

در آستانه ورود به قرن بیست و یکم و هزاره سوم میلادی، نوشته‌های گوناگونی در باره چشم‌انداز ریاضیات در سده و هزاره جدید منتشر شده که در شماره‌های پیشین نشر ریاضی بعضی از آنها نقل شده یا به آنها اشاره شده است. در اینجا دو نوشته دیگر از نظر خوانندگان می‌گذرد.

گرایشهای محتمل در ریاضیات در دهه‌های آینده*

میخائیل گروموف*

تأثیر ریاضیات محض بر روشهای عددی مورد استفاده روزمره مهندسان هستند. ایده‌های محاسباتی منطقی بر زمینه‌های دیگری — مانند پروژه رایانه‌ای کوانتومی، طراحی مولکولی بر مبنای DNA، شکل‌گیری الگوها در زیست‌شناسی، دینامیک مغز، و غیره — تأثیر می‌گذارند و از آنها تأثیر می‌پذیرند. انتظار می‌رود که علوم رایانه طی چند دهه ایده‌هایی در سطوح باز هم عمیق‌تر ریاضی پدید آورند که منجر به پیشرفت اساسی در کاربرد صنعتی رایانه‌ها شود، مثلاً پیشرفت بزرگی در هوش مصنوعی و رباتیک (که خیلی هم به تأخیر افتاده است).

۳. دسته بزرگی از مسائل هستند که نوعاً از علوم تجربی (زیست‌شناسی، شیمی، ژئوفیزیک، علوم پزشکی، و غیره) نشأت گرفته‌اند و در آنها با مقادیر عظیمی از داده‌های سست ساختار سروکار داریم. ریاضیات سنتی، نظریه احتمال، و آمار ریاضی، در مواردی که ساختاری در میان نباشد بسیار خوب عمل می‌کنند (نکته تعارض آمیز این است که فقدان نظم ساختاری و همبستگی در سطح موضعی، به تقارن زیادی در سطح کلی می‌انجامد. مثلاً قانون گاوس در مجموعه‌های متغیرهای تصادفی پدیدار می‌شود). ولی بسیاری اوقات اجباراً با داده‌های ساختار یافته‌ای روبه‌رو می‌شویم که احتمال کلاسیک در مورد آنها به‌کار نمی‌آید. مثلاً سازنده‌ای کانی شناختی یا تصویرهای میکروسکوپی بافتهای زنده، همبستگیهای (مجهولی) دارند که باید در نظر گرفته شود. (آنچه معمولاً «می‌بینیم» همان «تصویر واقعی» نیست بلکه نتیجه پراکندگی یک موج نور، پرتو x، موج فراصوتی، زمین‌لرزه و غیره است.) نمونه‌های نظری دیگری در نظریه نشت^۲، در قدم زدن تصادفی خودرهی^۳ (مدلسازی زنجیره‌های مولکولی بلند در حلالها) و غیره دیده می‌شود. چنین مسائلی که در گستره بین تقارن واضح و آشوب محض پراکنده‌اند، ظهور نوع جدیدی از ریاضیات را می‌طلبند. برای پیشرفت به ایده‌های نظری انقلابی و نیز راههای تازه‌ای برای پرداختن به ریاضیات به کمک رایانه و همکاری نزدیکتری با دانشمندان تجربی برای تطبیق نظریه‌های ریاضی با داده‌های تجربی موجود نیاز داریم. (تحلیل موجکی سیگنالها و تصاویر، تکنیکهای پراکنش وارون وابسته به

آنچه می‌خوانید توضیحات مختصری است در باره گرایشهای محتمل در ریاضیات در چند دهه آینده.

۱. ریاضیات کلاسیک در جستجوی هماهنگی ساختاری است. سرآغاز این ریاضیات از لحاظ تاریخی، پی‌بردن هندسه دانان یونان باستان به این نکته بود که پیوستار^۳ بعدی ما تقارن (دورانی و انتقالی) قابل تعمقی دارد (گروههای $O(3)$ و IR^3) که بر خصوصیات اساسی دنیای فیزیکی حکمفرماست. (این تقارن در تفکر آگاهانه ما حضور ندارد هر چند در زندگی روزمره خود در هنگام ایجاد یا انجام حرکت مکانیکی، مثلاً در راه رفتن، به‌کرات با آن مواجه می‌شویم و از آن استفاده می‌کنیم. دلیل این موضوع تا حدی تعویض‌ناپذیری $O(3)$ است که درک آن دشوار است.) بعدها تقارنهای (تعویض‌ناپذیر) عمیقتری کشف شدند: لورنتس و پوانکاره در نسبیت، گروههای پیمانه‌ای برای ذرات بنیادی، تقارن گالوایی در هندسه جبری و نظریه اعداد، و غیره. و می‌بینیم که ریاضیات مشابهی بار دیگر، در سطحی که آنقدر بنیادی نیست، ظاهر می‌شود، مثلاً در بلورها و شبه‌بلورها، در خودتشابهی^۱ برای برخالها، دستگاههای دینامیکی و مکانیک آماری، در مونودرومی^۲ برای معادلات دیفرانسیل، و غیره.

جستجوی نظم و تقارن در ساختار جهان همچنان هدف اصلی ریاضیات محض (و فیزیک) باقی خواهد ماند. گهگاه (و در بسیاری موارد به‌طور غیرمنتظره) الگوهای تقارنی که ریاضیدانان کشف کرده‌اند کاربردهای عملی و نظری خواهد یافت. در گذشته بارها شاهد چنین اتفاقی بوده‌ایم. مثلاً هندسه انتگرالی مبنای برش‌نگاری با پرتو x (سی. ای. تی. اسکن) است، حساب اعداد اول به تولید کدهای کامل می‌انجامد، و نمایشهای بینهایت بعدی گروهها الهامبخش طرحی برای شبکه‌های بزرگ با صرفه با همبندی پیچیده است. ۲. با رشد بدنه ریاضیات، خودش موضوع تحلیل منطقی و ریاضی قرار

گرفت. این امر به پیدایش منطق ریاضی و سپس علوم نظری رایانه منجر شده است. این علوم که امروزه دوره بلوغ خود شده است، ایده‌هایی را از ریاضیات کلاسیک می‌گیرد و از پیشرفت فناوری سخت‌افزار رایانه — که اجرای عملی الگوریتمهای طراحی‌شده نظری را امکان‌پذیر می‌سازد — بهره می‌جوید. (تبدیل فوری سریع و الگوریتم چندقطبی سریع نمونه‌های چشمگیری از

1. formations 2. percolation theory 3. self-avoiding

1. self-similarity 2. monodromy

بافت، تحلیل مقیاس هندسی، و تحلیل مولکولهای بزرگ در شکل بلوری با استفاده از پراش پرتو x ، بعضی از امکانات را در این زمینه نشان می‌دهند. این پیشرفت تأثیرات شگرفی هم از لحاظ نظری و هم از لحاظ صنعتی خواهد داشت. مثلاً یک الگوریتم کارای پراکنش وارون می‌تواند تشخیص پزشکی را دگرگون سازد و باعث شود که ابزارهای فراصوتی دستکم به اندازه تحلیل پرتو x در حال حاضر، کارا باشند.

۴. هر چه توان رایانه‌ها به حد نظری آن نزدیکتر می‌شود و ما به مسائل واقعگرایانه‌تر (و بنابراین، پیچیده‌تر) می‌پردازیم، بیش از پیش با «بلای بعد» مواجه می‌شویم که بر سر راه اجرای موفقیت‌آمیز روشهای عددی در علوم و مهندسی قرار دارد. در این مورد به سطح بسیار بالاتری از پیچیدگی ریاضی در معماری رایانه و نیز برنامه‌نویسی همراه با ایده‌های مذکور در (۲) و (۳) نیاز داریم. پیشرفت در این زمینه می‌تواند مسائل نظری را برای اجرای محاسبات روی آرایه‌های داده‌ها که فوق‌العاده سریع رشد می‌کنند، فراهم سازد.

۵. ما باید در آموزش و انتقال اندیشه‌های ریاضی بهتر عمل کنیم. حجم، عمق، و پیچیدگی ساختاری مجموعه فعلی ریاضیات ایجاب می‌کند که راههای تازه‌ای برای انتقال کشفیات ریاضی از یک حوزه به حوزه‌های دیگر و دسترسی بسیار بیشتر غیرریاضیدانان به ریاضیات پیدا کنیم. در وضعیت فعلی، ما ریاضیدانان معمولاً اطلاع چندانی از آنچه در علوم و مهندسی می‌گذرد نداریم و دانشمندان تجربی و مهندسان نیز در بسیاری موارد از امکاناتی که پیشرفتهای ریاضیات محض می‌تواند در اختیار آنان قرار دهد بی‌اطلاع‌اند. برای پرکردن این شکاف خطرناک باید مطالب بیشتری از علوم در برنامه آموزش ریاضیدانان آتی گنجانده شود و دانشمندان آینده نیز با هسته اصلی ریاضیات آشنا تر شوند. این امر مستلزم طرح برنامه‌های درسی جدید و تلاش عظیمی از جانب ریاضیدانان است که فنون و ایده‌های بنیادی ریاضی را (به خصوص آنهایی را که در چند دهه گذشته عرضه شده‌اند) در دسترس طیف وسیعتری از مخاطبان قرار دهند. به این منظور، نیاز به تربیت نسل جدیدی از ریاضیدانان حرفه‌ای داریم که نقش میانجی را میان ریاضیات محض و علوم کاربردی ایفا کنند. امتزاج ایده‌ها برای سلامت علوم و ریاضیات ضروری است.

۶. سرمایه‌گذاری در تحقیقات ریاضی باید افزایش یابد. هر چه بیشتر از امکانات رایانه‌ای استفاده می‌کنیم و هر چه روابط را با علوم تجربی و صنعت محکمتر می‌سازیم، نیاز به منابع مالی بیشتری برای حمایت از تحرک و پویایی ریاضیات داریم. ولی حتی در این صورت هم، نیاز مالی ما بسیار کمتر از سایر شاخه‌های علوم خواهد بود یعنی نسبت بازده به سرمایه برای ریاضیات همچنان زیاد خواهد بود به خصوص اگر تلاش قابل توجهی برای ترویج ریاضیات و کاربرد ایده‌های خود انجام دهیم. پس لازم است جامعه را از تمام ظرفیت و امکانات بالقوه پژوهش ریاضی و از نقش حیاتی ریاضیات در پیشرفت صنعتی کوتاه‌مدت و درازمدت به خوبی آگاه سازیم.

- Mikhael Gromov, "Possible trends in mathematics in the coming decades", *Notices Amer. Math. Soc.*, (7) 45 (1998) 846-847.

این مقاله نخستین بار به عنوان پیوست گزارشی از بنیاد ملی علوم آمریکا انتشار یافته است.

* میخائیل گروموف، مؤسسه مطالعات عالی علمی، فرانسه

gromov@ihes.fr.