \hline \text{F I V E} \end{array}$$

اگر فرض بر این باشد که هریک از حروف به جای رقم متفاوتی قرار دارد، ثابت کنید تخصیص رقم یکتا به هریک از این حروف، برای تشکیل تفریق صحیح، ممکن نیست.

ابتدا توجه می کنیم که در چپ ترین ستون، تفریق T از E، رقم ۰ را به جا گذاشته است. در نتیجه E باید دقیقاً ۱ واحد بیش تر از T باشد (۱ را از E برای استفاده در ستون دوم فرض کرده ایم). اما در راست ترین ستون، T منهای E، رقم E را می دهد (زیرا E بزرگ تر از T است. برای امکان این تفریق، باید ۱ را از ستون واقع در چپ آن قرض کنیم.) یا در جهت

عکس، E بعلاوه E، عددی دو رقمی است که T را در مکان یکان خود دارد. در نتیجه T باید زوج باشد و البته متفاوت از ۰؛ زیرا به عنوان چپ ترین رقم، در سطر دوم مسأله ظاهر شده است. بنابراین امکان های زیر را داریم:

$$T: 2 \quad 4 \quad 6 \quad 8$$

$$E: 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9$$

در میان این موارد، تنها یک جفت، یعنی E=۹ و T=۸ است که شرط دیگر را برقرار می کنند؛ یعنی این شرط را که یک واحد بیش تر از T است.

اکنون تفریق واقع در ستون دوم از راست را در نظر می گیریم. پیش از این ملاحظه کردیم که باید از H عدد ۱ را برای استفاده در ستون سمت راست قرض بگیریم. در نتیجه E، یعنی ۹، چون از H منهای ۱ کم شود، V را به جا می گذارد. اما این که اول ۱ را از عددی قرض بگیریم و بعد ۹ واحد از آن چه می ماند، کم کنیم، برابر آن است که از عدد اصلی ۱۰ واحد کم شود، و زمانی که ۱۰ از هر عدد کم شود، رقم یکان آن عدد لزوماً به همان صورت رقم یکان پاسخ ظاهر می شود. در نتیجه، حاصل تفریق در ستون دوم از راست باید H باشد و نمی تواند رقم متفاوت V شود. این تناقض ناگزیر ثابت می کند که مسأله را نمی توان برای به دست دادن تفریقی صحیح رمزبندی کرد.

حل بسیاری از معماهای متعارف آسان است؛ اما بعضی از آن ها نسبتاً مشکل اند. احتمال دارد که شخصی بعضی را آسان تر از شخصی دیگر بباید؛ چرا که روش های تحلیل از فردی به فرد دیگر تفاوت می کند. زمان لازم برای حل یک مسأله خاص نیز، به عنوان دلیلی بر قابلیت استدلال حل کننده، کم اهمیت است؛ زیرا ممکن است شخصی بنا به تصادف محض، فرض صحیح را برای اولین آزمایش خود انتخاب کند؛ در حالی که ممکن است فردی با همان ضریب هوشی، پیش از رسیدن به فرض درست، تعدادی نامشخص از فرض های نایسامان را جست و جو کند.

این نکته را نیز بیفزاییم که ممکن است معمایی در محتوا تازه و جدید باشد، اما در صورت نمی تواند؛ زیرا طرح معمایی که از لحاظ صورت کاملاً تازه باشد، تقریباً غیر قابل تصور است. به طور کلی معمایی را فکری-منطقی می گوئیم که با کم ترین اطلاعات لازم و تنها توسط استدلال منطقی قابل حل باشد.