

تکامل ریاضیات کاربردی و سنت نظری



در شماره قبل تکامل ریاضیات کاربردی و عنصر استدلال که باعث سنت ساختمان نظری ریاضیات شد، صحبت کردیم، اینک ادامه مطلب را در پی می‌آوریم.

رسانده است (این الگوریتم‌ها سمت‌گیری محاسبه‌ای جبری دارند). سنت نظری، تمایل به بیرون رفتن از محدوده کاربرد را افزایش می‌دهد و ریاضیات کاربردی را در بستر ستر نظریه و عمل به حرکت درمی‌آورد. روش و راه الگوریتمی پیشرفت، از ویژگی‌های آشکار ریاضیات

کاربردی است و سنت نظری، تنها موجب افزایش گرایش به سمت الگوریتمی کردن می‌شود. از جمله، ریاضیات کاربردی چنین که کم و بیش مستقل از تأثیر مرکزهای یونانی پیش رفت، تاسده چهاردهم، به سمت‌گیری در جهت ریاضیات محاسبه‌ای جبری رسید. همین وضع درباره ریاضیات قرن هفدهم وجود دارد که جهت‌گیری مسأله‌های کاربردی در آن‌جا، همراه با روش‌های کلی حل است. برای نمونه در رساله «لیلا واتی» (مربوط به سده دوازدهم که در سده سیزدهم بازنویسی شده است)، این مسأله آمده است: «اگر ۱۶ غلام ۳۲ واحد پول ارزش داشته باشند، ۲۰ غلام چند می‌ارزند؟» راه‌حل کلی این مسأله که در جهت کاربردی تنظیم شده است، به این ترتیب اعلام می‌شود که، ارزش وجودهای زنده، به نسبت افزایش تعداد آن‌ها، زیاد می‌شود.

در عین حال که گونه‌های مسأله، سمت‌گیری کاربردی خود را حفظ می‌کنند، همراه با نیازهایی که در عمل پدید می‌آیند، خصلت محاسبه‌ای و اندازه‌پذیری به خود می‌گیرند. ریاضیات سده‌های میانه، در پایه‌های اساسی خود، عکس‌العملی در برابر این نیازهاست؛ نیازهایی که بسیار نیرومندند و نمی‌توانند با ریاضیات نظری، چندان برآورده شوند. ضرورت ایجاب می‌کند که به این ریاضیات نظری، مسأله‌هایی اضافه شود تا بتوانند نیازهای محاسبه‌ای را در تجارت، اخذ مالیات، اقتصاد نظامی و غیر آن حل کنند.

مسأله‌های مربوط به تقسیم ارث، در کشورهای مسلمان‌نشین نقشی اساسی داشته‌اند و یکی از موارد درسی در مکتب‌ها بوده‌اند. از سوی دیگر، پیشرفت روابط بازرگانی، مسأله‌های پیچیده‌ای را مطرح کرد و این در حالی است که اخترشناسی عملی که آ. نیکه‌بادر آن را انگیزه اصلی پیشرفت ریاضیات می‌داند، از دوره باستان آغاز شده بود. ب. آ. بستازستین، به ویژه روی دریانوردی و نیازهای ناشی از آن تکیه می‌کند. مسأله‌های مربوط به محاسبه زاویه‌ها (که برای تیراندازی به

ریاضیات کاربردی در سطح نخستین خود (میان دوره و غیره) به طور کامل، در گونه‌های مختلف مسأله‌ها، سمت‌گیری کاربردی دارد که در درون خود، گونه‌های متفاوت را از هم جدا کرده است و به صورتی پنهانی، بر راه‌حل‌های کلی گونه‌های مختلف مسأله‌ها اشاره می‌کند. ولی در حالتی که سنت نظری وجود دارد، وقتی که ارزش و اهمیت روش استدلالی، به عنوان یک هدف مستقل، شناخته شده است، وقتی که ریاضیدان ایرانی، ارثیه فرهنگی باستان را حفظ کردند و آن را به مراتب پیش بردند، دیگر جدایی قطعی گونه‌های مختلف مسأله‌ها مشاهده می‌شود و روش‌های کلی حل، به صورت عددی، پدید می‌آید. این روش‌ها به صورت دنباله‌ای از روند‌های محاسبه‌ای ارائه می‌شوند که به کمک آن‌ها، راه‌حل کلی هر مسأله‌ای از یک گونه خاص، قابل تشخیص است.

از جمله محمد موسی خوارزمی، یکی از متخصصین ریاضیدانانی که هم به ریاضیات کاربردی «میان‌دورود» و هم به ریاضیات نظری «یونان» توجه داشته است، «جبر و مقابله» خود را به صورت زیر تنظیم می‌کند: آغاز کتاب به شرح الگوریتم‌های حل معادله درجه دوم، در شکل‌های مختلف خود، اختصاص دارد (شش فصل اول). الگوریتم‌ها روی مثال‌های عددی داده شده‌اند که ریاضیات کاربردی سده‌های میانه را، بر ریاضیات کاربردی در سطح نخستین خود، نزدیک می‌کند.

به همین ترتیب، یکی از نخستین ریاضیدانان اروپایی غربی، «لئوناردو پیزایی»، در کتاب حساب خود، نه تنها توجه خواننده را به جنبه‌های کاربردی مسأله‌ها جلب می‌کند، بلکه به صورتی روشن، روش حل آن‌ها را هم ارائه می‌دهد. شیوه «دستوری» و نسخه‌مانند الگوریتم‌ها، ریاضیات سده‌های میانه را به ریاضیات کاربردی دوران قبل از یونان پیوند می‌دهد. با وجود این، سنت نظری تأثیر خود را گذاشت و «نسخه‌نویسی» را به الگوریتم، که موقعیتی بیرون عملی است،

هدف لازم بود)، اندازه‌گیری فاصله تا جای غیر قابل دسترس، تعیین جهت قبله، همه این مسأله‌ها، پاسخگوی نیازهای مشخص زندگی عملی بودند؛ نیازهایی که عنصرهای ساختاری ریاضیات کاربردی سده‌های میانه را تشکیل می‌دادند. هریک از گونه‌های متفاوت مسأله‌ها، دورو بر این عنصرها پدید می‌آمدند. ریاضیات سده‌های میانه شامل آگاهی‌های تنظیم شده‌ای بیرون از جنبه نظری است که با رشته بایداری، به نیازهای عملی بسته شده‌اند.

تمامیت کاربردی مسأله‌ها، ارتباط تنگاتنگی با الگوریتم‌ها دارد. خوارزمی این گونه مسأله‌ها را بعد از شرح الگوریتم‌ها می‌آورد و آن‌ها را در بخش‌های مربوط به وصیت‌ها یا تعیین سهم ارث و یا تعیین تکلیف در حالتی که یک یا چند تن از وارثان وصیت کننده از دنیا بروند، متمرکز می‌کند. بین معادله‌هایی که در جهت کاربردی تنظیم شده‌اند و الگوریتم‌ها که با دستگاه نیرومند روش‌های محاسبه‌ای مشخص شده‌اند، هیچ شکافی وجود ندارد: الگوریتم‌ها ادامه مستقیم گونه‌های مختلف مسأله‌های عملی هستند و از آن‌جا برآمده‌اند. ریاضیات کاربردی، به عنوان مجموعه واحدی که گونه‌های مختلف مسأله‌های ناشی از زندگی عملی را در خود جمع کرده است، تحت تأثیر سنت‌های نظری، به سمت الگوریتمی شدن و جدا شدن عنصرهای محاسبه‌ای از توده مسأله‌های عملی، گرایش پیدا می‌کند.

اگر از طرف ریاضیات کاربردی در شرایط وجود سنت‌های نظری، تلاشی برای نظری کردن موضوع‌ها دیده می‌شود، از طرف سنت‌های نظری، گرایش عکس وجود دارد: دمساز شدن با موقعیت موجود کارها و با ریاضیات کاربردی که به هیچ وجه از جریان اصلی تکامل دانش ریاضی عقب نمانده است. در «طبقه» مربوط به آگاهی‌های نظری، آنچه که از ریاضیات یونانی به ارث رسیده است و همچنین بررسی‌های تازه‌ای که خصلت نظری دارند، حفظ می‌شود. حفظ سنت‌های نظری در کشورهای مثل ایران، به صورت ترجمه آثار اقلیدس، آپولونیوس، ارشمیدس، بتلمیوس و دیگر مؤلفان قدیمی، به زبان عربی (و اغلب از زبان‌های پهلوی و سریانی) انجام گرفت. همین آثار با آغاز سده یازدهم، به لاتینی ترجمه و در اروپا منتشر شد. بازگشت به دانش باستان در سده‌های دوازده و سیزده میلادی، دوره‌ای را در تفکر علمی اروپا تشکیل می‌دهد. ورود متن‌های «عربی» به آموزش غرب، تاریخ دانش و فلسفه سده‌های میانه را به دو دوره متفاوت تقسیم می‌کند: دوره اول، تفکر انسان اروپایی، تنها به قطعه‌های ناچیزی از آگاهی‌های مربوط به مکتب‌های رومی محدود می‌شد.

در دوره دوم، دانش باستان، در حجم کامل خود، به غرب بازگشت. تجدید حیات دانش باستان که با ملاحظه‌ها و اضافه‌های

کشورهای شرق همراه بود، رنسانس عملی دوران سده‌های میانه به شمار می‌رود [رنان Renan] ولی در این دوره آگاهی بسیار کند منتشر می‌شد. برای مثال، خبر مرگ فردریک بارباروس، از روم تا کانترבורی هفت هفته در راه بود، ولی خبرهای مهم ممکن بود این فاصله را در چهار هفته طی کنند. به علاوه، رابطه پستی منظمی برقرار نبود. به سختی می‌توان تصور کرد که «جریان آگاهی‌های تازه که از لوله رو و سیسیل و سایر نقطه‌هایی که با دانش باستان و دانش «عربی» آشنا بودند، به مرکزهای فرهنگی اروپای غربی سده‌های میانه، چقدر دیر می‌رسید.»^۲

بررسی مستقل در این دوره، عبارت است از: اثبات دوباره بسیاری از قضیه‌ها (با شیوه دیگری که ساده‌تر بود و بر اساس ویژگی‌هایی به دست می‌آمد که اقلیدس، ارشمیدس و دیگر ریاضیدانان یونانی هم از آن‌ها اطلاع داشتند)؛ اثبات قضیه‌های تازه، به ویژه قضیه‌هایی که برای ساختن الگوریتم و ساده کردن محاسبه‌ها لازم بود (مثل قضیه سکینوس‌ها در مثلثات روی صفحه و کره) با تلاش برای نفوذ در زمینه پایه‌های دانش ریاضی و اثبات، به صورت قضیه‌ها و اثبات آن‌ها وارد ریاضیات می‌شود. با وجود این، برخلاف ریاضیات نظری، در این جا نظری شدن، زیر فشار نظام درونی ریاضیات انجام نمی‌گیرد، بلکه به ریاضیات کاربردی توجه دارد و زیر تأثیر آن است. در این جا اثبات و استدلال تنها حلقه نخستین از زنجیره‌ای است که دانش ریاضی را تکوان می‌دهد.

خط‌های کلی بستگی بین تمایل به اثبات با جهت‌گیری کاربردی دانش ریاضی را می‌توان در این جا دید که اثبات تا جایی پیش می‌رود که به محاسبه و روش‌های الگوریتمی حل مسأله‌های نمونه برسد. در ضمن رشد مسأله‌هایی که جهت‌گیری کاربردی دارند و همچنین مجموعه الگوریتم‌ها، نسبت به رشد استدلالی که در درجه اول در رابطه با موقعیت محاسبه‌ای آن‌ها به وجود می‌آید، آهنگ تندتری دارد؛ از جمله، قضیه‌های مربوط به مثلثات روی صفحه و کره (که به وسیله بوزجانی، بیرونی و دیگران آورده شدند)، به روشنی در جهت ساده‌تر کردن محاسبه‌های اخترشناسی و در رابطه با تشکیل جدول‌های مثلثاتی، اثبات می‌شوند. کار واقعی نظری در دوره ریاضیات کاربردی، در دقیق‌تر کردن پایه‌های ریاضیات نظری دوره قبل، متمرکز شده است. حجم دانش نظری کندتر از حجم ریاضیات کاربردی و الگوریتمی افزایش می‌یابد و این نشانه نامتعادل بودن نظریه و عمل در سنتز ریاضیات سده‌های میانه است. این عدم تعادل، ریشه‌های بسیار عمیقی دارد که یک رشته از علت‌هایی را روشن می‌کند که موجب ترمز دانش نظری شدند؛ از جمله، وقتی ریاضیدانان ایرانی، فضا را سه بعدی می‌دانستند، و پاره خط راست را نماینده طول و مربع آن را نماینده سطح می‌دانستند، عبور به معادله‌های درجه چهارم و بالاتر ممکن نبود.

ولی قضیه، به عنوان مجموعه‌ای از روندهای الگوریتمی در نظر گرفته می‌شود. اغلب، قضیه، به طور غیر مستقیم با الگوریتم برخورد می‌کند: هدف اثبات‌ها، به طور عمده، عبارت است از جهت دادن به مبانی قابل اثبات الگوریتم‌ها. برای نمونه ابوریحان بیرونی، ساختارهای نظری را در «قانون مسعودی» وارد می‌کند. ولی هدف این ساختمان‌های نظری، انجام عمل‌هایی از محاسبه است که درستی آن‌ها را تأیید می‌کند. بیرونی می‌نویسد که دانش مربوط به وتر کمان‌های دایره، یعنی اثبات‌های هندسی که به دایره مربوط می‌شوند، «کاربرد عملی دارد و ضمن محاسبه عددها تعیین می‌شود». نظریه گيوموتان^۲ (سده پانزدهم) هم در کتاب او با عنوان «پنج کتاب درباره مثلث‌هایی از هر نوع» همین گونه است. نیازهای عملی بر کشش‌های نظری اثر می‌گذارد و موجب تبدیل دانش ریاضی به دنباله‌ای از حلقه‌های یک زنجیر می‌شود که در یک حلقه از آگاهی‌های قابل اثبات و دگرگونی دیگر آن، گونه‌های متفاوت مسأله‌های کاربردی قرار دارند. در بنیان‌گذاری استدلالی الگوریتم‌ها، هر قضیه، برای چند الگوریتم مورد استفاده قرار می‌گیرد و از نظر ساختمان الگوریتمی دانش ریاضی، ساختارهای نظری به وسیله الگوریتم تقسیم می‌شوند. الگوریتم‌ها هم برای انجام محاسبه لازمند و برانجام، تنظیم نظری با توضیح ریاضیات کاربردی ویران می‌شود. با همه این‌ها، این جهت‌گیری کاربردی که به کمک نظریه اصلاح می‌شود، خود حاصلی منظم و آزموده دارد. دو تمایل مختلف برای سامان دادن به دانش ریاضی، یعنی تمایل به دانش‌های کاربردی و تمایل به روش‌های نظری، در روش الگوریتمی به هم می‌پیوندند که در واقع، برآیند موقعیت کاربردی و سنت نظری است. ریاضیات سده‌های میانه پیش از هر چیز ریاضیات محاسبه‌ای است. مجموعه‌ای از الگوریتم‌های محاسبه‌ای، برای حل مسأله‌های حساب، جبر و هندسه که در ابتدا ساده و سپس پیچیده می‌شوند، انگیزه دستاوردهای نظری و به وجود آمدن مفهوم‌های تازه ریاضی می‌شوند. الگوریتم‌ها در آغاز تار و پودر جدا از هم بودند و سپس در یک نظام علمی به هم پیوستند: زنجیره حرکت، ریاضیات نظری و ریاضیات کاربردی را به هم پیوند می‌دهد. این پیوند هم از بیرون است و هم از درون، جنبه‌هایی از جنبه جهت‌گیری کاربردی گونه‌های متفاوت مسأله‌ها که با الگوریتم‌ها متناقض نیستند. بلکه از جنبه سنت نظری که سازواره در شیوه الگوریتمی دانش ریاضی جمع شده است.

موقعیت خاص الگوریتم در ریاضیات کاربردی، معرف اشتراک ساختارهای فعالیت عملی و فعالیت فکری است. الگوریتم این امکان را پیدا کرد که نظریه و عمل را به هم پیوند دهد: از یک طرف عمل‌های متفرقی را که جنبه فکری داشتند و از نظر ماهیت دارای خصلت یکسانی بودند، به صورت عمل واحدی درآورد و از طرف دیگر، به دانش نظری که جنبه اجتماعی داشت، نزدیک کرد. ویژگی شکل بیان عمل

و نظریه به صورتی واحد، در روش الگوریتمی خط روشنی است که مرزها را، چه در تحقق روندهای عملی و چه در فرایند تفکر، معین می‌کند.

الگوریتم می‌تواند به عنوان برآیند سمت‌گیری کاربردی و سنت نظری دانش ریاضی پدید آید. همان‌طور که ریاضیات کاربردی پیش از یونان، زمینه را برای ریاضیات نظری یونان باستان فراهم کرد، تا ریاضیات کاربردی سده‌های میانه هم که برآیند ریاضیات کاربردی و نظری پیش از خود بود، راه بعدی تکامل و ساختار نظری ریاضیات در دوره جدید را هموار کرد. نیازهای تازه، در گونه‌های مختلف ریاضیات کاربردی، به طور اساسی وجود داشت و پیش از دوران جدید در حلقه الگوریتمی زنجیره محرک دانش ریاضی، مستحکم شده بود. نیوتن و لایب‌نیتس این الگوریتم‌ها را به مفهوم‌هایی از بستگی‌های نظری ریاضی تبدیل کردند و به پدید آمدن ساختمان نظری ریاضیات منجر شد که این بستگی‌ها را به هم پیوند می‌داد.

به این ترتیب، تمامیت دانش ریاضی، به وسیله زنجیره محرک دگرگونی‌های آن تأمین شد؛ چرا که در آن اثبات و استدلال، به تدریج سمت عملی پیدا کرده بود. ولی این تمامیت به هیچ وجه به معنای تمامیت در روش‌های آموزشی آن نیست با وجود پیوستگی در دگرگونی‌ها، دانش ریاضی می‌تواند در طرح مسأله‌ها، در روش عمل آن‌ها و حتی در نمادهای خود، رنگارنگ و چندسو باشد.

علت اصلی تصویری که درباره گسیختگی دانش ریاضی پیش می‌آید، در این است که در زنجیره حرکت و تغییر آن، اثبات‌ها (که به تمامیت نظری مربوطند)، نمی‌توانند از الگوریتم جلوتر بروند و در حالت جبری، به خود همین الگوریتم‌ها می‌رسند. از طرف دیگر، گونه‌های متفاوت مسأله‌ها نمی‌توانند خود را به سطح ساختمان‌های نظری بکشانند. الگوریتم، سنت نظری و سمت‌گیری کاربردی را در یک جا جمع می‌کند و آن‌ها را به هم می‌پیوندند. ولی در هر حال، گونه‌های متفاوت مسأله‌ها یا قضیه‌ها، رابطه‌ای غیر مستقیم دارند، نوعی سازوکار کمکی لازم است تا تمامیت دانش را در سطح روش‌های آموزشی تحکیم کند. این سازوکار عبارت است از سازوکار اجتماعی پخش و انتقال آگاهی‌ها، در جریان آموزش. این سازوکار که اجتماعی است و حلقه‌های به ظاهر جدا از هم زنجیره تحول دانش را به هم پیوند می‌دهد، جهت‌گیری کاربردی و سنت نظری را متحد می‌کند و از نظر روش‌شناسی، تمامیت واقعی دانش را تأمین می‌کند.

۱. چنین است که جبر به عنوان شاخه مستقیمی از ریاضیات، شکل می‌گیرد.

2. C.N.Haskins

3. Regiomontanus