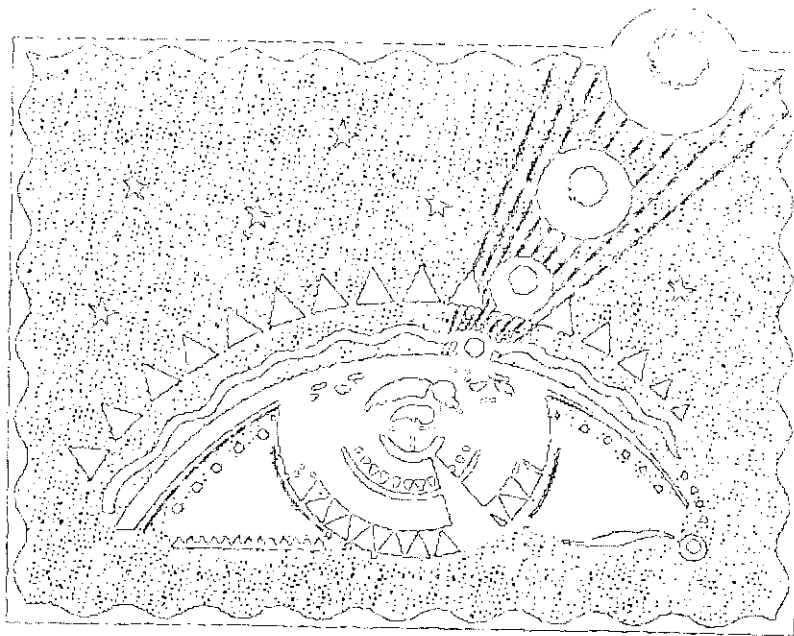




دانش آموزان دبیرستان نظام قدیم و جدید

آموزش ترجمه متون ریاضی (۱۶)

● محمدصادق عسگری

می‌گوئیم $f(x)$ وقتی x از چپ به b نزدیک می‌شود به حد L میل می‌کند (همگراست) و نوشته می‌شود:
وقتی $x \rightarrow b^-$ ، $f(x) \rightarrow l$ یا به طور دیگر
 $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = L$ به شرط اینکه محک زیر برقرار باشد.

به ازای هر $\varepsilon > 0$ بتوانیم $\delta > 0$ ای را بیابیم به طوری
که $|f(x) - l| < \varepsilon$ به شرط این که $b - \delta < x < b$

عدد $|f(x) - L|$ فاصله بین $f(x)$ و L است که ما این عدد را می‌توانیم به عنوان خطای تقریب عدد L به وسیله $f(x)$ در نظر بگیریم. تعریف گزاره، وقتی $x \rightarrow b^-$ آنگاه $f(x) \rightarrow L$ شامل این ادعا است، که ما می‌توانیم خطای تقریب عدد L به وسیله $f(x)$ را کوچکتر کنیم وقتی x به اندازه کافی از سمت چپ به b نزدیک شود.

Limits of function

8.1 Limits from the left

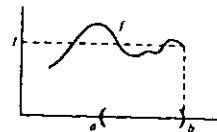
Suppose that f is defined on an interval (a, b) . We say that $f(x)$ tends (or converges) to a limit l as x tends to b from the left and write

$$f(x) \rightarrow l \text{ as } x \rightarrow b^-$$

or, alternatively,

$$\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = l$$

if the following criterion is satisfied.



Given any $\varepsilon > 0$, we can find a $\delta > 0$ such that

$$|f(x) - l| < \varepsilon$$

provided that $b - \delta < x < b$.

The number $|f(x) - l|$ is the distance between $f(x)$ and l . We can think of it as the error in approximating to l by $f(x)$. The definition of the statement $f(x) \rightarrow l$ as $x \rightarrow b^-$ then amounts to the assertion that we can make the error in approximating to l by $f(x)$ as small as we like by taking x sufficiently close to b on the left.

۸. حدود توابع

۸.۱. حدود از سمت چپ

فرض کنیم تابع f روی فاصله (a, b) تعریف شده باشد.

نزدیک می‌شود به حد L میل می‌کند (همگراست) و نوشته می‌شود وقتی $x \rightarrow \xi$ ، $f(x) \rightarrow L$ یا به عبارت دیگر $\lim_{x \rightarrow \xi} f(x) = L$ در صورتی که محک زیر برقرار باشد.

به ازای هر $\varepsilon > 0$ بتوانیم $\delta > 0$ ای را بیابیم به طوری که $|f(x) - L| < \varepsilon$ به شرط این که $|x - \xi| < \delta$.

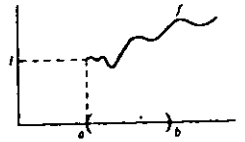
8.2 Limits from the right

Suppose again that f is defined on an interval (a, b) . We say that $f(x)$ tends (or converges) to a limit l as x tends to a from the right and write $f(x) \rightarrow l$ as $x \rightarrow a^+$.

or, alternatively,

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = l$$

if the following criterion is satisfied.



Given any $\varepsilon > 0$, we can find a $\delta > 0$ such that $|f(x) - l| < \varepsilon$ provided that $a < x < a + \delta$.

لغات و اصطلاحات

tends	گرائیدن - میل کردن
to Converge	همگرا بودن - متقارب بودن
from the left	از طرف چپ - از سمت چپ
alternately	بعبارت دیگر - متناوباً - به طور دیگر
Criterion	معیار - ضابطه - محک
Satisfied	بی‌نیاز - صادق - راضی - متقاعد
think of	در نظر گرفتن
Amount to	سرزدن به - بالغ شدن بر
Assertion	تأیید ادعا - اثبات - تأکید
We like	- میل داریم -
taking	صحبت کردن - گفتگو
sufficiently	به قدر کافی
Close to	نزدیک به
On the left	از سمت چپ
a gain	دوباره - باز
Provided that = Providing	

۸.۲ حدود از سمت راست

باز فرض کنیم تابع f روی فاصله (a, b) تعریف شده باشد. در این صورت $f(x)$ وقتی x از راست به a نزدیک می‌شود به حد L میل می‌کند (همگراست) و نوشته می‌شود وقتی $x \rightarrow a^+$ ، $f(x) \rightarrow L$ یا به عبارت دیگر $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$ هرگاه محک زیر برقرار باشد.

به ازای هر $\varepsilon > 0$ بتوانیم $\delta > 0$ ای را بیابیم به طوری که $|f(x) - L| < \varepsilon$ به شرط این که $a < x < a + \delta$.

8.3 $f(x) \rightarrow l$ as $x \rightarrow \xi$

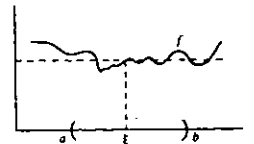
Suppose that f is defined on an interval (a, b) except possibly for some point $\xi \in (a, b)$. We say that $f(x)$ tends (or converges) to a limit l as x tends to ξ and write

$$f(x) \rightarrow l \text{ as } x \rightarrow \xi$$

or, alternatively,

$$\lim_{x \rightarrow \xi} f(x) = l$$

if the following criterion is satisfied.



Given any $\varepsilon > 0$, we can find a $\delta > 0$ such that $|f(x) - l| < \varepsilon$ provided that $0 < |x - \xi| < \delta$.

as	به شرط اینکه = مشروط بر اینکه
except	وقتی که - چنانکه - به طوری که
Possibly	بجز - مگر
Often	شاید - احتمالاً - به هیچ وجه
useful	غالباً - بارها - بیشتر اوقات - کراراً
note	سودمند - مفید
equivalent	در نظر گرفتن - ذکر کردن
	هم‌ارزش - هم‌ارز - معادل

۸.۳ وقتی $x \rightarrow \xi$ ، $f(x) \rightarrow L$

فرض کنیم تابع f روی فاصله (a, b) جز احتمالاً در نقطه $\xi \in (a, b)$ تعریف شده باشد می‌گوییم $f(x)$ وقتی x به ξ

to say	یعنی - اقلأً	thus	بنابراین - پس - بدین معنی که - مثلاً
remark	تبصره - نکته	replace	جای چیزی را گرفتن - عوض کردن
even thought	ولو اینکه		- جانشین شدن
Perfectly	کاملاً - خوب خوب	through out by	سراسر - تماماً - به کلی - از هم جهت
follow	پیروی کردن - فهمیدن - نتیجه بردن	alternativeby	سرتاسر - در تمام مدت
			عوض شود با



تفریح اندیشه ۴

کوتاهترین فاصله

کنیم، کل طول مسیر به هر دو گله‌داری کمتر از هر جای دیگر می‌شود. اگر هزینه هر دو مسیر را به تساوی متقبل شویم هر دو پول کمتری پرداخت خواهیم کرد.

K جواب داد: بسیار خوب، اما این محل کجاست؟

L پاسخ داد: کمی وقت بده تا محاسبه کنم، در حال حاضر نیاز به یادآوری بعضی مطالب ریاضیات عالی دارم.

روز بعد با هم ملاقات کردند و L اقرار کرد که قادر به حل مسأله نشده است. وی گفت: بیا نقشه تو را اجرا کنیم. می‌توانم آن را محاسبه کنم.

K گفت: اصلاً و ابداً. نقشه تو بهتر از نقشه من است و من می‌توانم بدون کمک گرفتن از ریاضیات عالی تو جای پمپ را مشخص کنم.

K چگونه مسأله را حل کرد؟

پس از سالها جنگ و نزاع سخت در مورد حقوق برداشت آب در یک ده، مالکان دو گله‌داری L و K تصمیم به ساختن مخزن آبی با پمپ گرفتند، که به هر دو قسمت آب برساند، و در مورد جمیع جزئیات کار به استثنای مهمترین آنها، یعنی محل مخزن، دوستانه موافقت کردند.

K، که از ریاضیات اطلاع چندانی نداشت، و انجام امور را ساده در نظر می‌گرفت، گفت: بین L، گله‌داری تو در سه مایلی جنوب رودخانه است، مال من در پایین رودخانه به فاصله شانزده مایل از گله‌داری تو و در فاصله نه مایلی جنوب رودخانه است، که به طرف مشرق بین زمینهای ما جاری است، بیا پمپ را در نقطه‌ای از ساحل رودخانه قرار دهیم که فاصله آن از هر دو گله‌داری یکی باشد. در این صورت به آسانی می‌شود محاسبه کرد که هزینه آبرسانی برای هر دو مان برابر می‌شود.

L گفت: راه ارزانتری هم موجود است. محلی در امتداد ساحل وجود دارد که در صورتی که پمپ را در آنجا نصب