



از تاریخ بیاموزیم (۶)

• پرویز شهریاری

ریاضیات در مصر باستان (از بوریس بولگارسکی)

دوران تمدن مصر و شکوفایی آن، به زمانی مربوط می‌شود که از ما بسیار دور است. یادگارهای فرهنگ ریاضی مصر، که از سده‌های پنجم و چهارم پیش از میلاد هم عقبتر می‌رود، به ما یاری می‌دهد بتوانیم تصور روشنی از دانش ریاضی آن زمان مصر داشته باشیم.

قلمرو مصر باستان، چندان تفاوتی با سرزمین امروزی مصر ندارد. در آن زمان هم، مثل امروز، مردم مصر در کناره‌های پایین و میانه رود نیل، یکی از طولانی‌ترین رودها در جهان، زندگی می‌کردند. از سه هزار سال پیش از میلاد، با اتحاد حکومت‌های زیادی که در سرزمین مصر بودند، حکومت متمرکزی پدید آمد که با نظام برده‌داری اداره می‌شد. اگر در آغاز، ساکنان مصر به شکار، ماهیگیری و دامپروری می‌پرداختند، بتدریج و در نتیجه ساکن شدن قوم‌های کوچ‌نشین در مرکزهای حاصلخیز، کشاورزی رونق گرفت و بتدریج به یکی از مهمترین کارها تبدیل شد. پیشرفت موفقیت‌آمیز کشاورزی، نتیجه‌ای از شرایط طبیعی دره حاصلخیز رود نیل بود. در هر سال، در فاصله اردیبهشت تا شهریور ماه، رود نیل طغیان می‌کرد و بعد از فرو نشستن آب، گل و لای فراوانی که شامل مواد معدنی و گیاهی بود، در کناره‌های رود باقی می‌گذاشت که موجب باروری زمینهای کشاورزی، بویژه برای کشت گندم بود. همین وضع، موجب شد تا مصریها، کشاورزی را به عنوان جدی‌ترین کار خود بدانند. ولی با فرو نشستن آب نیل، زمینهای غنی و حاصلخیز بدون آب می‌ماندند؛ زیرا دوره‌ای از سال آغاز می‌شد که در آن، باران بسیار کم می‌بارید. این وضع مصریها را وادار به ساختن آب‌هایی برای آبیاری مصنوعی، کشتزارها کرد که در زمان خود، بسیار پیچیده بود؛ به جز این، در شبکه آبیاری مصریها، آب‌انبارهایی هم پیش‌بینی شده بود.



این پدیده، مصریها را ناچار کرد، به نحوی حساب زمان را داشته باشند و از آنجا که تغییر زمان به حرکت (ظاهری) ستارگان مربوط بود، مصریها به بررسی سیاره‌ها پرداختند و فاصله زمانی بین طلوع و غروب آنها را زیر نظر گرفتند و متوجه شدند اول طلوع ستاره کاروان کش (شعرای یمانی) با آغاز بالا آمدن آب رود نیل همراه است. به همین مناسبت، مصریها فاصله زمانی بین دو طلوع این ستاره را، که ۳۶۵ روز بود، به عنوان سال انتخاب کردند. سال را به دوازده ماه ۳۰ روز تقسیم کردند و به پایان سال، پنج روز افزودند و این پنج روز را جشن می گرفتند. شبانه روز به ۲۴ ساعت تقسیم می شد؛ ۱۲ ساعت روز و ۱۲ ساعت شب. ساعت روزانه $\frac{1}{12}$

فاصله طلوع تا غروب خورشید و ساعت شبانه $\frac{1}{12}$ فاصله غروب تا طلوع خورشید بود و به همین دلیل، طول یک ساعت روز با طول یک ساعت شب، اغلب فرق داشت. البته اختلاف ساعت روز با ساعت شب، چندان زیاد نبود؛ زیرا در نزدیکیهای استوای کره زمین، طول روز با طول شب، تقریباً برابر است. برای تعیین وقت در طول روز، از ساعت آفتابی استفاده می کردند؛ ولی از حدود ۱۵۰۰ سال پیش از میلاد، ساعت‌های آبی معمول شد که برای تعیین وقت، هنگام شب هم می شد از آنها استفاده کرد. اساس ساعت آبی، ظرفی بود که در ته آن سوراخی وجود داشت. این ظرف را پر از آب می کردند و آب بتدریج از سوراخ کف آن خارج می شد. فاصله زمانی خارج شدن تمام آب از ظرف، یک واحد زمان بود.

مصریها، برای ساختن نیایشگاه‌های بزرگ، برای برپاداشتن هرمهای مشهور، برای کار مربوط به آبراه‌های پیچیده و همچنین برای بازسازی مرزهای زمینهای کشاورزی (که با هر طغیان رود از بین می رفت) نیاز به محاسبه و اندازه گیری داشت؛ همین نیازها مصریها را برای تسلط بر محاسبه و برای آشنایی شکلها و مفهومیهای هندسی آماده کرد.

آغاز پیدایش فرهنگ مصر، به چهار هزار سال پیش از میلاد می رسد. گمان می رود که آغاز خط مصری هم مربوط به همین زمان باشد. این خط در آغاز، جنبه «هیروگلیفی» داشت؛ یعنی هر مفهوم به صورت یک شکل جداگانه نشان داده می شد. ولی بتدریج،

در کنار کشاورزی، پیشه‌وری و کارهای کارگاهی هم رشد می کرد؛ مانند کوزه‌گری، جواهرسازی و پارچه‌بافی. به جز این، حرفه سنگتراشی هم بسیار پیشرفته بود و ابزارهای کشاورزی، نجاری، سلاح و ظرف را از سنگ می ساختند. از سنگ برای ساختمانها، مقبره‌ها و نیایشگاه‌ها هم استفاده می کردند. سنگ را مصریها در سرزمین خود داشتند؛ ولی مواد لازم را برای جواهرسازی و وسیله‌های خانگی (مثل طلا، سرب، مس و بعدها آهن) از کشورهای همسایه تهیه می کردند؛ از شمال سودان، از جزیره قبرس، از شبه جزیره سینا، از کرانه‌های دریای سرخ و غیره. نیاز به مواد خام سرزمینهای دور و تمایل به فروش کالاها، خود، بازرگانی را بسرعت گسترش داد و حرکت کاروانها، چه در خشکی و چه در رودخانه یا دریا قطع نمی شد. کاروانهای دریایی، مسیر خود را از طریق کرانه‌های دریای سرخ و کناره‌های آسیای دریای مدیترانه انجام می دادند.

همان طور که درباره سرزمین بابل دیدیم، در این جا هم، پیشرفت کشاورزی، کارهای کارگاهی و بازرگانی، مشاهده و آزمایش برخی خصلتهای علمی پدیده‌ها را به همراه داشت که به نوبه خود، موجب جمع شدن آگاهیهای در زمینه دانشهای طبیعی، جغرافیا، اخترشناسی و ریاضیات شد.

عامل اصلی پیشرفت کشاورزی در مصر، وجود رود نیل و طغیانهای آن بود که به نوبت و در زمانهای معینی از سال رخ می داد.





نوشته‌های هیروگلیفی، تغییر شکل داد و ساده‌تر شد. به این شکل تازه، خط «ای به راتیک» می‌گویند. در شکل، یک متن، هم با خط هیروگلیفی و هم با خط ای به راتیک داده شده است.

تأثیر ای به راتیک در هیروگلیف

نمونه‌های هیروگلیفی از عدد ۵ و ۱۲۲ را به صورت

نمونه‌های هیروگلیفی از عدد ۵ و ۱۲۲ را به صورت

نمونه‌های هیروگلیفی از عدد ۵ و ۱۲۲ را به صورت

نمونه‌های هیروگلیفی از عدد ۵ و ۱۲۲ را به صورت

برای نوشتن عددها هم همین روش را به کار می‌بردند. در

نوشته‌های هیروگلیفی از دستگاه دهدهی (عددنویسی به مبنای ۱۰)

استفاده شده است. در ضمن، برای هر مرتبه‌ای نماد ویژه‌ای وجود

داشت؛ یکان، دهگان، صدگان و غیره. واحد با نماد دهگان

با نماد $\cap$ ، صدگان با نماد $\cup$ ، هزارگان با نماد ☪ ، ده هزارها

با نماد ☪ ، صد هزارها با نماد ☪ ، میلیون‌ها با نماد ☪

و ده میلیون‌ها با نماد ☪ نشان داده می‌شد. همچنین اگر در

مرتبه‌ای، چند واحد آن مرتبه وجود داشت، همان نماد را در نوشته،

چند بار تکرار می‌کردند؛ یعنی قانون جمع را رعایت می‌نمودند.

برای نمونه، عدد ۵ را به صورت ||||| و عدد ۱۲۲ را به صورت

می‌نوشتند.

مصریها، از کسرهای استفاده می‌کردند که با صورت واحد

بیان می‌شدند. تنها استثنا کسر $\frac{2}{3}$ بود که نمادی ویژه خود

داشت؛ کسر $\frac{1}{4}$ هم نماد ویژه‌ای داشت و

به صورت ☪ نشان داده می‌شد؛ همه کسرهای دیگر را به

یاری نمادی به صورت ☪ معرفی می‌کردند. برای این که کسری

را (که البته صورت آن برابر واحد است) نشان دهند، این نماد را

رسم می‌کردند و عدد مخرج کسر را در زیر آن می‌نوشتند. برای

نمونه، کسر $\frac{1}{4}$ را به صورت ☪ نشان می‌دادند.

نوشته‌ها را روی «پاپیروس» می‌نوشتند و اغلب به صورت رنگی،

گاهی هم روی سنگ، چوب، پوست، پارچه یا پوست درخت

می‌نوشتند. متنها را بیشتر سطر به سطر و از راست به چپ و یا

ستونی از بالا به پایین یادداشت می‌کردند. برخی از پاپیروسها تا

امروز باقی مانده‌اند و می‌توانند ما را با ریاضیات مردم باستانی

مصر آشنا کنند.

از میان همه پاپیروسهای موجود، بررسی متنهاى دو پاپیروس،

اهمیت زیادی دارد؛ (۱) «پاپیروس ریند» که به نام صاحب نخستین

انجام می دادند: یعنی به جست و جوی عددی می رفتند که از حاصلضرب آن در بخش‌یاب، عدد بخشی به دست آید.

مصریها، برای بیان کسرها به صورت مجموعی از کسرهایی که صورتی برابر واحد داشته باشند، جدولهایی تنظیم کرده بودند. نمونه این جدولها در این جا داده شده است (در صفحه ۷).

این جدولها، برای حل پرسشهایی به کار می رفت که مربوط به عمل درباره کسرها بود. برای نمونه، برای تقسیم ۵ بر ۲۱، کار منجر به این ردیف عملها می شد:

$$\begin{aligned}\frac{5}{21} &= \frac{1}{21} + \frac{2}{21} + \frac{2}{21} = \frac{1}{21} + \frac{1}{14} + \frac{1}{42} + \frac{1}{42} + \frac{1}{42} \\ &= \frac{1}{21} + \frac{2}{14} + \frac{2}{42} = \frac{1}{21} + \frac{1}{7} + \frac{1}{21} = \frac{1}{7} + \frac{2}{21} \\ &= \frac{1}{7} + \frac{1}{14} + \frac{1}{42}\end{aligned}$$

این راه به ظاهر طولانی، اغلب منجر به نتیجه ای می شود که کار با آن برای مصریها، بسیار ساده تر از کار با کسر $\frac{5}{21}$ بود. به این مسأله مصری توجه کنید: می خواهیم ۷ قرص نان را بین ۸ نفر تقسیم کنیم؛ پاسخ به این صورت است:

$$\frac{7}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

یعنی باید، ۴ نان را نصف کرد، ۲ نان را هر کدام به چهار بخش برابر و ۱ نان را به هشت بخش برابر تقسیم کرد.

در پایروسها، به محاسبه های پیچیده ای روی عددهای درست و عددهای کسری برمی خوریم. به جز این، در دو پایروس که نام بردیم، آگاهیهای از سایر بخشهای ریاضیات وجود دارد. از جمله با مسأله هایی روبه رو می شویم که به جبر مربوط می شوند یا خصلت هندسی دارند.

در پایروس ریند، بخش ویژه ای به «محاسبه توده» اختصاص داده شده است. درواقع، این بخش، شامل مسأله هایی است که به معادله درجه اول یک مجهولی منجر می شوند. «توده» یا به زبان قبطی «هاو» همان است که ما امروز مجهول می نامیم. منظور از «هاو» توده ای گندم است که باید تعداد دانه های آن محاسبه شود. تکه ای را که پیش از این، با خطهای هیروگلیفی و هیراتیکی آوردیم، مربوط به شرح یکی از همین گونه معادله ها می شود. مضمون این

آن «ریند» و در موزه بریتانیا نگهداری می شود؛ (۲) «پایروس ریاضی مسکو» که به وسیله واسیلی سترووه (۱۸۹۱-۱۹۶۴)، تاریخ نویس شوروی بررسی شده است و در موزه دولتی هنر به نام پوشکین، در مسکو نگهداری می شود. البته، پیش از «سترووه» که پایروس مسکو را در ۱۹۳۰ بررسی کرد، در سال ۱۹۱۷ هم به وسیله «ب.آ. تورایف» بررسی شده بود. هر دوی این پایروسها در فاصله بین سالهای ۲۰۰۰ تا ۱۸۰۰ پیش از میلاد نوشته شده اند. احتمال می رود، پایروس ریند، رونوشتی از یک پایروس کهنتر، یعنی نزدیک به ۳۰۰۰ سال پیش از میلاد باشد.

پایروس ریند، که گاهی آن را «پایروس آهمس» هم می نامند (زیرا احتمال می دهند به وسیله «آهمس» کاتب مصری در دو هزار سال پیش از میلاد نوشته شده است)، بیشتر یک متن آموزشی درباره اقتصاد کشاورزی است؛ ولی آگاهیهای ریاضی که از این پایروس به دست می آید، چنان گوناگون است که می توان آن را سندی با خصلت ریاضی به شمار آورد.

از دو سندی که نام بردیم و سندهای دیگری که درباره ریاضیات از مصر باستان به ما رسیده است، روشن می شود که مصریها، نه تنها می توانستند عددها را بنویسند؛ بلکه درباره عملهای ریاضی، از قانونهایی پیروی می کرده اند و نمادهایی برای این عملها داشته اند. از جمله عمل جمع را به وسیله نمادی به شکل پاهای انسان نشان می دادند؛ از راست به چپ حرکت می کردند و برای عمل تفریق از همین نماد، ولی با حرکت در جهت عکس (از چپ به راست) استفاده می کردند. اختلاف دو مقدار با سه پیکان افقی، واژه «یعنی» با شکلی شبیه جغد و دو نقطه پشت سرهم به معنای «برابری» بود. مصریها، عمل ضرب را با دو برابر کردنها انجام می دادند؛ برای ضرب ۸ در ۸، نخست ۸ را دو برابر می کردند، بعد حاصلضرب را دوباره دو برابر می کردند و سرانجام دو برابر نتیجه، ضرب اخیر را به دست می آوردند. برای به دست آوردن حاصلضرب ۱۵ در ۱۷، این عملها را انجام می دادند:

$$\begin{aligned}15(1+2 \times 2 \times 2 \times 2) &= 15 \times 1 + 15 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ &= 15 + 30 \times 2 \times 2 \times 2 = 15 + 60 \times 2 \times 2 \\ &= 15 + 120 \times 2 = 15 + 240 = 255\end{aligned}$$

عمل تقسیم را با توجه به این که عکس عمل ضرب است،

نوشته چنین است :

توده ای، $\frac{2}{7}$ آن، $\frac{1}{7}$ آن، $\frac{1}{7}$ آن و خود آن می شود ۳۷.

حل چنین معادله هایی به این صورت انجام می شود : همه عددهای شامل مجهول، با هم جمع شده اند. در ضمن، از تبدیل کسرها به کسره های با صورت واحد هم استفاده می شود. گاهی هم برای یافتن مجهول، از روش فرضی استفاده شده است.

در پاپیروسها، به مسأله هایی هم برمی خوریم که به تصاعد های حسابی و هندسی مربوط می شوند. این مفهوما به این دلیل در ریاضیات مصری پدید آمده اند که در مسأله های مربوط به زندگی و عمل، با آنها برخورد می کردند. در این جا نمونه ای از یک مسأله را که به تصاعد حسابی مربوط می شود، می آوریم :

تعداد ۱۰۰ نان را بین پنج نفر طوری تقسیم کنید که سه نفر اول، هفت برابر دو نفر دیگر داشته باشند. تقسیم برابر انجام نگرفته است و تعداد نانهای هر نفر به مقدار مشخصی از تعداد نانهای نفر قبلی کمتر است.

در واقع، از یک تصاعد حسابی، مجموع پنج جمله اول (۱۰۰) و نسبت مجموع سه جمله اول به دو جمله آخر (۷) داده شده است.

در پاپیروس، مسأله بدرستی حل شده و پاسخ آن آمده است. در پاپیروس، تصاعد هندسی به این صورت طرح شده است :
عددهای

۷، ۴۹، ۳۴۳، ۲۴۰۱، ۱۶۸۰۷، ...

و مجموع آنها ۱۹۶۰۷ داده شده است. این یک تصاعد با قدرنسبت ۷ است و در طرح آن گفته شده است، ۷ نفر هر کدام ۷ گربه دارند، هر گربه می تواند ۷ موش بگیرد، هر موش می تواند ۷ خوشه جو بخورد و هر خوشه جو دارای ۷ دانه جو است.

در پاپیروسها، مسأله های زیادی با خصلت هندسی وجود دارد که به محاسبه مساحت و حجم زمینهای کشاورزی و ساختمانها مربوط می شود. در این زمینه هم مسأله هایی دیده می شود که پاسخ آنها با دقت محاسبه شده است و هم مسأله هایی با پاسخهای تقریبی. روشن است که مصریها، با روشهای دقیق محاسبه سطح و حجم شکلهای اساسی هندسی آشنا بودند؛ ولی اغلب ترجیح می دادند به روشهای تقریبی - که چندان دقیق نبود - متوسل شوند.

در پاپیروس مسکو، محاسبه حجم یک هرم ناقص منتظم با قاعده های مربع شکل، با دقت و بدرستی داده شده است. همچنین، در پاپیروس ریند، مساحت دایره با دقت محاسبه شده است. ریاضیدان مصری، قطر دایره را به ۹ بخش برابر تقسیم می کند و مساحت مربعی به دست می آید، که طول ضلع آن برابر ۸ بخش از این ۹ بخش قطر است. در واقع، اختلاف محاسبه ریاضیدان مصری با محاسبه ای که امروزه برای مساحت دایره می کنیم، در این است که او عدد π را برابر $\frac{25}{8}$ می گیرد.

ولی این نکته را نباید از یاد برد که همه کارهای ریاضی مصریها، جنبه تجربی دارد. در نوشته های باقیمانده از مصریها، هیچ گونه تعمیم یا استدلالی که بر پایه اثبات منطقی باشد، دیده نمی شود. آگاهی ریاضی، مربوط به جنبه هایی می شود که ضمن کار و عمل و در زندگی روزانه، در برابر آنها قرار می گرفته است. به همین دلیل است که در سندهای موجود، به قاعده های کلی بر نمی خوریم و درباره هر مسأله ای، به عنوان یک مسأله مستقل و جدا از مسأله های مشابه خود، راه حل جست و جو می شود. به همین مناسبت، نمی توانیم ادعا کنیم که در بابل یا مصر، ریاضیات به عنوان شاخه مستقلی از دانش پدید آمد؛ تنها می توانیم بگوییم، در این جاها، آگاهیهای پراکنده ای از مفهوماهای ریاضی، بتدریج روی هم جمع می شد و زمینه را برای تکامل دانش ریاضی، در دوران بعد، و نه چندان نزدیک به آنها، فراهم کرد.



جدول کسرها از بایروس ریند

$\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$	$\frac{0}{37} = \frac{1}{24} + \frac{1}{111} + \frac{1}{296}$	$\frac{2}{71} = \frac{1}{40} + \frac{1}{508} + \frac{1}{710}$
$\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$	$\frac{2}{39} = \frac{1}{26} + \frac{1}{78}$	$\frac{2}{73} = \frac{1}{60} + \frac{1}{219} + \frac{1}{292} + \frac{1}{365}$
$\frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28}$	$\frac{2}{41} = \frac{1}{24} + \frac{1}{246} + \frac{1}{328}$	$\frac{2}{75} = \frac{1}{50} + \frac{1}{150}$
$\frac{2}{9} = \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$	$\frac{2}{43} = \frac{1}{42} + \frac{1}{86} + \frac{1}{129} + \frac{1}{301}$	$\frac{2}{77} = \frac{1}{44} + \frac{1}{308}$
$\frac{2}{11} = \frac{1}{6} + \frac{1}{66}$	$\frac{2}{45} = \frac{1}{30} + \frac{1}{90}$	$\frac{2}{79} = \frac{1}{60} + \frac{1}{237} + \frac{1}{316} + \frac{1}{790}$
$\frac{2}{13} = \frac{1}{8} + \frac{1}{52} + \frac{1}{104}$	$\frac{2}{47} = \frac{1}{30} + \frac{1}{141} + \frac{1}{470}$	$\frac{2}{81} = \frac{1}{54} + \frac{1}{162}$
$\frac{2}{15} = \frac{1}{10} + \frac{1}{30}$	$\frac{2}{49} = \frac{1}{28} + \frac{1}{196}$	$\frac{2}{83} = \frac{1}{60} + \frac{1}{232} + \frac{1}{415} + \frac{1}{498}$
$\frac{2}{17} = \frac{1}{12} + \frac{1}{51} + \frac{1}{68}$	$\frac{2}{51} = \frac{1}{34} + \frac{1}{102}$	$\frac{2}{85} = \frac{1}{51} + \frac{1}{255}$
$\frac{2}{19} = \frac{1}{12} + \frac{1}{76} + \frac{1}{114}$	$\frac{2}{53} = \frac{1}{30} + \frac{1}{318} + \frac{1}{795}$	$\frac{2}{87} = \frac{1}{58} + \frac{1}{174}$
$\frac{2}{21} = \frac{1}{14} + \frac{1}{42}$	$\frac{2}{55} = \frac{1}{30} + \frac{1}{330}$	$\frac{2}{89} = \frac{1}{60} + \frac{1}{267} + \frac{1}{534} + \frac{1}{890}$
$\frac{2}{23} = \frac{1}{12} + \frac{1}{276}$	$\frac{2}{57} = \frac{1}{38} + \frac{1}{114}$	$\frac{2}{91} = \frac{1}{70} + \frac{1}{130}$
$\frac{2}{25} = \frac{1}{15} + \frac{1}{75}$	$\frac{2}{59} = \frac{1}{36} + \frac{1}{236} + \frac{1}{531}$	$\frac{2}{93} = \frac{1}{62} + \frac{1}{186}$
$\frac{2}{27} = \frac{1}{18} + \frac{1}{54}$	$\frac{2}{61} = \frac{1}{40} + \frac{1}{244} + \frac{1}{448} + \frac{1}{610}$	$\frac{2}{95} = \frac{1}{60} + \frac{1}{380} + \frac{1}{570}$
$\frac{2}{29} = \frac{1}{24} + \frac{1}{58} + \frac{1}{174} + \frac{1}{232}$	$\frac{2}{63} = \frac{1}{42} + \frac{1}{126}$	$\frac{2}{97} = \frac{1}{56} + \frac{1}{679} + \frac{1}{776}$
$\frac{2}{31} = \frac{1}{20} + \frac{1}{124} + \frac{1}{155}$	$\frac{2}{65} = \frac{1}{39} + \frac{1}{195}$	$\frac{2}{99} = \frac{1}{66} + \frac{1}{198}$
$\frac{2}{33} = \frac{1}{22} + \frac{1}{66}$	$\frac{2}{67} = \frac{1}{40} + \frac{1}{335} + \frac{1}{536}$	
$\frac{2}{35} = \frac{1}{30} + \frac{1}{42}$	$\frac{2}{69} = \frac{1}{46} + \frac{1}{138}$	