

اثبات درستی قوانین مقدماتی تسویر

■ غلامرضا یاسی پور

در حالی که قضایایی چون $Fa \vee (Gb \wedge Hc)$ را نداریم. از طرف دیگر، یک ثابت می‌تواند به جای ظهورات آزاد متغیرات مختلف بنشیند، البته به شرطی که اگر به جای هر ظهور آزاد از متغیری قرار می‌گیرد به جای جمیع ظهورات آزاد آن متغیر قرار گیرد. به این ترتیب مثالهای جانشین اضافی تابع گزاره‌ای $Fx \vee (Gy \wedge Hx)$ عبارت از $Fa \vee (Ga \wedge Ha)$ ، $Fb \vee (Gb \wedge Hb)$ ، $Fc \vee (Gc \wedge Hc)$ ، ... می‌باشند.

اکنون با پذیرفتن حروف «u»، «v»، «w»، «y» و «z» و به عنوان متغیرهای فردی علاوه بر «x»، علامت‌گذاریمان را در مورد تسویر عمومی و وجودی برای تطبیق کردن با مخزن وسعت یافته متغیراتمان تعدیل می‌کنیم. قضیهٔ «جمیع F ها G هستند» را می‌توان متاباً به صورت $[Fu \Rightarrow Gu]$ ، $[Fv \Rightarrow Gv]$ ، $[Fw \Rightarrow Gw]$ ، $[Fy \Rightarrow Gy]$ ، $[Fz \Rightarrow Gz]$ یا «علامتی کرد. به همین ترتیب قضیهٔ «بعضی H ها موجودند» را می‌توان متاباً به صورت $[Hu \Rightarrow \exists u]$ ، $[Hv \Rightarrow \exists v]$ ، $[Hw \Rightarrow \exists w]$ ، $[Hy \Rightarrow \exists y]$ ، $[Hz \Rightarrow \exists z]$ علامتی کرد. تفاوت بین Fx و Fy (چون تفاوت بین $\exists x Gx$ و $\exists y Gy$ تفاوتی صرفاً علامتی است و هریک را می‌توان به جای دیگری هر جا که روی دهد نوشت. البته جایی که تابعی گزاره‌ای شامل ظهور آزاد دو یا بیشتر از دو متغیر متفاوت، چون $Fx \wedge Gy$ باشد، دو تابع گزاره‌ای بی‌کی از تسویر به طور متفاوت آن به صورت $[Fx \wedge Gy]$ و $[Fx \wedge Gy]$ حاصل می‌شوند در واقع بسیار متفاوتند، و تفاوتشان بیش از تفاوتی صرفاً علامتی است.

قضیهٔ $Fa \wedge Gb$ را می‌توان به صورت مثال جانشینی از $Fx \wedge Gy$ ، که خود تابعی گزاره‌ای و شامل دو متغیر مختلف^۱ است در نظر گرفت. تا این مرحله تنها یک متغیر فردی، یعنی حرف «x» را به طور صریح پذیرفته‌ایم. اما، در کاربرد قبلی مان از حرف «y» برای نمایش دادن هر متغیر به دلخواه انتخاب شده، به کار استفاده از آن به عنوان متغیر، بدون پذیرفتن این حقیقت بودیم. و در معرفی حرفی توسط EI، برای نمایش فرد خاص دارای صفی معین، بدون این که واقعاً بدانیم کدام فرد توسط آن نمایش داده شده است، نیز در کار استفاده از آن حرف به عنوان متغیر بودیم. اکنون اقدام به شناخت صریح آنچه به طور ضمنی در کاربرد گذشته مان بود می‌پردازیم. بعضی از توابع گزاره‌ای ممکن است شامل دو یا بیشتر از دو متغیر فردی متفاوت باشند. در این صورت در دسترس داشتن مخزن وسیعی از متغیرات فردی به سهولت کار کمک می‌کند، و بنابراین قراردادهای علامتیمان را تکمیل کرده، شامل حروف «u»، «v»، «w»، «x»، «y» و «z» به عنوان متغیرهای فردی می‌کنیم. در این حالت توابع گزاره‌ای شامل عباراتی چون Fu ، Fv ، Fw ، $Fx \vee (Gy \wedge Hx)$ ، $(Fx \wedge Gy) \Rightarrow Hz$ در جانشین کردن ثوابت به جای متغیرات برای به دست آوردن قضیه از تابع گزاره‌ای، به جای هر ظهور آزاد یک متغیر یکسان یک ثابت یکسان باید قرار داده شود. بنابراین در میان مثالهای جانشین تابع گزاره‌ای $Fx \vee (Gy \wedge Hx)$ داریم:

$Fa \vee (Gb \wedge Ha)$ ، $Fa \vee (Gc \wedge Ha)$ ، $Fa \vee (Gd \wedge Ha)$ ، ...
 $Fb \vee (Ga \wedge Hb)$ ، $Fb \vee (Gc \wedge Hb)$ ، $Fb \vee (Gd \wedge Hb)$ ، ...
 $Fc \vee (Ga \wedge Hc)$ ، $Fc \vee (Gb \wedge Hc)$ ، $Fc \vee (Gd \wedge Hc)$ ، ...

مثالهای جانشین اولی عبارت اند از:

$$(x) [Fx \wedge Ga], (x) [Fx \wedge Gb], (x) [Fx \wedge Gc], \dots$$

درحالی که مثالهای جانشین دومی عبارت اند از:

$$(y) [Fa \wedge Gy], (y) [Fb \wedge Gy], (y) [Fc \wedge Gy], \dots$$

دراین صورت اگر هر فردی دارای صفت F باشد، و بعضی اما نه همه افراد صفت G داشته باشند، بعضی مثالهای جانشین اولی قضایایی راست هستند، درحالی که جمیع مثالهای جانشین دومی دروغ می شوند که تفاوتی قابل ملاحظه است. این مثال برای اشاره به لزوم نه تنها گفتگو از «تسویر عمومی (یا وجودی) یک تابع گزاره‌ای» بلکه گفتگو از «تسویر عمومی (یا وجودی) یک تابع گزاره‌ای نسبت به متغیر x » یا «تسویر عمومی (یا وجودی) یک تابع گزاره‌ای نسبت به متغیر y » و غیره به کار می رود.

باید واضح باشد که از آن جا که « $(x) [Fx \Rightarrow Gx]$ » و « $(y) [Fy \Rightarrow Gy]$ » ترجمه‌های ستاوب قضیه «هرچیز که F باشد G نیز هست» می باشند، تسویر عمومی « $Fx \Rightarrow Gx$ » نسبت به « x » دارای همان معنی است و منطقاً معادل تسویر عمومی نسبت به « y » تابع گزاره‌ای حاصل از جانشینی جمیع ظهورات آزاد « x » در « $Fx \Rightarrow Gx$ » توسط « y » است - زیرا نتیجه این جانشینی « $Fy \Rightarrow Gy$ » است. در مراحل اولیه کارمان مطلوب آن است که حداکثر یک تسویر نسبت به متغیری معلوم در قضیه‌ای منفرد، داشته باشیم. این مطلب اکیداً لازم نیست. اما در جلوگیری از سردرگمی مفید است. بنابراین اولین قضیه عمومی چندگانه مورد بررسی قرار گرفته «اگر جمیع سگها گوشتخوارند دراین صورت بعضی حیوانات گوشتخوارند» مناسبتر است که به صورت

$$(x) [Dx \Rightarrow Cx] \Rightarrow (\exists y) [Ay \wedge Cy]$$

علامتی شود تا این که به صورت

$$(x) [Dx \Rightarrow Cx] \Rightarrow (\exists x) [Ax \wedge Cx]$$

علامتی گردد، گرچه هیچ یک از این دو صورت ناصحیح^۱ نیست.

خاطر نشان کردیم که هیچ قضیه‌ای نمی تواند شامل ظهور آزادی از متغیری باشد. در نتیجه در علامتی کردن هرگونه قضیه‌ای باید دقت کنیم که هر ظهور هر متغیر به کار رفته در برد یک سور نسبت به آن متغیر قرار گیرد. چند مثال زیر به وضوح این موضوع کمک می کنند.

اگر چیزی در خانه غلط رفته است. دراین صورت هرکس که در خانه هست شکایت می کند.

به درستی به صورت شرطی‌ای که مقدم و تالیس شامل سورهای متفاوتند علامتی می شود:

$$(y) [x \Rightarrow \text{در خانه غلط رفته است}] (\exists x)$$

« y شکایت می کند» $\Rightarrow$ « y کسی است که در خانه هست». دراین جابرد سور اولی از علامت استلزام اصلی نمی گذرد. اما اگر به قضیه دیگری که شباهتی ظاهری به قضیه اول دارد توجه کنیم:

اگر چیزی غلط باشد در این صورت باید اصلاح شود.

علامتی کردن آن به صورت:

$$(x) [x \Rightarrow \text{باید اصلاح شود}] (\exists x)$$

ناصحیح است. زیرا از آن جا که برد سور اول در علامت استلزام پایان می پذیرد، ظهور « x » در تالی نمی تواند رجوع به این سور داشته باشد زیرا در برد آن قرار نمی گیرد. دراین حال ظهور آزاد متغیری داریم، که بدین معنی است که علامتی شده مورد بحث، قضیه، و بنابراین ترجمه مناسب گزاره داده شده نیست. این خطا را نمی توان به طور ساده با بسط برد سور اول تا آخر پراتر دوم اصلاح کرد، زیرا عبارت علامتی:

$$(x) [x \Rightarrow \text{باید اصلاح شود}] (\exists x) [x \Rightarrow \text{غلط است}] (\exists x)$$

گرچه قضیه است، به همان معنی قضیه اول در فارسی نیست، و به جای آن صرفاً چنین می گوید که حداقل یک چیز موجود است که در صورتی که غلط است باید اصلاح شود، درحالی که مفهوم جمله فارسی به طور واضح این است که هرچیز که غلط است باید اصلاح شود. در نتیجه علامتی شده صحیح، هیچ یک از دو علامتی شده قبل نیست، بلکه

$$(x) [x \Rightarrow \text{باید اصلاح شود}] (\exists x) [x \Rightarrow \text{غلط است}] (\exists x)$$

است.

وضعیت هنگامی پیچیده تر، اما نه متفاوت در اصل، می شود که سوری در برد سوری دیگر رخ دهد. در این مورد باید همان زنگ خطر علیه متغیرهای سرگردان یا بی تسویر^۲ به صدا درآید. قضیه اگر چیزی گم شده است در این صورت اگر کسی به پلیس اطلاع ندهد کسی ناراحت خواهد شد. به طور صحیح به صورت:

$$(x) [x \Rightarrow \text{گم شده است}] (\exists x)$$

$$\Rightarrow [(y) [y \Rightarrow \text{پلیس اطلاع می دهد}] \sim (y) [y \Rightarrow \text{شخصی است}]] (y)$$

$$\{(\exists z) [z \Rightarrow \text{ناراحت خواهد شد}] \wedge (z) [z \Rightarrow \text{شخصی است}]] (z)$$

علامتی می شود. درحالی که قضیه بعد، که شباهت ظاهری با آن دارد.

$\{ (x \text{ پیدا خواهد شد}) \sim \Rightarrow [(y \text{ به پلیس اطلاع می دهد})]$

که علامتی شده صحیحی از قضیه مفروض است بیان می شود.

مرجع:

Symbolic Logic . Irving M. Copi

یادداشتها:

1. Two different variables
2. Incorrect
3. Unquantified

اگر چیزی گم شده است در این صورت اگر کسی به پلیس اطلاع ندهد پیدا نخواهد شد.
نباید به صورت:

$\sim \supset (y \text{ شخصی است}) [(y) \Rightarrow \{ (x \text{ گم شده است})] (\exists x)$

$\{ (x \text{ پیدا خواهد شد}) \sim \Rightarrow [(y \text{ به پلیس اطلاع می دهد})]$

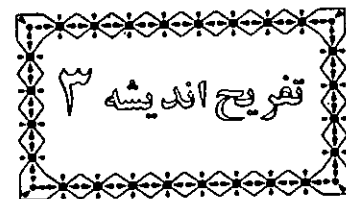
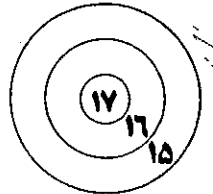
علامتی شود زیرا ظهور اخیر متغیر « x » خارج از برد سور اول، و سرگردان مانده است. این صورت را نمی توان تنها با دوباره پرانتز قراردادن به صورت زیر تصحیح کرد:

$\sim \Rightarrow (y \text{ شخصی است}) [(y) \Rightarrow \{ (x \text{ گم شده است})] (\exists x)$

$\{ (x \text{ پیدا خواهد شد}) \sim \Rightarrow [(y \text{ به پلیس اطلاع می دهد})]$

زیرا این عبارت، به همان طریق مثال قبل و به طور مساوی با آن از حفظ مفهوم جمله فارسی قاصر است. این مفهوم با فرمول:

$\sim \Rightarrow (y \text{ شخصی است}) [(y) \Rightarrow \{ (x \text{ گم شده است})] (\exists x)$



چند مرتبه باید به هدف واقع در شکل تیراندازی شود و به کدام دوایر باید اصابت کند، تا دقیقاً ۱۰۰ امتیاز به دست آید؟

جواب در صفحه ۸۸

