

● حمیدرضا امیری نکات مهم در مورد دنباله‌های رأسها

آلگوریتمی

برای

گرافیکال

بودن

یک

دنباله

اگر دنباله نزولی $K_1, K_2, \dots, K_n$ از اعداد صحیح نامنفی مفروضی باشد و بتوانیم متناظر با آنها گرافی چون G رسم کنیم که شامل n رأس $v_1, v_2, \dots, v_n$ باشد و اعداد K_1 تا K_n درجه رأس‌های v_1 تا v_n باشند، به چنین دنباله‌ای یک دنباله گرافیکال می‌گوییم. ابتدا شرط‌های لازم را برای گرافیکال بودن یک دنباله بیان کرده و سپس آلگوریتمی را بیان می‌کنیم که می‌تواند به صورت یک شرط لازم و کافی به کار برده شود:

شرط ۱: اگر گراف G شامل n رأس باشد دنباله درجه رأس‌های آن از n عدد صحیح نامنفی تشکیل خواهد یافت.

شرط ۲: با توجه به این که در یک گراف از مرتبه p حداکثر درجه یک رأس $(p-1)$ می‌تواند باشد، اگر دنباله درجه رأس‌های گرافی از مرتبه p تشکیل شود، حداکثر عدد $(p-1)$ در بین جمله‌های دنباله یافت خواهد شد.

شرط ۳: تعداد اعداد صحیح فرد در دنباله درجه رأس‌های گراف G عددی زوج است.

شرط ۴: (قضیه مهم)

«در هر گراف، از مرتبه دلخواه $p \geq 2$ حداقل دو رأس هم‌درجه وجود دارد»؛ بنابراین در دنباله درجه رأس‌های یک گراف، حداقل دو جمله از دنباله با هم برابر خواهند بود که البته این شرط و همه شرط‌های فوق، شرط‌های لازم بوده و ممکن است یک دنباله از اعداد صحیح نامنفی، همه شرایط مذکور را دارا باشد ولی گرافیکال نباشد.

توسط آلگوریتمی که در زیر بیان خواهد شد، شرطی لازم و کافی برای گرافیکال بودن یک دنباله بیان می‌کنیم.

قضیه: شرط لازم و کافی برای آن که دنباله نزولی از اعداد صحیح نامنفی $d_1, d_2, \dots, d_p$ یک دنباله گرافیکال باشد، آن است که پس از طی مراحل آلگوریتمی زیر، به دنباله صفر (همه جمله‌ها صفر) برسیم:

۱. d_1 را حذف کرده و یک واحد از d_1 تا جمله بعدی آن کم می‌کنیم.

۲. دنباله جدید را در صورت نیاز به شکل نزولی مرتب کرده و طبق مرحله (۱) عمل می‌کنیم.

مثال: آیا دنباله $5, 5, 5, 3, 2, 2$ گرافیکال است؟

($d_1 = 5$ را حذف کردیم) $s_1: 5, 5, 3, 2, 2$

- (از ۵ جمله بعدی ۱ واحد کم کردیم) $S_4: 4, 4, 2, 1, 1$ $S_5: 4, 4, 2, 1, 1$
- (از ۴ جمله بعدی ۱ واحد کم کردیم) $S_6: 4, 2, 1, 1, 1$ $S_7: 3, 1, 0, 0, 0$
- (از ۳ جمله بعدی ۱ واحد کم کردیم) $S_8: 1, 0, 0, 0, 0$ $S_9: 0, -1, -1, -1, -1$
- چون S_9 یک دنباله با جمله‌های منفی است، پس نمی‌تواند گرافیکال باشد؛ در نتیجه S گرافیکال نیست. (البته S_8 هم گرافیکال نبود؛ زیرا تعداد رأس‌های فرد در آن فرد بوده است. و در حالت کلی در هر مرحله از مراحل آگوریتمی که یکی از شرط‌های لازم نقض شود، دنباله گرافیکال نیست.)
- توجه دارید که دنباله S همه شرط‌های لازم را دارا است؛ ولی گرافیکال نیست.
- کدام دنباله گرافیکال است؟
- (۱) $7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0$
- (۲) $6, 5, 5, 3, 3, 2, 1, 0$
- (۳) $5, 4, 4, 3, 2, 1, 0$
- (۴) $4, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0$
- حل: گزینه «۴» صحیح است؛ زیرا:
- در گزینه «۱» هیچ دو رأس هم درجه وجود ندارد. در گزینه «۲» تعداد رأس‌های فرد، فرد است و در گزینه «۳»، ۵ رأس داریم که نمی‌توانیم درجه از رأس ۵ نیز داشته باشیم.
- $S: 4, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0$
- (از ۴ جمله بعدی ۱ واحد کم کردیم) $S_1: 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0$
- (از ۴ جمله بعدی ۱ واحد کم کردیم) $S_2: 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0$
- (نزولی مرتب شد) $S_3: 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0$
- (از ۱ جمله بعدی ۱ واحد کم کردیم) $S_4: 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0$
- (دنباله صفر است) $S_5: 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0$

شرایط و فرم اشتراک مجله ریاضی برهان

- ۱ - واریز مبلغ ۱۲۰۰۰ ریال علی الحساب برای یک دوره (۴ شماره) به حساب ۷۹۱۰/۵ بانک ملت شعبه کریمخان زند به نام مشترکین انتشارات مدرسه و ارسال اصل فیش همراه با فرم تکمیل شده اشتراک به نشانی انتشارات مدرسه.
- ۲ - واحدهای آموزشی می‌توانند دانش‌آموزان خود را به صورت گروهی مشترک نمایند.
- نشانی: تهران، خیابان سپهبد قرنی، نرسیده به پل کریمخان زند، کوچه شهید محمود حقیقت‌طلب، شماره ۲۶ کدپستی ۱۵۹۸۸ و صندوق پستی ۱۴۱۵۵/۱۹۴۹ تلفن: ۸۸۰۰۳۲۴-۹ دورنویس ۸۹۰۲۸۰۹



در اینجا چیزی ننویسید

مشخصات مشترک برای افراد

نام خانوادگی نام نام پدر

تاریخ تولد محل تولد پایه تحصیلی

مشخصات مشترک برای واحدهای آموزشی - ادارات و سازمانها

نام واحد آموزشی نام مدیر مسئول

نام سازمان

مقطع دخترانه

پسرانه

اطلاعات مشترک

نشانی

استان شهرستان خیابان کوچه

پلاک کدپستی مبلغ واریزی شماره فیش